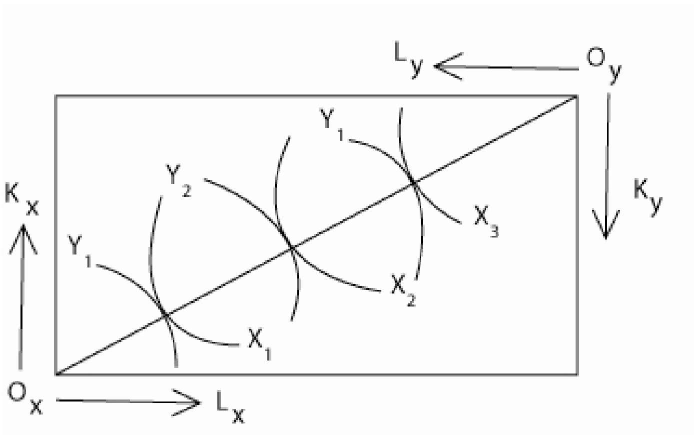
บทที่ 7
ดุลยภาพทั่วไป การผลิตและการบริโภค

7.1 General Competitive Equilibrium

Graphical Model of General Equilibrium

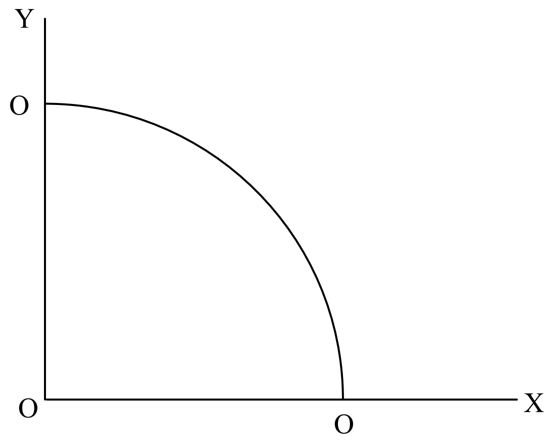
กำหนดให้มีการผลิตสินค้าสองชนิด คือ สินค้า X และสินค้า Y และสมมติให้ผู้บริโภคแต่ละรายมี utility function เหมือนกัน อธิบายโดย Edgeworth box diagram ดังนี้



รูปที่ 7.1
Edgeworth Box Diagram

จากรูปที่ 7.1 O_X คือจุดเริ่มต้นของการผลิตสินค้า X โดยให้ปริมาณสินค้าทุน และแรงงานที่ใช้ในการผลิตสินค้า X คือ K_X และ L_X ตามลำดับ O_Y คือจุดเริ่มต้นของการผลิตสินค้า Y โดยให้ปริมาณสินค้าทุน และแรงงานที่ใช้ในการผลิตสินค้า Y คือ K_Y และ L_Y ตามลำดับ เส้น X_1 X_2 และ X_3 คือ เส้น isoquant ของการผลิตสินค้า X เส้น Y_1 Y_2 และ Y_3 คือเส้น isoquant ของการผลิตสินค้า Y ลากเส้นเชื่อมจุดสัมผัสระหว่างเส้น isoquant ในการผลิตสินค้าทั้งสองชนิด จะได้เส้น O_XO_Y ซึ่งเป็นเส้นที่มีประสิทธิภาพสูงสุดของการผลิต แล้วนำไปเขียนเป็นเส้น Production Possibility Frontier ในรูปที่ 7.2

Production Possibility Frontier



รูปที่ 7.2
เส้นแสดงความเป็นไปได้ในการผลิต

จากรูปที่ 7.2 เส้น O_XO_Y คือเส้น Production Possibility Frontier ความชันของเส้น PPF เรียกว่า Rate of Product Transformation (RPT) คืออัตราการทดแทนกันของการผลิตสินค้า X และ Y

$$RPT_{XY} = -\frac{dY}{dX}$$

$$= \frac{MC_X}{MC_Y} = \frac{\frac{\partial C}{\partial X}}{\frac{\partial C}{\partial Y}}$$

$$C = C(X, Y)$$

$$DC = \frac{\partial C}{\partial X}dX + \frac{\partial C}{\partial Y}dY = 0$$

$$MC_YdY = -MC_XdY$$

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{MC_X}{MC_Y}$$

$$-\frac{dY}{dX} = \frac{MC_x}{MC_y} = RPT_{XY}$$

ตัวอย่าง กำหนดให้การผลิตสินค้า X และสินค้า Y ใช้แรงงาน (L) เป็นปัจจัยการผลิต โดยมีฟังก์ชันการผลิต ดังนี้

$$X = \sqrt{L_X}$$

$$Y = \frac{1}{2}\sqrt{L_Y}$$

กำหนดให้มีแรงงานทั้งหมด 100 หน่วย

$$L_X + L_Y = 100$$

$$X^2 + 4Y^2 = 100$$

$$2XdX + 8YdY = 0$$

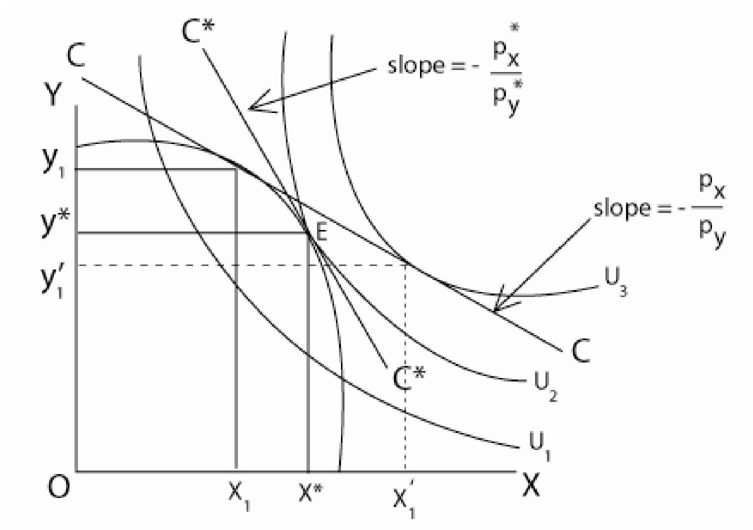
$$8YdY = -2XdX$$

$$\frac{dY}{dX} = -\frac{2X}{8Y}$$

$$-\frac{dY}{dX} = \frac{X}{4Y} = RPT$$

$-\frac{dY}{dX}$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น เมื่อ X เพิ่มขึ้น และ Y ลดลง

