บทที่ 4

การผลิตและต้นทุนการผลิต

(Production and Cost of Production)

วัตถุประสงค์ของผู้ผลิตทุกคนก็คือ ต้องการที่จะดำเนินการผลิตเพื่อให้ได้ผลผลิตมากที่สุด หรือดำเนินการผลิตสินค้าโดยเสียต้นทุนต่ำสุด ทั้งนี้เพราะการผลิตมีความสัมพันธ์โดยตรงกับต้นทุนการผลิต การผลิตที่ใช้ปัจจัยไม่มีประสิทธิภาพจะมีผลให้ต้นทุนการผลิตสูงขึ้น ดังนั้น ผู้ผลิตจึงต้องการใช้ปัจจัยการผลิตที่มีประสิทธิภาพให้เสียต้นทุนการผลิตต่ำสุด ซึ่งจะมีผลทำให้ผู้ผลิตได้รับกำไรมากที่สุด การศึกษาทฤษฎีการผลิตจะเป็นหลักเกณฑ์หรือแนวทางในการผลิตของผู้ผลิตเพื่อให้ได้ผลผลิตมากที่สุดหรือเสียต้นทุนต่ำสุด ซึ่งมีผลให้ได้กำไรมากที่สุด

การศึกษาทฤษฎีการผลิตมี 2 แนวทางคือ ทฤษฎีการผลิตแบบดั้งเดิม (Traditional Approach) ซึ่งเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิตและผลผลิตโดยอาศัยฟังก์ชั่นการผลิต (Production function) การศึกษาตามแนวทางนี้จึงอาจเรียกได้ว่าเป็นการศึกษาความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิตกับผลผลิต(Input - Output Approach) ซึ่งแสดงได้ด้วยเส้นผลผลิตทั้งหมด(TP) ผลผลิตเฉลี่ย (AP) และผลผลิตเพิ่ม (MP) ส่วนอีกแนวทางหนึ่งคือ การศึกษาทฤษฎีการผลิตโดยใช้เส้นผลผลิตเท่ากันและเส้นต้นทุนเท่ากัน(Isoquant – Isocost Approach) หรือเป็นการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยกับปัจจัย(Input - Input Approach)

หน่วยผลิตเป็นผู้ผลิตสินค้าโดยการนำปัจจัยการผลิตมาเปลี่ยนรูปให้เป็นผลผลิต ซึ่งเรียกว่า ฟังก์ชั่นการผลิต (production function) โดยจะแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตและผลผลิต โดยบอกให้ทราบถึงปริมาณของผลผลิตขึ้นอยู่กับจำนวนปัจจัยการผลิตที่ใช้ในการผลิต

ในการวิเคราะห์หน่วยผลิตคล้ายกับการวิเคราะห์ผู้บริโภค กล่าวคือ ผู้บริโภคซื้อ

สินค้าโดยหวังจะได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดจากการบริโภคสินค้าด้วยรายได้ที่มีอยู่อย่างจำกัด ส่วนผู้ผลิตซื้อปัจจัยในการผลิตด้วยหวังจะนำไปผลิตสินค้าโดยต้องการที่จะได้ปริมาณผลผลิตสูงสุดด้วยต้นทุนระดับที่มีอยู่ แต่โดยทั่วไปต้นทุนของผู้ประกอบการสามารถเปลี่ยนแปลงไป และผู้ประกอบการต้องการได้รับกำไรสูงสุด

ในบทนี้จะพิจารณาฟังก์ชั่นการผลิตในระยะสั้นและระยะยาว ความยืดหยุ่นของการผลิต ส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่เหมาะสม ความยืดหยุ่นของการทดแทนกันของปัจจัย ตลอดจนถึงฟังก์ชั่นการผลิตที่มีสัดส่วนการใช้ปัจจัยในอัตราคงที่ และการพิจารณาผลตอบแทนต่อขนาด เมื่อการผลิตแบ่งเป็นการผลิตระยะสั้นและระยะยาวในการพิจารณาถึงต้นทุนการผลิตจึงศึกษาถึงต้นทุนการผลิตในระยะสั้นและระยะยาว

ฟังก์ชั่นการผลิต (Production Function)

ฟังก์ชั่นในการผลิต (Production Function) จะแสดงให้เห็นถึงจำนวนของผลผลิตที่ผู้ผลิตผลิตได้ด้วยการใช้ปัจจัยการผลิตจำนวนหนึ่งภายใต้เทคนิคที่มีอยู่ นั่นคือ ฟังก์ชั่นการผลิตจะอธิบายความสัมพันธ์ระหว่างปัจจัยการผลิตและผลผลิต

ดังนั้น **ผลผลิตรวม หรือผลผลิตทั้งหมด (Total (Physical) Product : TPP หรือ TP หรือ Q)** หมายถึง ผลผลิตทั้งหมดที่ได้รับจากการใช้ปัจจัยแปรผัน

ถ้าให้

Q = ปริมาณผลผลิตทั้งหมด (Total (Physical) Product : TP หรือ TPP)

$X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ = ปริมาณปัจจัย $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ ที่ใช้ในการผลิต

ปริมาณผลผลิตจะมากน้อยเพียงใดจะขึ้นอยู่กับจำนวนของปัจจัยที่ใช้ในการผลิต ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิต (Production Function) แสดงโดย Q ขึ้นอยู่กับ (หรือเป็นฟังก์ชั่นของ) $X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n$ นั่นคือ

$$Q = f(X_1, X_2, X_3, \ldots, X_n)$$

ระยะเวลาในการผลิต

การดำเนินการผลิตในทางเศรษฐศาสตร์แบ่งออกเป็น 2 ระยะคือ การผลิตในระยะสั้นและการผลิตในระยะยาว

ระยะเวลาสั้น (Short-run) หมายถึง ระยะเวลาที่ไม่นานพอที่จะเปลี่ยนแปลงปัจจัยบางตัวได้เมื่อต้องการขยายปริมาณผลผลิต ดังนั้นการผลิตในระยะสั้นจึงประกอบด้วยปัจจัย 2 ประเภทคือ ปัจจัยคงที่ (Fixed inputs) และปัจจัยแปรผัน (Variable inputs)

ปัจจัยคงที่ (Fixed inputs) หมายถึง ปัจจัยที่คงที่ตลอดในกระบวนการผลิต ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้เมื่อต้องการขยายปริมาณการผลิตอันเนื่องจากต้องใช้ระยเวลาในการประกอบและติดตั้งหรือก่อสร้าง หรือใช้เวลาในการสั่งซื้อ ปัจจัยคงที่ที่ใช้ในการผลิตสินค้าชนิดหนึ่งอาจมีมากกว่าหนึ่งชนิดก็ได้ เช่น จำนวนที่ดิน ขนาดของโรงงาน เครื่องจักร ฯลฯ ซึ่งในระยะสั้นไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้

ปัจจัยแปรผัน (Variable inputs) หมายถึง ปัจจัยที่ผู้ผลิตสามารถเปลี่ยนแปลงได้เมื่อเปลี่ยนแปลงปริมาณผลผลิต

สำหรับ**ระยะยาว(Long-run)** หมายถึงระยะเวลานานพอที่ปัจจัยทุกตัวสามารถเปลี่ยนแปลงได้เมื่อต้องการขยายปริมาณการผลิต ดังนั้นในระยะยาวปัจจัยทุกชนิดจะเป็นปัจจัยแปรผัน