การหาราคาสินค้าที่จุดดุลยภาพ



รูปที่ 7.3

เมื่ออัตราส่วนของราคาเท่ากับ $\frac{P_X}{P_Y}$ ผู้ผลิตจะผลิต X_1 และ Y_1 เส้นงบประมาณคือ CC ในขณะที่ผู้บริโภคต้องการบริโภค X_1' และ Y_1' อุปสงค์ส่วนเกินสำหรับสินค้า X เท่ากับ $X_1' - X_1$ อุปทานส่วนเกินของสินค้า Y เท่ากับ $Y_1 - Y_1'$ ทำให้ราคาสินค้า X เพิ่มขึ้นเป็น P_X^* และราคาสินค้า Y ลดลงเป็น P_Y^* อัตราส่วนของราคาสินค้าเปลี่ยนเป็น $\frac{P_X^*}{P_Y^*}$ ที่จุดดุลยภาพ E ปริมาณสินค้า X เท่ากับ X^* และปริมาณสินค้า Y เท่ากับ Y^*

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้สมการของเส้น PPF คือ

$$X^2 + 4Y^2 = 100$$

สมการฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ของคนในสังคม คือ

$$U = U(X, Y) = \sqrt{XY}$$

ภายใต้การแข่งขันอย่างแท้จริง

$$RPT = -\frac{dY}{dX} = \frac{X}{4Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

$$U = X^{1/2} Y^{1/2}$$

$$MU_X = \frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/2}$$

$$MU_Y = X^{1/2} \frac{1}{2} Y^{-1/2}$$

$$\frac{MU_X}{MU_Y} = \frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} = MRS_{XY}$$

ดังนั้น $$RPT_{XY} = \frac{X}{4Y} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{Y}{X} = MRS_{XY}$$

$$X^2 = 4Y^2$$

จากสมการ $$X^2 + 4Y^2 = 100$$

ดังนั้น $2X^2 = 100$

$$X = \sqrt{50} = 7.07$$

$$Y = \sqrt{12.5} = 3.53$$

$$\frac{P_X}{P_Y} = \frac{Y}{X} = \frac{3.53}{7.07} = \frac{1}{2}$$

สมมติว่าฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์เปลี่ยนเป็น

$$U(X, Y) = X^{3/4} Y^{1/4}$$

$$MRS = \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{3Y}{X}$$

ที่จุดดุลยภาพ

$$MRS = \frac{3Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} = RPT = \frac{X}{4Y}$$

$$X^2 = 12Y^2$$

จากสมการ PPF $X^2 + 4Y^2 = 100$

$$12Y^2 + 4Y^2 = 100$$

$$16Y^2 = 100$$

$$Y^* = \frac{10}{4} = 2.5$$

$$X^* = 8.66$$

7.2 การหาปริมาณการผลิตสินค้าสองชนิด

จากการศึกษาเกี่ยวกับประสิทธิภาพการผลิตสินค้าสองชนิด ได้แก่สินค้า X และสินค้า Y โดยใช้ปัจจัยการผลิตสองชนิด คือ ทุน (K) และแรงงาน (L) โดยมีเงื่อนไขดังนี้

$$MRTS_{KL}^{X} = \frac{MP_L^X}{MP_K^X} = \frac{P_L}{P_K} = MRTS_{KL}^{Y} = \frac{MP_L^Y}{MP_K^Y}$$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ฟังก์ชั่นการผลิตสินค้า X และสินค้า Y เป็นดังนี้

$$Q_X = 100\sqrt{K_X L_X}$$

$$Q_Y = 50K_Y^2 L_Y$$

$$K_X + K_Y = 500$$

$$L_X + L_Y = 600$$

$$P_L = 1 \qquad P_K = 2$$

จงหาปริมาณการผลิตสินค้า X และสินค้า Y ที่จะทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดของการผลิต เขียนรูป Edgeworth Box Diagram แสดงจุดของการผลิต

$$MP_L^X = \frac{\partial Q_X}{\partial L_X} = 100K_X^{1/2}(\frac{1}{2})L_X^{-1/2}$$

$$MP_K^X = \frac{\partial Q_X}{\partial K_X} = 100L_X^{1/2}(\frac{1}{2})K_X^{-1/2}$$

$$MRTS_{KL}^X = \frac{MP_L^X}{MP_K^X} = \frac{K_X}{L_X} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{1}{2}$$

จาก $\frac{K_X}{L_X} = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $L_X = 2K_X$

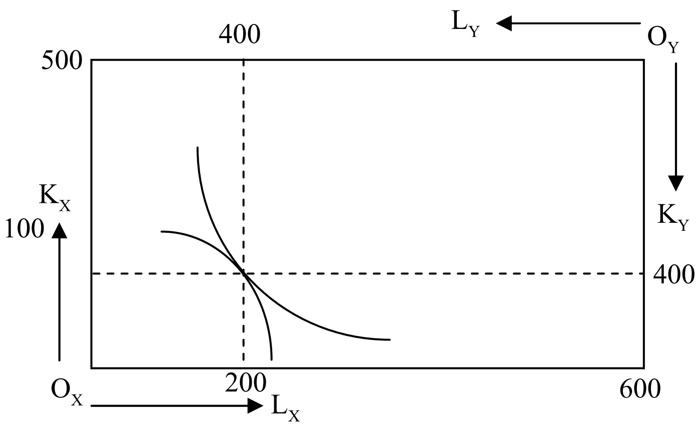
$$MP_L^Y = \frac{\partial Q_Y}{\partial L_Y} = 50K_Y^2$$

$$MP_K^Y = \frac{\partial Q_Y}{\partial K_Y} = (50)(2)K_Y L_Y$$

$$MRTS_{KL}^Y = \frac{MP_L^Y}{MP_K^Y} = \frac{50K_Y^2}{100K_Y L_Y} = \frac{1}{2}\frac{K_Y}{L_Y} = \frac{P_L}{P_K} = \frac{1}{2}$$

จาก $\frac{1}{2}\frac{K_Y}{L_Y} = \frac{1}{2}$ ดังนั้น $K_Y = L_Y$

จาก	$K_X + K_Y$		=	500				____________(1)
	$L_X + L_Y$		=	600				____________(2)
จาก (2) แทนค่า		L_X ด้วย $2K_X$			แทนค่า L_Y ด้วย K_Y			
	$2K_X + K_Y$		=	600				____________(3)
(3) – (1) ;		K_X	=	100	ดังนั้น K_Y	=	400	
		L_Y	=	KY	=	400		
		L_X	=	$600 - L_Y$		=	$600 - 400$	
			=	200				