ฟังก์ชั่นการผลิตสำหรับผลิตสินค้าชนิดเดียว

สมมติในการผลิตสินค้าชนิดหนึ่ง (Q) ต้องใช้ปัจจัย 2 ชนิด คือ X_1 และ X_2 ดังนั้น ฟังก์ชั่นการผลิต (production function) ซึ่งเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิตและผลผลิต คือ

$$Q = f(X_1, X_2)$$

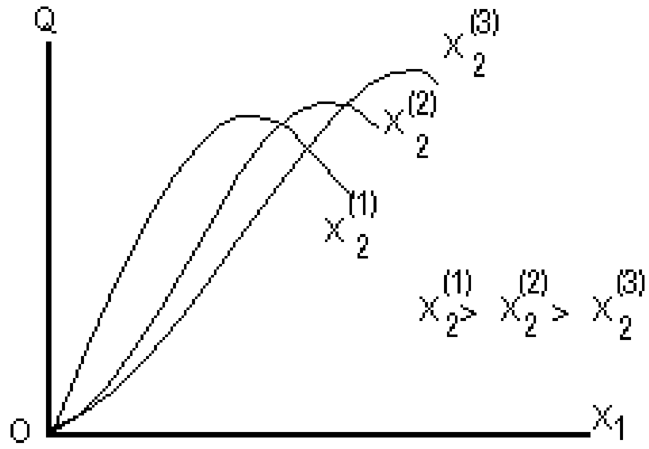
ถ้าสมมติให้ X_2 เป็นปัจจัยที่ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ในช่วงเวลาที่กำลังพิจารณา หรือเป็นปัจจัยคงที่ (fixed input) ดังนั้นปริมาณผลผลิต Q ซึ่งสามารถผลิตได้จากการเปลี่ยนแปลงการใช้ปัจจัย X_1 เมื่อปัจจัยการผลิต X_2 ถูกกำหนดให้คงที่เท่ากับ $X2^0$ คือ

$$Q = f(X_1, X_2^0)$$

นั่นคือ ปริมาณผลผลิต Q จะขึ้นอยู่กับจำนวนของปัจจัยการผลิต X_1 เท่านั้น

ความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณผลผลิต Q และปัจจัยการผลิต X_1 จะเปลี่ยนแปลงไป ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงของ X_2^0 ดังแสดงในรูปที่ 4 – 1

รูปที่ 4 – 1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิต และปริมาณปัจจัยแปรผัน



รูปที่ 4 – 1 แสดงให้เห็นความสัมพันธ์ของปริมาณผลผลิต Q และปัจจัยการผลิต X_1 สำหรับจำนวนของ X_2^0 ที่แตกต่างกันไป โดยเส้นผลผลิตทั้งหมดที่อยู่ทางด้านซ้ายของเส้นอื่น ๆ จะแสดงให้เห็นถึงจำนวนของปัจจัยคงที่ X_2^0 มากกว่าเส้นผลผลิตทั้งหมดทางด้านขวามือ นั่นคือ $X_2(1) > X_2(2) > X_2(3)$ ทั้งนี้เพราะโดยปกติแล้ว การ

เพิ่มขึ้นของจำนวน X_2^0 จะมีผลทำให้มีการลดลงของการใช้ปัจจัยแปรผัน X_1 ที่ใช้ในการผลิตสินค้าในแต่ละระดับของปริมาณผลผลิต

ฟังก์ชั่นการผลิตระยะสั้น

ในการผลิตเป็นการผลิตในระยะสั้น มี 2 ประเภท คือ ปัจจัยคงที่และปัจจัยแปรผัน เมื่อใช้ปัจจัยแปรผันเข้าทำงานร่วมกับปัจจัยคงที่จะได้รับผลผลิตออกมาเรียกว่าผลผลิตรวมหรือผลผลิตทั้งหมด

ดังนั้น ผลผลิตรวม (Total (Physical) Product: TPP หรือ TP) ในระยะสั้น จึงหมายถึง ผลผลิตทั้งหมดที่ได้รับจากการใช้ปัจจัยแปรผันจำนวนต่าง ๆ ที่ทำงานร่วมกับปัจจัยคงที่

ฟังก์ชั่นการผลิต จึงแสดงในรูปสมการ คือ

$$Q = f(X, F)$$

โดยที่ Q = ปริมาณผลผลิตทั้งหมด (TP)

X = จำนวนของปัจจัยแปรผัน

F = จำนวนของปัจจัยคงที่

ผลผลิตเฉลี่ย (Average (Physical) Product: AP หรือ APP) หมายถึง ผลผลิตทั้งหมดที่คิดเฉลี่ยต่อ 1 หน่วยของปัจจัยแปรผัน

$$AP_X = \frac{TP}{X} = \frac{Q}{X}$$

ผลผลิตหน่วยสุดท้ายหรือผลผลิตเพิ่ม (Marginal (Physical) Product: MP หรือ MPP) หมายถึงผลผลิตทั้งหมดที่เปลี่ยนแปลงไป เมื่อใช้ปัจจัยแปรผันเปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย

$$MP_X = \frac{\Delta TP}{\Delta X} = \frac{\Delta Q}{\Delta X}$$

ในกรณีที่ปัจจัย X แบ่งออกเป็นหน่วยย่อย ๆ ได้อย่างเต็มที่ปัจจัย X จะผันแปรอย่างต่อเนื่อง ผลผลิตเพิ่ม (MP) จะหาได้จากการหาค่าอนุพันธ์ย่อย (partial derivative)

ของ TP หรือ Q มุ่งตรงต่อ X

$$MP_X = \frac{\partial Q}{\partial X}$$

ถ้าสมมุติในการทำเหมือนแร่ยูเรเนียม ผู้ผลิตใช้ปัจจัย 2 ชนิด คือ เครื่องจักร(K) และ แรงงาน(L) โดยเครื่องจักรที่ใช้ในการขุดแร่คิดวัดเป็นกำลังม้าโดยมีขนาดต่าง ๆ กัน ในระยะเวลาที่กำหนดให้

ดังนั้น ฟังก์ชั่นการผลิต (production function) ซึ่งเป็นการอธิบายความสัมพันธ์ของปัจจัยการผลิตได้แก่เครื่องจักร (K) และแรงงงาน (L) กับปริมาณผลผลิตแร่ยูเรเนียม (Q) มีรูปสมการ คือ

$$Q = f(L, K)$$

การใช้แรงงานและเครื่องจักรที่มีอยู่ได้ผลผลิตทั้งหมดของแร่ดังต่อไปนี้

ตารางที่ 4 - 1 ผลผลิตทั้งหมดของแร่ยูเรเนียม

คิดเป็นตัน

จำนวนคนงาน	ขนาดเครื่องจักร (K) (กำลังม้า)							
(L) (คน)	250	500	750	1,000	1,250	1,500	1,750	2,000
1	1	3	6	10	16	16	16	13
2	2	6	16	24	29	29	44	44
3	4	16	29	44	55	55	55	50
4	6	29	44	55	58	60	60	55
5	16	43	55	60	61	62	62	60
6	29	55	60	62	63	63	63	62
7	44	58	62	63	64	64	64	64
8	50	60	62	63	64	65	65	65
9	55	59	61	63	64	65	66	66
10	52	56	59	62	64	65	66	67

ถ้าสมมุติว่าขนาดของเครื่องจักรในการทำเหมืองแร่ยูเรเนียม เป็นปัจจัยคงที่ โดยสมมุติว่าผู้ผลิตมีขนาดของอุปกรณ์ในการทำเหมืองแร่ขนาดคงที่เท่ากับ 750 กำลังแรงม้า และใช้แรงงานเป็นปัจจัยแปรผันจะได้ฟังก์ชั่นการผลิต (production function)ระยะสั้น คือ

$$Q = (L, \bar{K}) = f(L)$$

และจากความสัมพันธ์ในตารางที่ 4 – 1 จะได้ปริมาณผลผลิตทั้งหมด(TP: Q) และสามารถหาผลผลิตเฉลี่ย (AP)และผลผลิตหน่วยสุดท้าย(MP) ได้ดังนี้