$Q_X = 100\sqrt{(100)(200)}$

$= 14142.13$ หน่วย

$Q_Y = 50(400)^2(400)$

$= 3,200,000,000$

หน่วย

ประสิทธิภาพของการแข่งขันอย่างสมบูรณ์

ในศตวรรษที่ 18 Adam Smith ได้กล่าวถึงมือที่มองไม่เห็น (invisible hand) ที่จะเข้ามาจัดการให้ระบบเศรษฐกิจเข้าสู่จุดดุลยภาพ ทำให้การจัดสรรทรัพยากรเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

Pareto Efficiency

การจัดสรรทรัพยากรจะเข้าสู่ยุค Pareto ก็ต่อเมื่อใครคนใดคนหนึ่งดีขึ้น (better off) จะต้องทำให้คนอื่นเลวลง (worse off)

Efficiency in Production

การผลิตจะมีประสิทธิภาพก็ต่อเมื่อการเพิ่มปริมาณการผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง จะต้องทำให้ปริมาณการผลิตสินค้าอีกชนิดหนึ่งต้องลดลง และจุดของการผลิตจะต้องอยู่บนเส้น PPF การวิเคราะห์เกี่ยวกับประสิทธิภาพของการผลิต จะแบ่งการวิเคราะห์ออกเป็น 3 ส่วนด้วยกันคือ

ก. การจัดสรรทรัพยากรของผู้ผลิตเพียง 1 ราย

ข. การจัดสรรทรัพยากรระหว่างผู้ผลิตหลายราย

ค. การร่วมมือกันระหว่างผู้ผลิต

การจัดสรรทรัพยากรกรณีผู้ผลิตหนึ่งราย

กำหนดให้ผู้ผลิตมีทุนและแรงงานในจำนวนที่จำกัด ผู้ผลิตจะทำการจัดสรรการใช้ปัจจัยการผลิตจนกระทั่ง $MRTS_{KL}$ เท่ากันสำหรับผลผลิตแต่ละชนิดที่ผู้ผลิตทำการผลิต สมมติผู้ผลิตทำการผลิตสินค้าสองชนิด คือ สินค้า X และสินค้า Y กำหนดให้ผู้ผลิตมีสินค้าทุนทั้งหมดเท่ากับ $\bar{K}$ และมีแรงงานทั้งหมดเท่ากับ $\bar{L}$ ฟังก์ชั่นการผลิตสินค้า X คือ $X = f(K_X, L_X)$ ฟังก์ชั่นการผลิตสินค้า Y คือ $Y = g(K_Y, L_Y) = g(\bar{K} - K_X, \bar{L} - L_X)$

ผู้ผลิตต้องการผลิตสินค้า X ให้ได้ปริมาณสูงสุดภายใต้วัตถุดิบที่มีอยู่ เขียนเป็น Lagrangian function ได้ดังนี้

$$£ = f(K_X, L_X) + \lambda[\bar{Y} - g(\bar{K} - K_X, \bar{L} - L_X)]$$

$$\frac{\partial £}{\partial K_X} = f_K + \lambda g_K = 0 \quad \_\_\_\_\_\_(1)$$

$$\frac{\partial £}{\partial L_X} = f_L + \lambda g_L = 0 \quad \_\_\_\_\_\_(2)$$

$$\frac{\partial £}{\partial \lambda} = \bar{Y} - g(\bar{K} - K_X, \bar{L} - L_X) = 0 \quad \_\_\_\_\_\_(3)$$

$$\frac{(1)}{(2)} \; ; \quad \frac{f_K}{f_L} = \frac{g_K}{g_L}$$

$$MRTS^X_{KL} = MRTS^Y_{KL}$$

การจัดสรรทรัพยากรระหว่างผู้ผลิตหลายราย

การจัดสรรทรัพยากรระหว่างผู้ผลิตหลายรายจะต้องเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ เพื่อให้การผลิตเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ

สมมติให้มีผู้ผลิตสองราย ผลิตสินค้าเหมือนกันคือ สินค้า X ฟังก์ชั่นการผลิตของผู้ผลิตรายที่หนึ่งและรายที่สองคือ

$$X = f_1(K_1, L_1)$$

และ

$$X = f_2(K_2, L_2)$$

เขียนเป็นสมการเป้าหมาย และสมการเงื่อนไขได้ดังนี้

Maximize $X = f_1(K_1, L_1) + f_2(K_2, L_2)$

subject to

$$K_1 + K_2 = \overline{K}$$

$$L_1 + L_2 = \overline{L}$$

สมการเป้าหมายคือ

$$X = f_1(K_1, L_1) + f_2(\overline{K} - K_1, \overline{L} - L_1)$$

1st order condition

$$\frac{\partial X}{\partial K_1} = \frac{\partial f_1}{\partial K_1} + \frac{\partial f_2}{\partial K_1} = 0$$

$$\frac{\partial X}{\partial L_1} = \frac{\partial f_1}{\partial L_1} + \frac{\partial f_2}{\partial L_1} = 0$$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ผู้ผลิตสองรายมีฟังก์ชั่นการผลิตเหมือนกันคือ

$$q = K^{1/4} L^{3/4}$$

สมมติให้ผู้ผลิตรายที่หนึ่งใช้สินค้าทุนเท่ากับ $K_1 = 16$

และให้ผู้ผลิตรายที่สองใช้สินค้าทุนเท่ากับ $K_2 = 625$

ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตของผู้ผลิตแต่ละรายจะเป็นดังนี้

$$q_1 = 2L_1^{3/4} \qquad q_2 = 5L_2^{3/4}$$

สมมติให้สังคมมีแรงงานทั้งหมด 100 หน่วย ถ้าจัดสรรแรงงานให้ผู้ผลิตแต่ละรายเท่ากันคือรายละ 50 หน่วย ปริมาณการผลิตทั้งหมดจะหาค่าได้ดังนี้

$$Q = q_1 + q_2 = 2(50)^{3/4} + 5(50)^{3/4} = 131.6$$

แต่ถ้ามีการจัดสรรแรงงาน โดยคำนึงถึงการเท่ากันของ marginal productivity ของผู้ผลิตแต่ละราย

$$\frac{\partial q_1}{\partial L_1} = 2(\frac{3}{4})L_1^{3/4-1} = \frac{3}{2}L_1^{-1/4}$$

$$\frac{\partial q_2}{\partial L_2} = 5(\frac{3}{4})L_2^{-1/4} = \frac{15}{4}L_2^{-1/4}$$

$$\frac{3}{2}L_1^{-1/4} = \frac{15}{4}L_2^{-1/4}$$

$$L_2^{1/4} = (\frac{2}{3})(\frac{15}{4})L_1^{1/4}$$

$$L_2^{1/4} = 2.5\,L_1^{1/4}$$

$$L_1 = .0256\ L_2$$

$$L_1 + L_2 = 100$$

$$.0256\ L_2 + L_2 = 100$$

$$L_2 = \frac{100}{1.0256} = 97.4$$

$$L_1 = 2.6$$

$$Q = q_1 + q_2 = 2(2.6)^{3/4} + 5(97.4)^{3/4} = 159.1$$

จะเห็นได้ว่าการจัดสรรทรัพยากรโดยคำนึงถึงการเท่ากันของ marginal productivity ของปัจจัยการผลิตของผู้ผลิตแต่ละรายจะทำให้ปริมาณการผลิตรวมเพิ่มขึ้น

การกำหนดปริมาณการผลิตอย่างมีประสิทธิภาพ

นอกจากการจัดสรรทรัพยากรจะช่วยให้การผลิตเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพแล้ว การกำหนดปริมาณการผลิตก็เป็นอีกปัจจัยหนึ่งที่สำคัญ ผู้ผลิตแต่ละรายสมควรที่จะผลิตสิ่งที่ตัวเองมีความถนัด

สมมติมีสินค้าสองชนิดคือสินค้า X และสินค้า Y ผลิตโดยผู้ผลิตสองราย สมการของเส้น production possibility frontier คือ

$$Y_i = f_i(X_i) \quad ; \quad i = 1, 2$$

สมมติผู้ผลิตต้องการผลิต X ให้ได้มากที่สุดภายใต้เงื่อนไข Y $= \overline{Y}$ จะเขียนเป็นสมการ Lagrangian function ได้ดังนี้

$$L = X_1 + X_2 + \lambda[\overline{Y} - f_1(X_1) - f_2(X_2)]$$

1st order condition

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 1 - \lambda \frac{\partial f_1}{\partial X_1} = 0$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 1 - \lambda \frac{\partial f_2}{\partial X_2} = 0$$

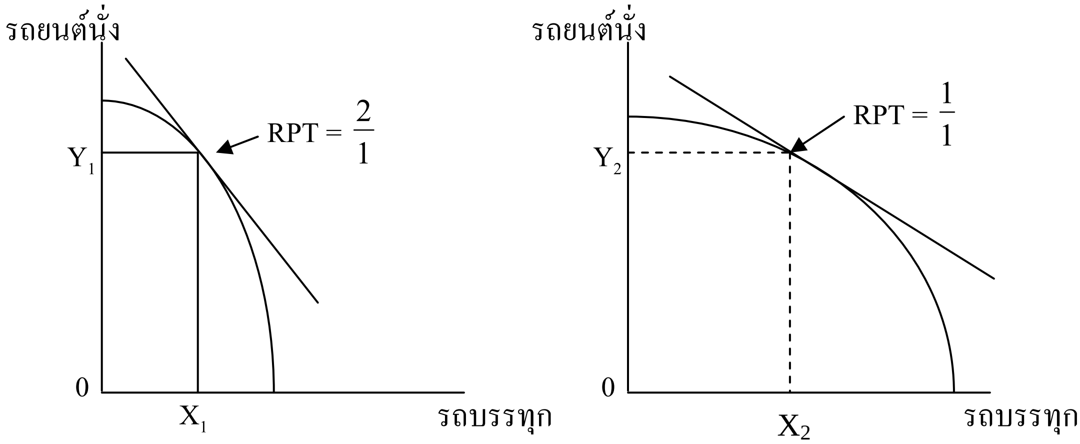
$$\frac{\partial f_1}{\partial X_1} = \frac{\partial f_2}{\partial X_2}$$

นั่นคือ RPT_{XY} ของผู้ผลิตแต่ละรายต้องมีค่าเท่ากัน

ทฤษฎี Comparative Advantage

David Ricardo ให้ความเห็นว่า แต่ละประเทศสมควรผลิตสินค้าที่ตนเองมีความได้เปรียบแล้วนำไปแลกเปลี่ยนกับสินค้าจากประเทศอื่นจะมีผลทำให้ผลผลิตสินค้าของโลกเพิ่มขึ้น จากรูปที่ 7.4

สมมติประเทศ A มีความได้เปรียบในการผลิตรถยนต์นั่งส่วนบุคคล ในขณะที่ประเทศ B มีความได้เปรียบในการผลิตรถบรรทุก



รูปที่ 7.4

จากรูปที่ 7.4 RPT ของประเทศ A เท่ากับ $\frac{2}{1}$ RPT ของประเทศ B เท่ากับ $\frac{1}{1}$ ประเทศ A สมควรผลิตรถยนต์นั่งให้มากขึ้น ในขณะที่ประเทศ B สมควรผลิตรถบรรทุกให้มากขึ้น จนกระทั่ง RPT ของทั้งสองประเทศเท่ากัน จะมีผลทำให้ประเทศทั้งสองดีขึ้น (better off) การพิจารณาดังกล่าวนี้พิจารณาเฉพาะ RPT โดยไม่ได้คำนึงถึง marginal productivity ของแต่ละประเทศ

Comparative Advantage

กำหนดให้ตารางแสดงต้นทุนส่วนเพิ่มของการผลิตไวน์ และการผลิตเสื้อผ้าของประเทศ A และ ประเทศ B เป็นดังนี้

	ต้นทุนส่วนเพิ่ม	
	ประเทศ A	ประเทศ B
ไวน์ (W)	8	2
เสื้อผ้า (C)	4	2

สมมติว่าเส้น PPC ของแต่ละประเทศเป็นเส้นตรง และให้แต่ละประเทศมีทรัพยากรทั้งหมด 100 หน่วย