ตารางที่ 4 – 2 แสดงผลผลิตทั้งหมด ผลผลิตเฉลี่ยและผลผลิตหน่วยสุดท้าย

จำนวนคนงาน (L)	ผลผลิตทั้งหมด TP=Q	ผลผลิตเพิ่มของแรงงาน $MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L}$	ผลผลิตเฉลี่ยของแรงงาน $AP_L = \frac{Q}{L}$
0	0	-	-
1	6	6	6
2	16	10	8
3	29	13	9.67
4	44	15	11
$\boxed{5}$	55	$\boxed{11}$	$\boxed{11}$
6	60	3	10
7	62	2	8.86
$\boxed{8}$	$\boxed{62}$	$\boxed{0}$	7.75
9	61	-1	6.78
10	59	-2	5.9

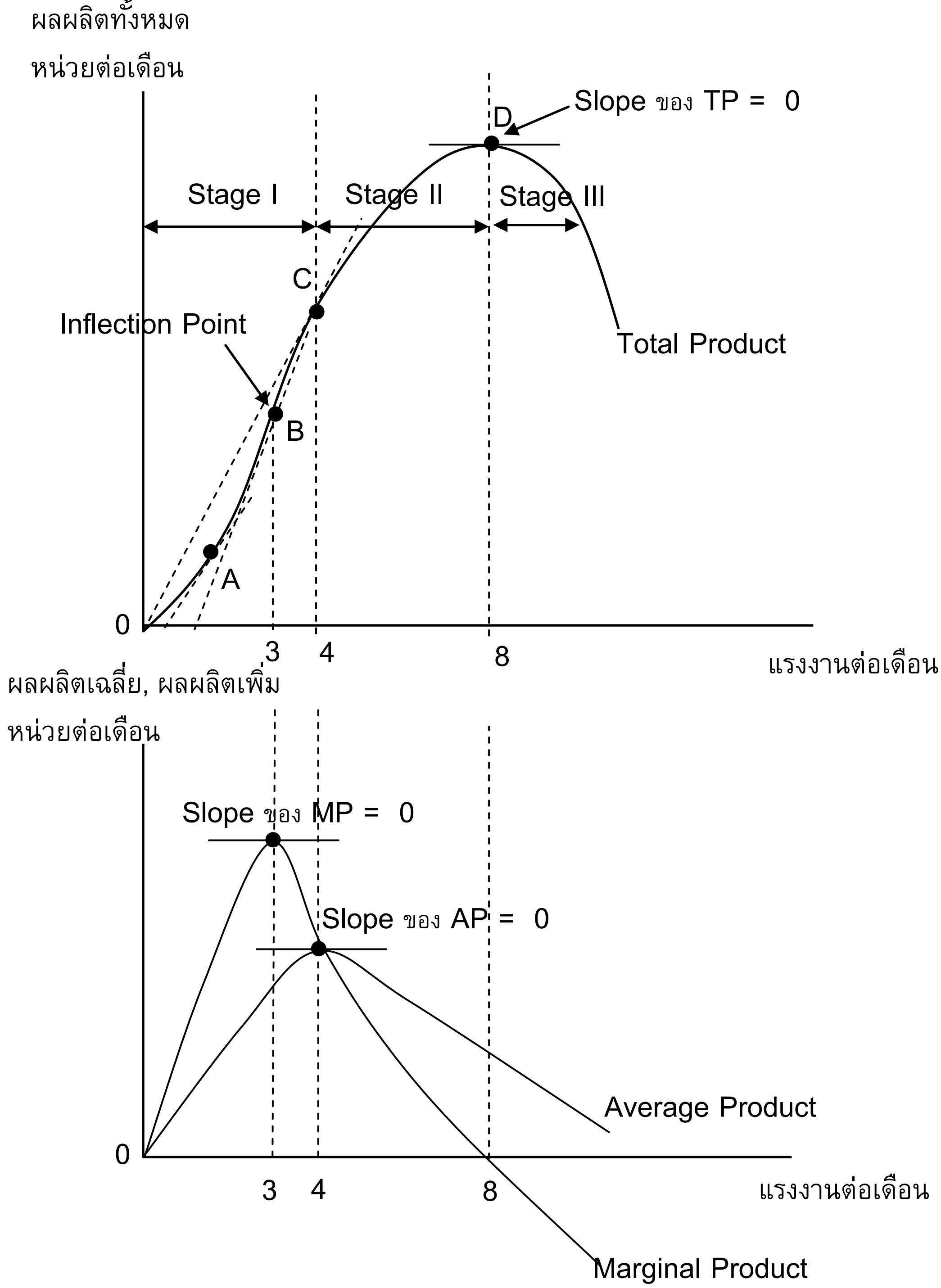
กฎการลดน้อยถอยลงของผลตอบแทนหน่วยเพิ่ม (Law of Diminishing Marginal Returns)

กฎการลดน้อยถอยลงของผลตอบแทนเกิดขึ้นเมื่อผู้ผลิตเพิ่มการใช้ปัจจัยการผลิตชนิดใดชนิดหนึ่งแต่เพียงชนิดเดียวขึ้นเรื่อย ๆ (ในที่นี้คือ แรงงาน) เพื่อใช้ร่วมกับปัจจัยการผลิตชนิดอื่นที่มีอยู่คงที่(ในที่นี้ คือ ปัจจัยทุนหรือเครื่องจักร) แล้วมีผลทำให้ผลได้จากปัจจัยแต่ละหน่วยที่เพิ่มขึ้นหรือผลผลิตเพิ่ม(MP) มีค่าลดลง

จากตารางจะเห็นว่ากฎผลตอบแทนลดน้อยถอยลงเข้ามามีบทบาทเมื่อมีการใช้แรงงานตั้งแต่ 4 หน่วยขึ้นไป จนถึงการใช้แรงงานจำนวน 8 หน่วย

นำค่าที่ได้จากตารางมาเขียนรูปที่ 4 – 1 จะได้เส้น TP, AP และ MP และจากตารางที่ 4 – 2 จะพบว่า การใช้ปัจจัยแปรผัน (คนงาน) ทำงานร่วมกันปัจจัยคงที่ (เครื่องจักรขุดแร่ที่มีขนาด 750 กำลังม้า) ในระยะแรกผลผลิตทั้งหมดจะเพิ่มขึ้นจนถึงจุดหนึ่งคือเมื่อใช้คนงานจำนวนเท่ากับ 8 คน ผลผลิตทั้งหมดจะมีค่าสูงสุด และการใช้คนงานเพิ่มจำนวนขึ้นไปอีกผลผลิตทั้งหมดจะลดลง

รูปที่ 4 – 1 ความสัมพันธ์ของเส้นผลผลิตทั้งหมดผลผลิตเฉลี่ย และผลผลิตเพิ่ม



จากรูปที่ 4 – 1 ในช่วงที่ TP กำลังเพิ่มขึ้น จะพบว่าการเพิ่มขึ้นของ TP แบ่งเป็น 2 ช่วง คือ ช่วงที่ TP เพิ่มขึ้นในอัตราที่เพิ่ม (TP is increased at increasing rate) โดยจะเห็นว่า MP มีค่าเพิ่มขึ้น แสดงให้เห็นว่าในการดำเนินการผลิตได้รับผลตอบแทนเพิ่มขึ้น (Increasing Returns) ซึ่งจากตารางที่ 4 – 2 จะอยู่ในช่วงการใช้แรงงานตั้งแต่คนที่ 1 ถึงคนที่ 5 และช่วง TP เพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง (TP is increased at decreasing rate) โดยจะเห็นว่า MP มีค่าลดลงแต่ยังคงมากกว่าศูนย์ แสดงให้เห็นว่าในการดำเนินการผลิตได้รับผลตอบแทนลดน้อยถอยลง (Diminishing Returns) ซึ่งเป็นไปตามกฎการลดน้อยถอยลงของผลตอบแทน (Law of Diminishing Returns) ซึ่งกล่าวว่า เมื่อใช้ปัจจัยแปรผันเพิ่มขึ้นทีละหนึ่งหน่วยเข้ามาทำงานร่วมกับปัจจัยคงที่จะทำให้ผลผลิตเพิ่มของปัจจัยแปรผันลดลง ซึ่งจากตารางที่ 4 – 2 จะอยู่ในช่วงที่ใช้คนงานตั้งแต่ 5 คน จนถึงคนงานคนที่ 8

ในช่วงที่ TP ลดลง ค่าของ MP ติดลบ ซึ่งแสดงว่าการดำเนินการผลิตได้รับผลตอบแทนติดลบ (Negative Returns) จากตารางที่ 4 – 2 จะอยู่ในช่วงการใช้แรงงานตั้งแต่คนที่ 9 เป็นต้นไป

ความสัมพันธ์ของ TP , MP และ AP

เมื่อ TP สูงสุด MP จะเท่ากับศูนย์ และเมื่อ TP ลดลง MP จะมีค่าติดลบทั้งนี้เพราะ Slope ของเส้น TP = $\frac{\Delta TP}{\Delta L}$ = MP

ช่วงที่ MP มีค่าเพิ่มขึ้น TP เพิ่มขึ้นในอัตราที่เพิ่มขึ้น และเมื่อ MP มีค่าลดลง แต่ยังมีค่าเป็นบวก TP เพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง

เมื่อ AP มีค่าสูงสุด MP จะเท่ากับ AP หรือถ้าพิจารณาจากรูปคือเมื่อจ้างแรงงานเท่ากับ 4 หน่วย

เมื่อ AP กำลังมีค่าเพิ่มขึ้น MP จะสูงกว่า AP และ เมื่อ AP กำลังมีค่าลดลง AP จะสูงกว่า MP หรือ ถ้าพิจารณาจากรูปคือเมื่อจ้างแรงงานน้อยกว่า 4

หน่วย MP จะสูงกว่า AP แต่เมื่อจ้างแรงงานมากกว่า 4 หน่วย AP จะสูงกว่า MP

ค่าของ AP สามารถหาได้จากค่า Slope ของเส้นที่ลากจากจุด origin มายังจุดต่าง ๆ บนเส้น TP

ค่าของ MP หาได้จากค่า Slope ของเส้นที่ลากมาสัมผัสจุดต่าง ๆ บนเส้น TP

ความสัมพันธ์ของ AP และ MP ทางคณิตศาสตร์

เนื่องจาก Slope ของ AP $= \frac{d}{dL}\left(\frac{Q}{L}\right)$

$$= \frac{\frac{dQ}{dL} - \frac{Q}{L}}{L}$$

$$= \frac{MP - AP}{L}$$

ถ้า Slope ของ AP > 0 จะได้ MP > AP

ถ้า Slope ของ AP = 0 จะได้ MP = AP

ถ้า Slope ของ AP < 0 จะได้ MP < AP

ขั้นการผลิต (Stages of Production)

นักเศรษฐศาสตร์ได้แบ่งขั้นการผลิต โดยพิจารณาจากประสิทธิภาพโดยเฉลี่ยของปัจจัยแปรผันออกเป็น 3 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 (Stage I) จะเป็นช่วงของการใช้ปัจจัยแปรผัน ในช่วงที่ AP กำลังเพิ่มขึ้น และสิ้นสุดตรงที่ AP มีค่าสูงสุด ในขั้นนี้ผลผลิตทั้งหมดเพิ่มขึ้นในอัตราที่เพิ่มและเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง ค่าของ MP มากกว่า AP และ ณ จุดที่ AP มีค่าสูงสุดค่าของ AP = MP จะเป็นเส้นแบ่งขั้นการผลิตขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2

ขั้นที่ 2 (Stage II) จะเป็นช่วงของการใช้ปัจจัยแปรผันแล้วทำให้ AP ลดลง และสิ้นสุดตรงที่ TP สูงสุด นั่นคือค่าของ MP เท่ากับศูนย์ ในขั้นนี้ผลผลิตทั้งหมดเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลงผลผลิตเพิ่ม (MP) มีค่าลดลงแต่ยังมากกว่าศูนย์ และค่าของ AP มากกว่า MP

ขั้นที่ 3 (Stage III) จะเป็นช่วงของการใช้ปัจจัยแปรผันแล้วทำให้ TP ลดลง ค่าของ MP ติดลบ แสดงว่ามีการใช้ปัจจัยแปรผันมากเกินไปเมื่อเทียบกับปัจจัยคงที่ ทำให้เมื่อมีการใช้ปัจจัยแปรผันเพิ่มขึ้น ผลผลิตทั้งหมดลดลง ดังนั้นถึงแม้ว่าผู้ผลิตจะได้ปัจจัยแปรผันโดยไม่เสียค่าใช้จ่าย ผู้ผลิตที่มีเหตุผลจะไม่ดำเนินการผลิตในขั้นนี้

การใช้ปัจจัยแปรผันที่เหมาะสมจะอยู่ในการผลิตขั้นที่ 2 (Stage II) ทั้งนี้เนื่องจากในการดำเนินการผลิตในขั้นที่ 1 (Stage I) ปัจจัยแปรผันมีน้อยเกินไปเมื่อเทียบกับปัจจัยคงที่ จึงทำให้พบว่าเมื่อเพิ่มปัจจัยแปรผันทำงานร่วมกับปัจจัยคงที่จึงทำให้ผลผลิตเพิ่มมีค่ามากกว่าผลผลิตเฉลี่ย (MP>AP) แสดงว่าผู้ผลิตสามารถใช้ปัจจัยแปรผันอย่างมีประสิทธิภาพ โดยที่ผลผลิตเพิ่ม (MP) จะแสดงถึงประสิทธิภาพของปัจจัยแปรผันหน่วยที่เพิ่มขึ้น และผลผลิตเฉลี่ย (AP) แสดงถึงประสิทธิภาพของปัจจัยแปรผันโดยเฉลี่ย ดังนั้นเมื่อเพิ่มการใช้ปัจจัยแปรผันมีผลให้ MP ลดลงแสดงถึงการลดลงในประสิทธิภาพของปัจจัยแปรผันหน่วยที่ใช้เพิ่มขึ้น แต่ผลผลิตทั้งหมดยังคงเพิ่มโดยเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง แสดงว่าผลผลิตทั้งหมดที่เพิ่มขึ้นเกิดจากการเพิ่มขึ้นของประสิทธิภาพของปัจจัยคงที่ ฉะนั้นผู้ผลิตจึงไม่ควรหยุดการใช้ปัจจัยแปรผันในช่วงนี้ ทั้งนี้เนื่องจากการเพิ่มการใช้ปัจจัยแปรผันทำให้มีการเพิ่มขึ้นของประสิทธิภาพของปัจจัยคงที่ จึงทำให้ผลผลิตทั้งหมดยังคงเพิ่มขึ้น ถึงแม้ผลผลิตเพิ่มของปัจจัยแปรผัน (MP) จะลดลง และจะเห็นว่าผลผลิตเฉลี่ย (AP) ยังคงเพิ่มขึ้นแสดงถึงการเพิ่มขึ้นในประสิทธิภาพของปัจจัยแปรผันโดยเฉลี่ย ในขั้นการผลิตนี้จึงมีการใช้ปัจจัยแปรผันน้อยไปเมื่อเทียบกับปัจจัยคงที่ สำหรับการผลิตขั้นที่สอง (Stage II) ถึงแม้การเพิ่มปัจจัยแปรผันจะทำให้ MP และ AP ลดลง แต่ MP ยังคงเป็นบวก และ TP ยังคงเพิ่มขึ้นโดยเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง แสดงว่าการเพิ่มการใช้ปัจจัยแปรผันร่วมกับปัจจัยคงที่จำนวนหนึ่ง ผลผลิตเพิ่ม (MP) ลดลงแสดงถึงการลดลงในประสิทธิภาพของปัจจัยแปรผันหน่วยที่เพิ่มขึ้น และ AP ลดลง แสดง