สมการ PPC ของประเทศ A คือ $8W + 4C = 100$

สมการ PPC ของประเทศ B คือ $2W + 2C = 100$

RPT ของประเทศ A $= -\dfrac{dC}{dW} = 2$

RPT ของประเทศ B $= -\dfrac{dC}{dW} = 1$

ประเทศ B ได้เปรียบประเทศ A ในการผลิตสินค้าทั้งสองชนิดเนื่องจากต้นทุนเฉลี่ยต่ำกว่า แต่ทั้งสองประเทศก็ยังได้ประโยชน์จากการค้าระหว่างประเทศ เนื่องจากประเทศ B ได้เปรียบในการผลิตไวน์ ประเทศ A ได้เปรียบในการผลิตเสื้อผ้า

สมมติว่าก่อนมีการค้าระหว่างประเทศให้แต่ละประเทศใช้ปัจจัยการผลิตครึ่งหนึ่งของที่มีอยู่ทั้งหมดในการผลิตสินค้าแต่ละชนิด

ประเทศ A $W = \dfrac{50}{8} = 6.25$ หน่วย

$C = \dfrac{50}{4} = 12.5$

ประเทศ B $W = \frac{50}{2} = 25$

$C = \frac{50}{2} = 25$

ผลผลิตของโลกจะเพิ่มขึ้น ถ้าประเทศ A ผลิตไวน์น้อยลงและผลิตเสื้อผ้าเพิ่มขึ้น ถ้าประเทศ A ใช้ปัจจัยการผลิตที่มีอยู่ทั้งหมดในการผลิตเสื้อผ้า จะได้เสื้อทั้งหมด 25 หน่วย และถ้าประเทศ B ใช้ปัจจัยการผลิต 70 เปอร์เซ็นต์ในการผลิตไวน์ และใช้ปัจจัยการผลิต 30 เปอร์เซ็นต์ในการผลิตเสื้อผ้า ปริมาณการผลิตไวน์และเสื้อผ้าของประเทศ B จะเป็นดังนี้

$$W = \frac{70}{2} = 35$$

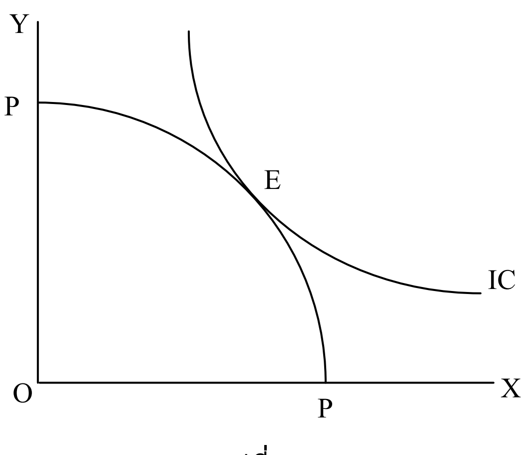
$$C = \frac{30}{2} = 15$$

จะเห็นได้ว่าปริมาณไวน์ทั้งหมดจะเพิ่มขึ้น 31.25 เป็น 35 และปริมาณเสื้อผ้าทั้งหมดจะเพิ่มจาก 37.5 เป็น 40 หน่วย โดยที่ปัจจัยการผลิตเท่าเดิม

ประสิทธิภาพการผลิตสินค้าสองชนิด

ในการที่จะบรรลุถึงจุด Pareto Optimality จำเป็นต้องวิเคราะห์ทั้งอรรถประโยชน์และเส้นความเป็นไปได้ในการผลิตโดยมีเงื่อนไขว่า MRS = RPT

สมมติว่าในสังคมมีผู้บริโภคหนึ่งราย บริโภคและผลิตสินค้าสองชนิดคือ สินค้า X และสินค้า Y



รูปที่ 7.5

จากรูปที่ 7.5 เส้น PP คือเส้นความเป็นไปได้ในการผลิตเส้นความพอใจเท่ากับ IC สัมผัสเส้น PP ที่จุด E จุด E จึงเป็นจุดที่ทำให้อรรถประโยชน์สูงสุด และจุด E อยู่บนเส้นความเป็นไปได้ในการผลิต แสดงว่าเป็นการผลิตที่ใช้ปัจจัยการผลิตที่มีอยู่ทั้งหมด การพิสูจน์ว่าที่จุดสัมผัสของเส้นความพอใจเท่ากันกับเส้นความเป็นไปได้ในการผลิตทำให้เกิดเงื่อนไข MRS = RPT

Minimize U(X, Y)

subject to T(X, Y) = 0

$$£ = U(X, Y) + \lambda [T(X, Y)]$$

$$\frac{\partial £}{\partial X} = \frac{\partial U}{\partial X} + \lambda \frac{\partial T}{\partial X} = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(1)$$

$$\frac{\partial £}{\partial Y} = \frac{\partial U}{\partial Y} + \lambda \frac{\partial T}{\partial Y} = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(2)$$

$$\frac{\partial £}{\partial \lambda} = T(X, Y) = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(3)$$

$$\frac{(1)}{(2)} ; \quad \frac{\partial U / \partial X}{\partial U / \partial Y} = \frac{\partial T / \partial X}{\partial T / \partial Y}$$

$$MRS_{XY} = RPT_{XY} = -\frac{dY}{dX}$$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้สังคมแห่งหนึ่งมีสมการอรรถประโยชน์ คือ $U(X, Y) = \sqrt{XY}$

และกำหนดให้สมการเส้นความเป็นไปได้ในการผลิตคือ $X^2 + 4Y^2 = 100$

ต้องการวิเคราะห์การจัดสรรทรัพยากรอย่างมีประสิทธิภาพและต้องการทราบว่าสังคมควรจะผลิตสินค้า X และสินค้า Y เท่าใดจึงจะมีประสิทธิภาพสูงสุด