ถึงการลดลงของประสิทธิภาพของปัจจัยแปรผันโดยเฉลี่ย แต่ TP ยังคงเพิ่ม นั่นแสดงให้เห็นว่า การเพิ่มปัจจัยแปรผันขึ้นอีกจะทำให้สามารถเพิ่มประสิทธิภาพของปัจจัยคงที่ ซึ่งมีผลให้ TP ยังคงเพิ่มขึ้น ฉะนั้นขั้นการผลิตที่เหมาะสมที่ผู้ผลิตจะใช้ปัจจัยแปรผันร่วมกับปัจจัยคงที่ จึงอยู่ในขั้นการผลิตขั้นที่สอง (Stage II) และการจะใช้ปัจจัยแปรผันมากน้อยเพียงใด ต้องพิจารณาสิ่งอื่น ๆ ประกอบด้วย เช่น ราคาของปัจจัยแปรผัน ผลผลิตเพิ่มที่คิดเป็นรายได้(Marginal Revenue Product: MRP) ต้นทุนของปัจจัย (Marginal Factor Cost: MFC) เป็นต้น

การพิจารณาให้เห็นว่าค่าของผลผลิตเพิ่มของปัจจัยคงที่ในขั้นการผลิตขั้นที่ 1 มีค่าเป็นลบ

จากฟังก์ชั่นการผลิตที่ใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ถ้าสมมุติในตอนแรกมีการใช้ปัจจัย L = L และใช้ปัจจัย K = K ต่อมามีการใช้ปัจจัย L เพิ่มขึ้นเป็น L_1 โดยให้ L_1 = t L โดยที่ t > 0 ความเข้มของ L จะเพิ่มขึ้นทำให้ $\frac{L_1}{K} > \frac{L}{K}$ แต่ถ้าเพิ่มให้ K เพิ่มเป็น K_1 โดยให้ K_1 = t K โดยที่ t > 0 จะทำให้ $\frac{L_1}{K_1} = \frac{L}{K}$ ซึ่งในการเพิ่มการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K จะทำให้ผลผลิตทั้งหมดเพิ่มขึ้น

เนื่องจาก $dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} dL + \frac{\partial Q}{\partial K} dK$

แทนค่า d L และ d K จะได้

$$dQ = \frac{\partial Q}{\partial L} L(t-1) + \frac{\partial Q}{\partial K} K(t-1)$$

การเพิ่มการใช้ปัจจัยมีผลให้ผลผลผลิตทั้งหมดเปลี่ยนไป ถ้าสมมุติได้รับผลตอบแทนที่เพิ่มขึ้น จะทำให้ผลผลิตเปลี่ยน คือ

$$dQ = t^V Q - Q = Q(t^V - 1) \qquad (\text{โดยที่} \quad V > 1)$$

ดังนั้น $$Q(t^V - 1) = \frac{\partial Q}{\partial L} L(t-1) + \frac{\partial Q}{\partial K} K(t-1)$$

$$\frac{Q(t^V - 1)}{L} = \frac{\partial Q}{\partial L}(t-1) + \frac{\partial Q}{\partial K} \frac{K(t-1)}{L}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{L}{K}\left(\frac{Q(t^{V}-1)}{L(t-1)} - \frac{\partial Q}{\partial L}\right)$$

$$MP_K = \frac{L}{K}\left(AP_L \frac{(t^{V}-1)}{(t-1)} - MP_L\right)$$

แม้ว่าในการผลิตขั้นที่ 1 ค่าของ $MP_L > AP_L$ จึงทำให้ ค่าของ MP_K มีค่าติดลบ อย่างไรก็ตาม ค่าของ MP_K อาจมีค่าเป็นบวกได้ ถ้าอัตราผลตอบแทนที่เพิ่มขึ้นทำให้

$$\frac{(t^{V}-1)}{(t-1)} > \frac{MP_L}{AP_L}$$

ซึ่งโอกาสที่จะเป็นเช่นนี้ได้จะเกิดขึ้นได้ในตอนแรก ๆ ของขั้นการผลิตที่ 1 มากกว่าที่จะเกิดในช่วงที่ใกล้จะสิ้นสุดของขั้นการผลิตขั้นที่ 1 ที่มีความแตกต่างของ MP_L และ AP_L จะมีน้อย ดังนั้นถ้าราคาของผลผลิตและราคาของปัจจัยคงที่ ผู้ผลิตจะยังไม่หยุดผลิตในขั้นการผลิตขั้นที่ 1

และถ้าสมมุติได้รับผลตอบแทนที่คงที่ จะทำให้ผลผลิตเปลี่ยน คือ

$$dQ = tQ - Q = Q(t-1)$$

ดังนั้น
$$Q(t-1) = \frac{\partial Q}{\partial L} L(t-1) + \frac{\partial Q}{\partial K} K(t-1)$$

$$Q = \frac{\partial Q}{\partial L} L + \frac{\partial Q}{\partial K} K$$

$$\frac{Q}{L} = \frac{\partial Q}{\partial L} + \frac{\partial Q}{\partial K}\frac{K}{L}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{L}{K}\left(\frac{Q}{L} - \frac{\partial Q}{\partial L}\right)$$

$$MP_K = \frac{L}{K}(AP_L - MP_L)$$

ในการผลิตขั้นที่ 1 ค่าของ $MP_L > AP_L$ ดังนั้น MP_K จึงมีค่าติดลบ

ในทำนองเดียวกันถ้าสมมุติการเพิ่มปัจจัยทำให้ได้รับผลตอบแทนที่ลดลง และทำให้ได้

$$\frac{\partial Q}{\partial K} = \frac{L}{K}\left(\frac{Q(t^V-1)}{L(t-1)} - \frac{\partial Q}{\partial L}\right)$$

หรือ $$MP_K = \frac{L}{K}\left(AP_L\frac{(t^V-1)}{(t-1)} - MP_L\right)$$

โดยที่ V < 1 และค่าของ $MP_L > AP_L$ ในการผลิตขั้นที่ 1 ดังนั้น จึงทำให้ค่าของ MP_K ติดลบตลอดสำหรับการผลิตในขั้นที่ 1 จนกระทั่งถึงบางจุดของการผลิตขั้นที่ 2 ซึ่งเมื่อการผลิตได้รับผลตอบแทนลดลงจนทำให้ ณ จุดนี้ของการผลิตขั้นที่ 2 ได้ว่า

$$\frac{(t^V-1)}{(t-1)} < \frac{MP_L}{AP_L}$$

จะทำให้ค่าของ MP_K จึงมีค่าติดลบ

ความยืดหยุ่นของการผลิต (Elasticity of Production: E_Q)

ความยืดหยุ่นของการผลิตจะแสดงให้เห็นว่า เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงจำนวนปัจจัยแปรผันไป 1 เปอร์เซ็นต์ แล้วจะทำให้จำนวนผลผลิตเปลี่ยนแปลงไปมากน้อยเพียงใด โดยวัดการเปลี่ยนแปลงออกมาเป็นเปอร์เซ็นต์ หรืออาจกล่าวได้ว่า ความยืดหยุ่นของการผลิต จะแสดงให้เห็นถึงการไหวตัวของการเปลี่ยนแปลงของผลผลิตเมื่อปัจจัยการผลิตเปลี่ยนแปลง โดยวัดการเปลี่ยนแปลงเป็นเปอร์เซ็นต์

ดังนั้น ความยืดหยุ่นของการผลิต (E_Q) คือ เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของผลผลิตรวมต่อเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยแปรผัน

$$E_Q = \frac{\text{เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของผลผลิตรวม}}{\text{เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยผันแปร}}$$

ในที่นี้ ปัจจัย L เป็นปัจจัยแปรผัน ดังนั้น

$$E_Q = \frac{\% \Delta Q}{\% \Delta L}$$

โดยที่ Q คือ ปริมาณผลผลิตรวม (Total Product: TP)

L คือ จำนวนแรงงานที่ใช้เป็นปัจจัยแปรผัน

$$\therefore E_Q = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \cdot \frac{L}{Q}$$