เขียนสมการ Lagrangian function

$$£ = X^{1/2} Y^{1/2} + \lambda [X^2 + 4Y^2 - 100]$$

$$\frac{\partial £}{\partial X} = \frac{1}{2} X^{-1/2} Y^{1/2} + 2\lambda X = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(1)$$

$$\frac{\partial £}{\partial Y} = X^{1/2}\frac{1}{2}Y^{-1/2} + 8\lambda Y = 0 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_(2)}$$

$$\frac{\partial £}{\partial \lambda} = X^2 + 4Y^2 - 100 = 0 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_(3)}$$

$$\frac{(1)}{(2)}; \qquad \frac{Y}{X} = \frac{X}{4Y}$$

$$X^2 = 4Y^2$$

จาก (3) $\quad 4Y^2 + 4Y^2 = 100$

$$Y = \sqrt{12.5} = 3.54$$

$$X = \sqrt{50} = 7.07$$

การจัดสรรแรงงานเพื่อการผลิตสินค้าและบริการอย่างมีประสิทธิภาพ

เนื่องจากผู้ผลิตต้องการกำไรสูงสุด การหาค่ากำไรสูงสุดของผู้ผลิตไม่ได้จำกัดอยู่แต่เพียงการกำหนดปริมาณการผลิตที่จะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด แต่ผู้ผลิตอาจจะกำหนดปริมาณปัจจัยการผลิตที่จะทำให้ได้รับกำไรสูงสุด ดังสมการกำไรต่อไปนี้

$$\pi = TR(K, L) - TC(K, L)$$

1^{st} order condition สำหรับกำไรสูงสุดคือ

$$\frac{\partial \pi}{\partial K} = \frac{\partial TR}{\partial K} - \frac{\partial TC}{\partial K} = 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial L} = \frac{\partial TR}{\partial L} - \frac{\partial TC}{\partial K} = 0$$

หรือ $\quad \frac{\partial TR}{\partial K} = \frac{\partial TC}{\partial K}$

และ $\quad \frac{\partial TR}{\partial L} = \frac{\partial TC}{\partial L}$

แสดงว่าผู้ผลิตจะเพิ่มปริมาณสินค้าทุน และแรงงานจนกระทั่งรายรับส่วนเพิ่มเท่ากับต้นทุนส่วนเพิ่มจากการใช้ทุนเพิ่มขึ้น 1 หน่วย และรายรับส่วนเพิ่มเท่ากับต้นทุนส่วนเพิ่มจากการใช้แรงงานเพิ่มขึ้น 1 หน่วย

รายรับส่วนเพิ่มจากการใช้แรงงานเพิ่มขึ้น 1 หน่วย เรียกว่า “Marginal Revenue Product of Labor หรือ MRP_L”

$$MRP_L = \frac{\partial TR(q)}{\partial L} = \frac{\partial TR(q)}{\partial q} = \frac{\partial q}{\partial L}$$

$$= MR \cdot MP_L$$

สำหรับต้นทุนส่วนเพิ่มจากการใช้สินค้าทุนเพิ่มขึ้น 1 หน่วย ก็คือราคาสินค้าทุนนั่นเอง เขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\frac{\partial TC}{\partial K} = v$$

$$\frac{\partial TC}{\partial L} = w$$

ดังนั้น 1st order condition ของผู้ผลิตที่ต้องการกำไรสูงสุด คือ

$$MRP_K = v$$

$$MRP_L = w$$

การหาเงื่อนไขดังกล่าวข้างต้นอาจจะหาได้จาก Lagrangian function ดังนี้

Minimize $TC = vK + wL$

subject to

$$q_0 = f(K, L)$$

$$£ = vK + wL + \lambda[q_0 - f(K, L)]$$

$$\frac{\partial £}{\partial K} = v + \lambda\frac{\partial f}{\partial K} = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(1)$$

$$\frac{\partial £}{\partial L} = w - \lambda\frac{\partial f}{\partial L} = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(2)$$

$$\frac{\partial £}{\partial \lambda} = q_0 - f(K, L) = 0 \qquad \_\_\_\_\_\_(3)$$

$$\lambda\frac{\partial f}{\partial K} = v$$

$$\lambda\frac{\partial f}{\partial L} = w$$

λ หมายถึง การเปลี่ยนแปลงของต้นทุนเมื่อปริมาณผลผลิตเปลี่ยนแปลงหนึ่งหน่วย ซึ่งก็คือต้นทุนส่วนเพิ่ม (marginal cost)

$$MC \cdot MP_K = v$$

$$MC \cdot MP_L = w$$

ในกรณีที่ตลาดมีการแข่งขันอย่างสมบูรณ์ $P = MC$

ดังนั้น $P \cdot MP_K = v$

$$P \cdot MP_L = w$$

จากสมการ $w = P \cdot MP_L$ ถ้าให้ P คงที่ การลดลงของ MP_L จะทำให้ w ลดลง

<u>ตัวอย่าง</u> กรณีปัจจัยการผลิตหนึ่งชนิด

การผลิตสินค้าชนิดหนึ่งใช้ปัจจัยการผลิตเพียงชนิดเดียว คือ แรงงาน (L) โดยมีสมการการผลิตดังนี้

$$Q = 100\sqrt{L}$$

สมมติราคาสินค้าชนิดนี้เท่ากับ 50 บาท/หน่วย

จงหาจำนวนแรงงานที่จะทำให้ผู้ผลิตได้รับกำไรสูงสุด

$$TR = PQ = 50 \times 100\, L^{1/2}$$

$$\frac{dTR}{dQ} = 5000 \times \frac{1}{2} L^{-1/2} = MRP_L$$

สมมติว่าค่าจ้างแรงงานเท่ากับ 500 บาท/คน

$$w = MRP_L$$

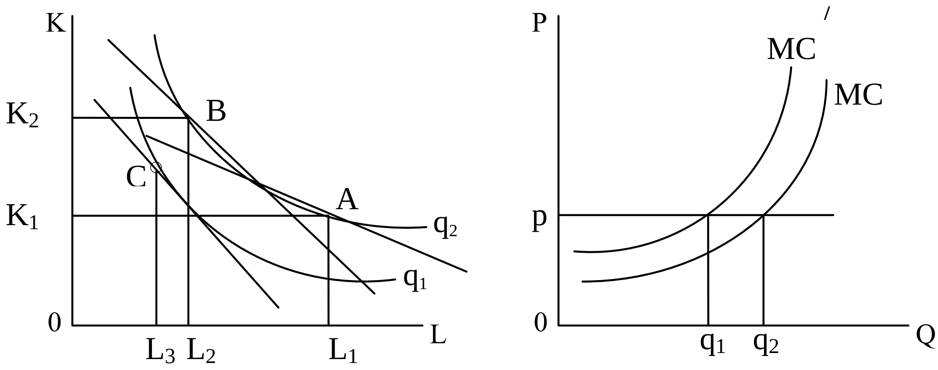
$$500 = 2500\, L^{-1/2}$$

$$L^{1/2} = 5$$

$$L = 25 \text{ คน}$$

การจัดสรรปัจจัยการผลิต กรณีปัจจัยการผลิตสองชนิด

กรณีที่ปัจจัยการผลิตทั้งสองชนิดสามารถใช้ทดแทนกันได้ เช่นเมื่อค่าแรงแพงขึ้น ผู้ผลิตใช้แรงงานน้อยลง และใช้สินค้าทุนเพิ่มขึ้น ดังรูปที่ 7.6 ก



(ก) (ข)

รูปที่ 7.6

ที่จุด A ผู้ผลิตใช้แรงงาน L_1 สินค้าทุน K_1 ปริมาณการผลิตอยู่ที่ระดับ q_2 เมื่อค่าแรงสูงขึ้น เส้นอัตราส่วน $\frac{P_L}{P_K}$ สัมผัสเส้น isoquant q_2 ที่จุด B ทำให้การใช้แรงงานลดลงเป็น L_2 และใช้สินค้าทุนเพิ่มขึ้นเป็น K_2 L_2 L_1 คือ substitution effect เนื่องจากต้นทุนการผลิตเพิ่มขึ้นทำให้เส้น isoquant ย้ายมาทางซ้ายมือเป็นเส้น q_1 เส้นอัตราส่วนราคาเส้นใหม่สัมผัสเส้น isoquant ที่จุด C การใช้แรงงานลดลงเหลือ L_3 L_3 L_2 คือ income effect จากรูปที่ 7.6 ข เมื่อค่าแรงเพิ่มขึ้นทำให้ต้นทุนส่วนเพิ่ม MC ย้ายมาทางซ้ายเป็น MC′ และเนื่องจากราคาสินค้าไม่เปลี่ยนแปลง ทำให้ปริมาณการผลิตลดลงจาก q_2 เป็น q_1

Labor Supply

แรงงานจำเป็นต้องจัดสรรเวลาสำหรับพักผ่อน และการทำงาน สมมติให้อรรถประโยชน์ของแรงงานขึ้นอยู่กับ การบริโภค (C) และจำนวนชั่วโมงของการพักผ่อน (H)

$$U = U(C, H)$$

เนื่องจากเวลาในแต่ละวันมีจำกัดแค่ 24 ชั่วโมง

ดังนั้น $L + H = 24$

โดยที่ L คือ จำนวนชั่วโมงการทำงาน

สมการแสดงรายได้ของผู้บริโภค (C)

$$C = wL$$

w คือ ค่าแรงต่อชั่วโมง

$$C = w(24 - H)$$

หรือ $C + wH = 24w$

แรงงานต้องการได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด แต่รายได้จากการทำงานสูงสุดคือ 24w แรงงานจึงต้องกำหนดว่าจะใช้จ่ายรายได้ไปในการบริโภคเท่าใด และจะพักผ่อนเท่าใด เขียนเป็นสมการเป้าหมาย และสมการเงื่อนไขได้ดังนี้

Maximize $U = U(C, H)$

Subject to

$$C + wH = 24w$$

เขียนเป็นสมการ Lagrangian function ได้ดังนี้

$$£ = U(C, H) + \lambda [C + wH - 24w]$$

$$\frac{\partial £}{\partial C} = \frac{\partial U}{\partial C} + \lambda = 0$$

$$\frac{\partial £}{\partial H} = \frac{\partial U}{\partial H} + \lambda w = 0$$

$$\frac{\partial U / \partial H}{\partial U / \partial C} = \frac{-\lambda w}{-\lambda} = w = MRS_{HC}$$

การวิเคราะห์ Labor Supply โดยใช้คณิตศาสตร์

สมมติให้รายได้ของแรงงานมาจากรายได้ที่เกิดจากการทำงาน และรายได้ที่ไม่ได้มาจากการทำงาน (N)

$$C = wL + N$$

L คือ จำนวนชั่วโมงการทำงาน

สมมติให้แรงงานต้องการอรรถประโยชน์สูงสุด โดยที่อรรถประโยชน์ขึ้นอยู่กับรายจ่ายในการบริโภค (C) กับจำนวนชั่วโมงการพักผ่อน (H)

Maximize $U = \sqrt{CH}$

โดยที่ $C = wL + N$

และ $H = 1 - L$

$$U^2 = CH = (wL + N)(1 - L)$$

$$= wL - wL^2 + N - NL$$

$$\frac{\partial U^2}{\partial L} = w - 2wL - N = 0$$

$$L = \frac{1}{2} - \frac{N}{2w}$$

จะเห็นได้ว่าจำนวนชั่วโมงการทำงาน (L) ขึ้นอยู่กับรายได้ที่ไม่ได้เกิดจากการทำงาน (N) และค่าจ้าง (w) ถ้าค่าจ้างเพิ่มขึ้นจำนวนชั่วโมงการทำงานจะเพิ่มขึ้น ถ้ารายได้ที่ไม่ได้เกิดจากการทำงานเพิ่มขึ้นจำนวนชั่วโมงการทำงานจะลดลง และถ้า N เท่ากับศูนย์ จำนวนชั่วโมงการทำงานจะเท่ากับครึ่งหนึ่งของเวลาทั้งหมดที่มีอยู่โดยไม่คำนึงว่าค่าแรงจะเท่ากับเท่าใด

7.3 การหาปริมาณการบริโภคสินค้าสองชนิดโดยผู้บริโภคสองราย

กำหนดให้ผู้บริโภคมีสองราย คือ A และ B แต่ละรายบริโภคสินค้าสองชนิดคือ X และ Y โดยที่ X_A และ Y_A คือปริมาณสินค้า X และ Y ที่บริโภคโดย A X_B และ Y_B คือปริมาณสินค้า X และ Y ที่บริโภคโดย B เงื่อนไขของการบริโภคที่จะทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดเป็นดังนี้

$$MRS^A_{XY} = \frac{MU^A_X}{MU^A_Y} = MRS^B_{XY} = \frac{MU^B_X}{MU^B_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$$