หรือ $$E_Q = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta L}}{\frac{Q}{L}} = \frac{MP_L}{AP_L}$$

ถ้า $E_Q > 1$ แสดงว่าเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของผลผลิตมากกว่าเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของปัจจัยแปรผัน

ถ้า $E_Q = 0$ แสดงว่าเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในปัจจัยแปรผัน ไม่มีผลให้มีการเปลี่ยนแปลงในปัจจัยแปรผัน

และถ้า $E_Q < 0$ (ติดลบ) แสดงว่าเมื่อมีการเพิ่มขึ้นในปัจจัยแปรผันจะทำให้ปริมาณผลผลิตลดลง

ดังนั้นจากตารางที่ 4 – 2 จะหาค่าของความยืดหยุ่นของการผลิตได้ดังนี้

ตารางที่ 4 – 3 แสดงความยืดหยุ่นของการผลิต

L	MP_L	AP_L	E_Q = MP/AP
0	-	-	-
1	6	6	1.0
2	10	8	1.25
3	13	9.67	1.34
4	15	11	1.36
5	11	11	1.0
6	5	10	0.50
7	2	8.86	0.23
8	0	7.75	0.0
9	-1	6.78	-0.15
10	-2	5.90	-0.32

จะเห็นได้ว่า ในช่วงที่ MP มากกว่า AP ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตมากกว่า 1 สำหรับในช่วงที่ AP สูงสุด หรือ AP = MP ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตเท่ากับ 1 และในช่วงที่ AP < MP โดย MP ยังคงมีค่าเป็นบวก (มากกว่าศูนย์) ค่าของความยืดหยุ่นของการผลิตน้อยกว่า 1 และมากกว่าศูนย์ ($0 < E_Q < 1$) เมื่อ MP มีค่าติดลบ หรือ TP ลดลง ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตมีค่าติดลบ (น้อยกว่าศูนย์) และ ณ จุดที่ TP สูงสุด หรือ MP มีค่าเท่ากับศูนย์ ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตมีค่าเท่ากับศูนย์

จากขั้นการผลิตที่ได้พิจารณามาแล้วสามารถพิจารณาขั้นต่าง ๆ และขอบเขตของแต่ละขั้นได้ดังนี้

ตารางที่ 4 – 4 แสดงขั้นการผลิต

ขั้นการผลิต (Stage)	ปัจจัยแปรผัน (จำนวนคนงาน)	ความสัมพันธ์ของผลผลิตและความยืดหยุ่นของการผลิต
I	0 – 5	AP กำลังเพิ่มขึ้น, MP>AP, $E_Q > 1$
ขอบเขตขั้นที่ I และ II (boundary)	5	AP สูงสุด, MP=AP, $E_Q = 1$
II	5 – 8	AP กำลังลดลง, MP > 0, MP < AP $0 < E_Q < 1$
ขอบเขตขั้นที่ II และ III	8	TP สูงสุด, MP = 0, $E_Q = 0$
III	8 – 10	MP < 0, $E_Q < 0$

จากการรู้ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตจะเป็นประโยชน์ให้ผู้ผลิตสามารถตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิตได้

เช่น ถ้าผู้ผลิตทราบว่าความยืดหยุ่นของการผลิตมีค่ามากกว่า 1 ($E_Q > 1$) ก็หมายความว่า อัตราการเพิ่มของผลผลิตมากกว่าอัตราเพิ่มของปัจจัยแปรผัน ดังนั้นผู้ผลิตที่มีเหตุผลไม่ควรจะดำเนินการผลิตโดยใช้ปัจจัยแปรผันอยู่ในช่วง $E_Q > 1$ เท่านั้น เพราะระยะนี้เป็นระยะที่กิจการยังไม่ได้ใช้ประโยชน์เต็มที่จากการใช้ปัจจัยการผลิตคงที่ คือยังมีปัจจัยคงที่มากเกินไปเมื่อเทียบกับปัจจัยแปรผัน และถ้าเพิ่มปัจจัยแปรผันจะทำให้ได้รับผลผลิตเพิ่มขึ้น ดังนั้นผู้ผลิตควรจะเพิ่มผลิตต่อไป

และถ้าหากว่าค่าความยืดหยุ่นของการผลิตน้อยกว่าศูนย์ ($E_Q < 0$) หรือมีค่าติดลบ ซึ่งจะเห็นได้ว่าในระยะนี้ค่าของ MP ติดลบ แสดงว่าเมื่อใช้ปัจจัยแปรผันเข้าทำงานร่วมกับปัจจัยคงที่เพิ่มขึ้น 1 หน่วยแล้ว จะทำให้ผลผลิตรวมลดลง ดังนั้นผู้ผลิตจึงไม่ควรดำเนินการผลิตในช่วงนี้

ในทำนองเดียวกัน ผู้ผลิตไม่ควรจะดำเนินการผลิต ณ จุดที่ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตเท่ากับศูนย์ ($E_Q = 0$) ทั้งนี้เพราะว่า ณ จุดนี้แสดงให้เห็นว่า การเพิ่มขึ้นในปัจจัยแปรผันไม่ได้ทำให้ผลผลิตเพิ่มขึ้นแต่อย่างใด

ดังนั้นช่วงที่มีประโยชน์ต่อผู้ผลิตในการตัดสินใจเกี่ยวกับการผลิต ก็คือช่วงที่ค่าความยืดหยุ่นของการผลิตน้อยกว่า 1 และมากกว่าศูนย์ ($0 < E_Q < 1$) ซึ่งหมายความว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของผลผลิตรวมน้อยกว่าอัตราเพิ่มขึ้นของปัจจัยแปรผัน และผู้ผลิตพิจารณาตัดสินใจว่าจะเพิ่มจำนวนการผลิตหรือลดจำนวนการผลิตก็ได้ ขึ้นอยู่กับรายรับเพิ่มของปัจจัยเมื่อเทียบกับต้นทุนเพิ่มของปัจจัย

ตัวอย่างการคำนวณ

สมมุติฟังก์ชั่นการผลิต คือ $Q = 7KL + K^2 L^2 - L^3$

ถ้าใช้ปัจจัย K เป็นจำนวนคงที่เท่ากับ 3 หน่วย

(1) ให้หาสมการของผลผลิตทั้งหมด(TP) ผลผลิตเฉลี่ย (AP) ผลผลิตเพิ่ม(AP)

(2) เมื่อผลผลิตทั้งหมดสูงสุดจำนวนปัจจัย L ที่ใช้เท่าใด และผลผลิตเฉลี่ยเท่ากับผลผลิตเพิ่มเมื่อใช้ปัจจัย L กี่หน่วย

(3) กฎผลตอบแทนลดน้อยถอยลงเข้ามามีบทบาทเมื่อมีการใช้ปัจจัย L จำนวนเท่าใด

เมื่อ K = 3 หน่วย สมการของผลผลิตทั้งหมด(TP) คือ

$Q = 21L + 9L^2 - L^3$

สมการผลผลิตเฉลี่ย (AP) ของปัจจัย L คือ

$AP_L = 21 + 9L - L^2$

สมการผลผลิตเพิ่ม(AP) ของปัจจัย L คือ

$MP_L = 21 + 18L - 3L^2$

เมื่อ TP สูงสุด, Slope ของ TP = 0 ดังนั้น ปริมาณการใช้ปัจจัย L ที่ TP มีค่าสูงสุด คือ