<u>ตัวอย่าง</u> กำหนดให้ฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ของ A และ B เป็นดังนี้

$$U_A = X_A^{1/4} Y_A^{3/4}$$

$$U_B = X_B Y_B^{1/2}$$

ให้สินค้า Y มีทั้งหมด 200 หน่วย สินค้า X มีทั้งหมด 300 หน่วย และกำหนดให้ราคาสินค้า X และ Y เท่ากับ 1 บาท และ 4 บาทต่อหน่วย ตามลำดับ จงหาปริมาณการบริโภคสินค้า X และสินค้า Y ของผู้บริโภคทั้งสองราย

$$MU_X^A = \frac{\partial U_A}{\partial X_A} = \frac{1}{4} X_A^{-3/4} Y_A^{3/4}$$

$$MU_Y^A = \frac{\partial U_A}{\partial Y_A} = X_A^{1/4} \frac{3}{4} Y_A^{-1/4}$$

$$\frac{MU_X^A}{MU_Y^A} = \frac{Y_A}{3X_A} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{1}{4}$$

$$4Y_A = 3X_A$$

$$X_A = \frac{4}{3} Y_A$$

$$MU_X^B = \frac{\partial U_B}{\partial X_B} = Y_B^{1/2}$$

$$MU_Y^B = \frac{\partial U_B}{\partial Y_B} = X_B \frac{1}{2} Y_B^{-1/2}$$

$$\frac{MU_X^B}{MU_Y^B} = \frac{2Y_B}{X_B} = \frac{P_X}{P_Y} = \frac{1}{4}$$

$$X_B = 8Y_B$$

$$Y_A + Y_B = 200 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_(1)}$$

$$X_A + X_B = 300 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_(2)}$$

แทนค่า $X_A = \frac{4}{3} Y_A$ และ $X_B = 8Y_B$ ใน (2)

$$\frac{4}{3} Y_A + 8Y_B = 300 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_(3)}$$

$$4Y_A + 24Y_B = 900 \qquad \text{\_\_\_\_\_\_(4)}$$

(1) ×4 ; $4Y_A + 4Y_B = 800$ ______(5)

(4) – (5) ; $20Y_B = 100$

$Y_B = 5 \qquad Y_A = 195$

$X_B = 8Y_B = 8 \times 5 = 40$

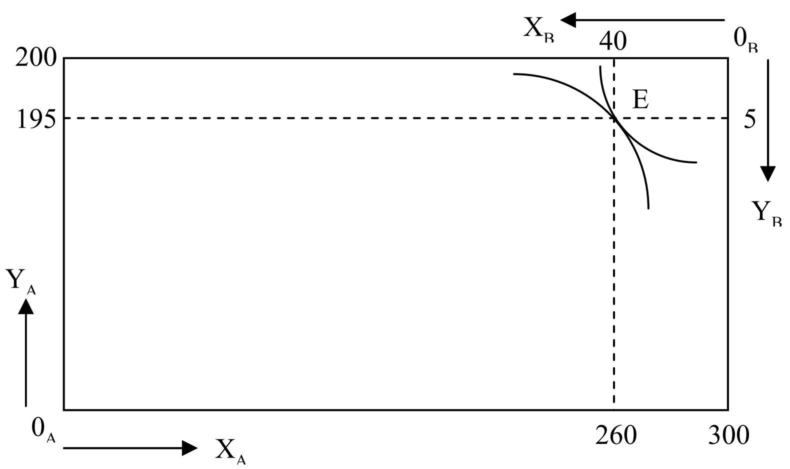
$X_A = 300 - 40 = 260$

$X_A = 260 \qquad Y_A = 195$

$X_B = 40 \qquad Y_B = 5$

A บริโภค X และ Y มากกว่า B แสดงว่า A มีอำนาจในสังคมมากกว่า B

แสดงโดย Edgeworth Box Diagram ดังนี้



แบบทดสอบ

7.1 กำหนดให้ฟังก์ชั่นการผลิตสินค้า X และสินค้า Y คือ

$$Q_X = 100K_X^{1/2}L_X^{1/2}$$

$$Q_Y = 50K_Y L_Y^2$$

และกำหนดให้จำนวนแรงงานมีทั้งหมด 400 หน่วย จำนวนสินค้าทุนมีทั้งหมด 100 หน่วย และให้ค่าแรงเท่ากับ 200 บาท/หน่วย ราคาสินค้าทุนเท่ากับ 400 บาท/หน่วย จงหาปริมาณการผลิตสินค้า X และสินค้า Y และหาปริมาณปัจจัยการผลิตที่ต้องใช้ในการผลิตสินค้าดังกล่าว

7.2 กำหนดให้ฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ของผู้บริโภคสองราย A และ B คือ

$$U_A = 100\, X_A\, Y_A \quad ; \qquad U_B = 50\, X_B\, Y_B^{1/2}$$

และกำหนดให้มีสินค้า X และสินค้า Y ทั้งหมดเท่ากับ 400 และ 500 หน่วย ตามลำดับ ราคาสินค้า X และราคาสินค้า Y เท่ากับ 2 บาท และ 4 บาทต่อหน่วย ตามลำดับ จงหาปริมาณการบริโภคสินค้า X และสินค้า Y ของผู้บริโภค A และ B ที่จะทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุด เขียนรูป Edgeworth Box Diagram ประกอบคำอธิบาย

7.3 กำหนดให้สังคมผลิตสินค้าสองชนิดคือ C และ M กำหนดให้สมการของเส้น production possibility frontier คือ

$$C + 2M = 600$$

ก. จงเขียนเส้น PPF

ข. กำหนดให้สัดส่วนของการบริโภค C ต่อ M คือ 2 ต่อ 1 ผู้ผลิตสมควรผลิต C และ M อย่างละเท่าใด

7.4 กำหนดให้สมการ PPF ของการผลิตสินค้า X และ Y คือ

$$X^2 + 2Y^2 = 900$$

ก. จงเขียนเส้น PPF

ข. กำหนดให้ Y = 2X สังคมสมควรจะผลิต X และ Y อย่างละเท่าใด

7.5 กำหนดให้สังคมผลิตสินค้าสองชนิดคือ สินค้า X และ Y

ฟังก์ชั่นการผลิตสินค้า X คือ

$$X = K_X^{1/2} L_X^{1/2}$$

ฟังก์ชั่นการผลิตสินค้า Y คือ

$$Y = K_Y^{1/3} L_Y^{2/3}$$

กำหนดให้มีสินค้าทุน (K) ทั้งหมด 100 หน่วย

$$K_X + K_Y = 100$$

และให้มีแรงงานทั้งหมด 200 หน่วย

$$L_X + L_Y = 200$$

จงหาปริมาณปัจจัยการผลิตที่ใช้ในการผลิตสินค้า X และสินค้า Y ที่จะทำให้เกิดประสิทธิภาพสูงสุดในการผลิต สมมติว่า $P_L = 1$ และ $P_K = 2$