Slope ของ TP $= \frac{dQ}{dL} = 21 + 18L - 3L^2 = 0$

$$(7 - L)(3 + 3L) = 0$$

$$L = -1,\ 7 \quad \text{หน่วย}$$

ดังนั้น ปริมาณการใช้ปัจจัย L ที่ TP มีค่าสูงสุด คือ 7 หน่วย

เนื่องจาก AP = MP เมื่อ AP มีค่าสูงสุด และเมื่อ AP มีค่าสูงสุด, Slope ของ AP = 0

$$\text{Slope ของ AP} = \frac{d\,AP}{d\,L} = 9 - 2L = 0$$

$$L = 4.5$$

ดังนั้น ปริมาณการใช้ปัจจัย L ที่ AP มีค่าสูงสุด = 4.5 หน่วย

เมื่อ MP มีค่าสูงสุด, Slope ของ MP = 0

$$\text{Slope ของ MP} = \frac{d\,MP}{d\,L} = 18 - 6L = 0$$

$$L = 3$$

ดังนั้น กฎผลตอบแทนลดน้อยถอยลงเข้ามามีบทบาทเมื่อมีการใช้ปัจจัย L ตั้งแต่จำนวน 3 หน่วย ถึง 7 หน่วย

จากตัวอย่างนี้ สรุปได้ว่าเส้นแบ่งขอบเขตขั้นที่ I และขั้นที่ II อยู่ที่การใช้ปัจจัย L จำนวนเท่ากับ 4.5 หน่วย และเส้นแบ่งขอบเขตขั้นที่ II และขั้นที่ III อยู่ที่การใช้ปัจจัย L จำนวนเท่ากับ 7 หน่วย

และจากตัวอย่างดังกล่าวที่ได้พิจารณาข้างต้น หาค่าความยืดหยุ่นของการผลิตได้ดังนี้

$$E_Q = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{MP_L}{AP_L} = \frac{21 + 18L - 2L^2}{21 + 9L - L^2}$$

เมื่อทราบค่าของ L จะรู้ค่าของ E_Q

ฟังก์ชั่นการผลิตในระยะยาว

ฟังก์ชั่นการผลิตในระยะยาว คือ ฟังก์ชั่นการผลิตที่ปัจจัยทุกชนิดเป็นปัจจัยแปรผันทั้งหมด จากตัวอย่างของการผลิตแร่ถ้าสมมุติว่าทั้งแรงงานและเครื่องจักรเป็นปัจจัยแปรผันในการผลิตแร่ ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตจะแสดงได้ด้วยสมการ

$$Q = f(L, K)$$

โดยฟังก์ชั่นการผลิตนี้เป็นฟังก์ชั่นการผลิตที่มีปัจจัยแปรผันสองตัวและผลผลิตของสินค้าชนิดหนึ่ง โดยอาจแสดงได้ด้วยรูปกราฟ 2 มิติหรือ 3 มิติก็ได้ แต่รูปกราฟ 2 มิติ มีประโยชน์ในการวิเคราะห์มากกว่า รูปของฟังก์ชั่นการผลิต 2 มิติจะแสดงได้โดยเส้นผลผลิตเท่ากัน (Production Isoquant Curve) หรือเรียกย่อ ๆ ว่า Isoquant Curve

เส้นผลผลิตเท่ากัน (Isoquant Curve) จะแสดงให้เห็นถึง จำนวนต่าง ๆ ของส่วนผสมของปัจจัยการผลิต 2 ชนิด ซึ่งทุก ๆ ส่วนประกอบของการใช้ปัจจัยการผลิตทั้งสองชนิดนั้นให้ผลผลิตของสินค้าชนิดหนึ่งจำนวนเท่ากัน

จะเห็นได้ว่าการวิเคราะห์ด้วยเส้นผลผลิตเท่ากันเป็นการวิเคราะห์โดยการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของปัจจัยกับปัจจัย (Input – Input Approach)

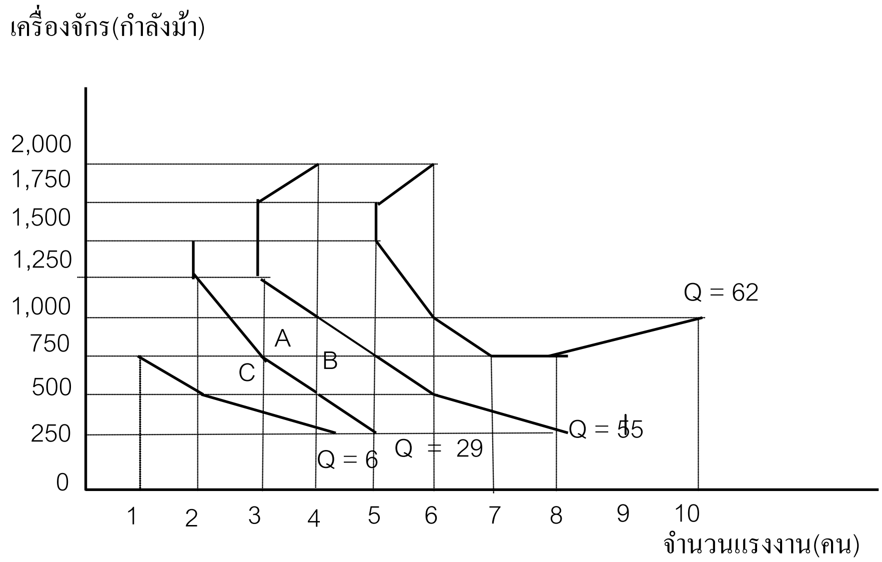
จากตัวอย่างการผลิตแร่ในตารางที่ 4 – 1 สามารถหาส่วนผสมของปัจจัย 2 ชนิด คือ แรงงานและเครื่องจักรที่สามารถได้ผลผลิตแร่จำนวนเท่ากัน ดังตัวอย่างเช่นปริมาณผลผลิตจำนวนต่าง ๆ ต่อไปนี้

ตารางที่ 4 – 5 แสดงส่วนประกอบของแรงงานและเครื่องจักรที่ให้ผลผลิตแร่จำนวนเท่ากัน

ปริมาณผลผลิต=6 ตัน		ปริมาณผลผลิต แร่=29 ตัน		ปริมาณผลผลิต แร่=55ตัน		ปริมาณผลผลิต แร่=62ตัน	
จำนวนแรงงาน (คน)	เครื่องจักร ขนาด (กำลังม้า)	จำนวนแรงงาน (คน)	เครื่องจักร ขนาด (กำลังม้า)	จำนวนแรงงาน (คน)	เครื่องจักร ขนาด (กำลังม้า)	จำนวนแรงงาน (คน)	เครื่องจักร ขนาด (กำลังม้า)
1	750	2	1,500	3	1,750	5	1,750
2	500	2	1,250	3	1,500	5	1,500
4	250	3	750	3	1,250	6	2,000
		4	500	4	2,000	6	1,000
		6	250	4	1,000	7	750
				5	750	8	750
				6	500	10	1,000
				8	250		

จากตารางที่ 4 – 5 นำส่วนผสมของปัจจัยแรงงานและเครื่องจักรที่ให้ผลผลิตแร่ปริมาณเท่ากันมาเขียนเป็นรูปกราฟ จะได้ เส้นผลผลิตเท่ากัน ดังรูปที่ 4 – 2

รูปที่ 4 – 2 เส้นผลผลิตเท่ากัน

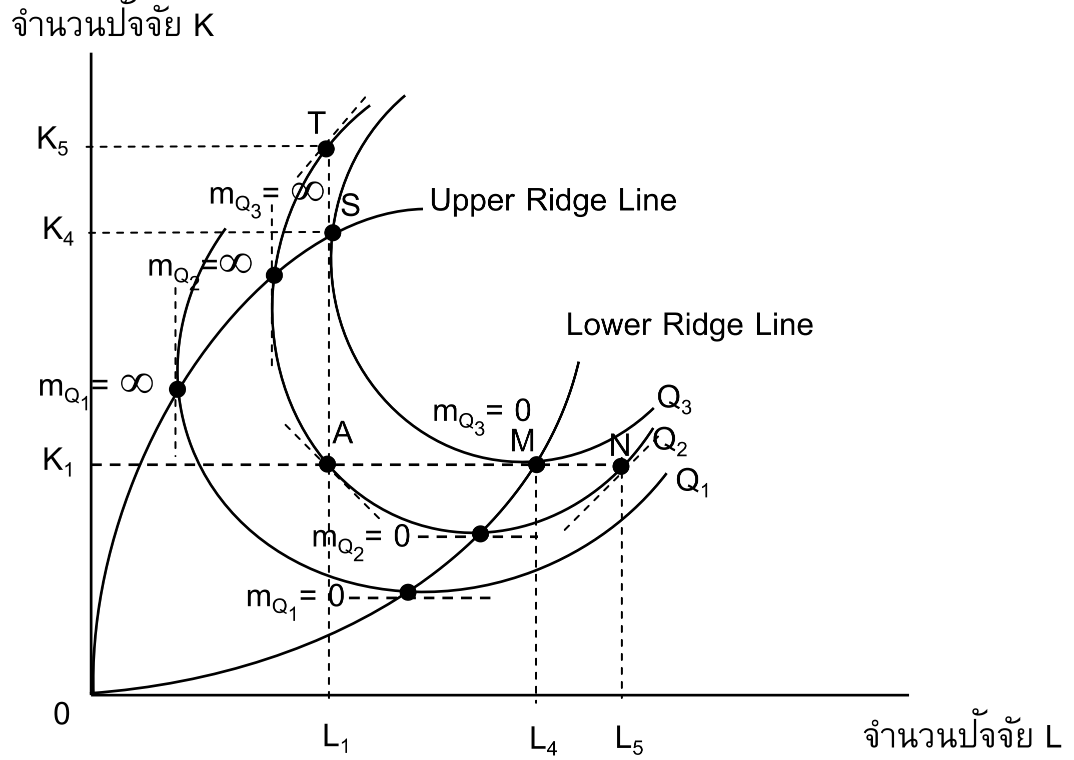


รูปที่ 4 – 2 แสดงเส้นผลผลิตเท่ากัน (Isoquant Curve) ที่แสดงถึงส่วนประกอบต่างๆ กันของจำนวนปัจจัย 2 ชนิดที่สามารถผลิตได้ผลผลิตเท่ากัน แต่จากรูปจะเห็นว่าเส้นผลผลิตเท่ากันที่แสดงนี้อาจมีการใช้ส่วนประกอบของปัจจัยบางส่วนที่ไม่เหมาะสม เช่น ในการผลิตแร่จำนวน 55 ตัน ผู้ผลิตสามารถผลิตได้โดยใช้ปัจจัยที่มีประสิทธิภาพในช่วงที่เส้นผลผลิตเท่ากัน มี Slope เป็นลบ โดยเมื่อเปรียบเทียบกับช่วงที่เส้นผลผลิตเท่ากันมี Slope เป็นบวก ซึ่งมีการใช้แรงงานจำนวน 4 คน ร่วมกับเครื่องจักรขนาด 2,000 กำลังม้า จะทำให้มีการใช้ปัจจัยการผลิตที่ไม่มีประสิทธิภาพ เพราะผู้ผลิตสามารถผลิตแร่ จำนวน 55 ตัน โดยใช้แรงงาน 4 คนร่วมกับเครื่องจักรขนาด 1,000 กำลังม้า ไม่จำเป็นต้องใช้เครื่องถึงขนาด 2,000 กำลังม้า ดังนั้นช่วงของการใช้ปัจจัยการผลิตที่มีประสิทธิภาพ จึงอยู่ในช่วงที่เส้นผลผลิตเท่ากันมี Slope เป็นลบ และเส้นที่แสดงถึงขอบเขตของการใช้ส่วนผสมของปัจจัยที่มีประสิทธิภาพซึ่งลากผ่านเส้นผลผลิตเท่ากันที่มี slope เท่ากับศูนย์ และอินฟินิตี้ เรียกว่า เส้นขอบเขตของการใช้ปัจจัย (Ridge Lines)

เส้นขอบเขตของการใช้ปัจจัย (Ridge Lines)

เส้นขอบเขตของการใช้ปัจจัย (Ridge Lines) เป็นเส้นที่แสดงถึงขอบเขตของการใช้ส่วนผสมของปัจจัยที่มีประสิทธิภาพโดยแบ่งช่วงที่เหมาะสมและไม่เหมาะสมสำหรับการผลิต โดยช่วงที่เหมาะสมของการใช้ปัจจัยจะอยู่ในช่วงที่เส้นผลผลิตเท่ากันมี Slope เป็นลบ โดยแบ่งเป็นเส้น Upper Ridge Line และเส้น Lower Ridge Line ดังแสดงด้วยรูปที่ 4 – 3

รูปที่ 4 – 3 เส้นขอบเขตการใช้ปัจจัย (Ridge Lines)

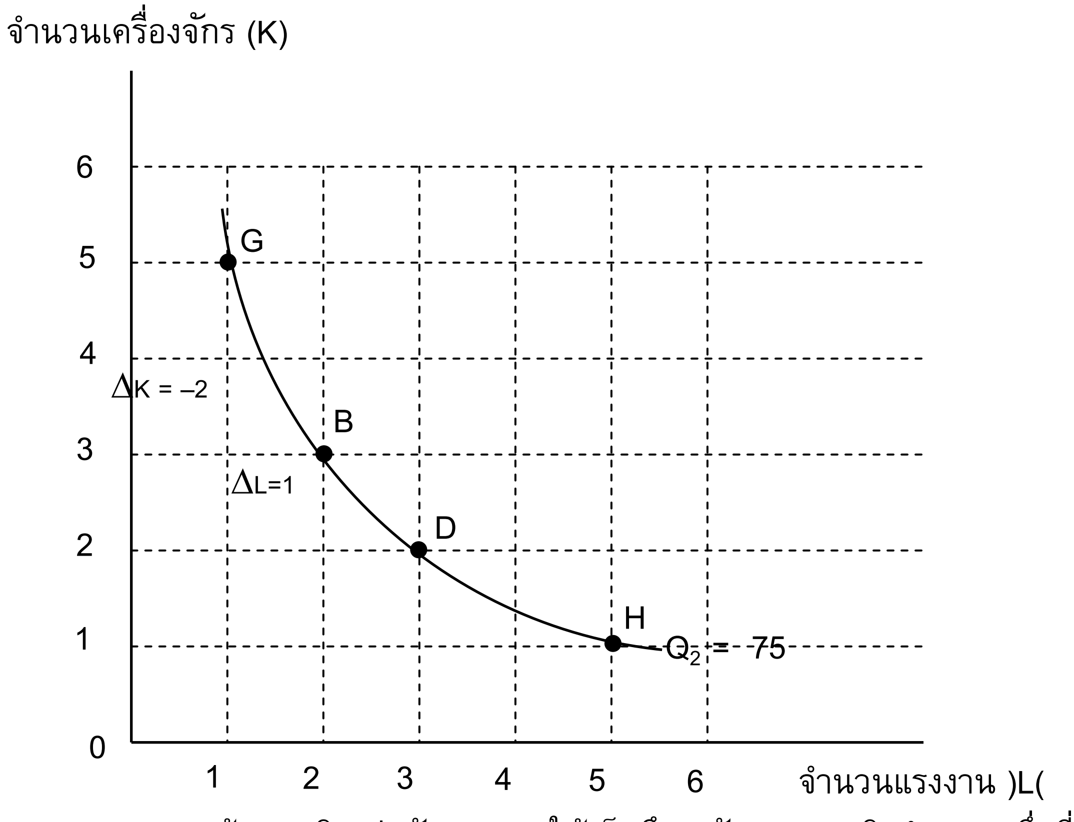


เส้น Upper Ridge Line เป็นเส้นที่ลากผ่านเส้นผลผลิตเท่ากันที่มีค่า slope เท่ากับ ((อินฟินิตี้) โดยจะแสดงขอบเขตการใช้ปัจจัย K จำนวนสูงสุดที่ควรใช้ ซึ่ง ณ จุดนี้ค่าของ MPK (f K) = 0

เส้น Lower Ridge Line เป็นเส้นที่ลากผ่านเส้นผลผลิตเท่ากันที่มีค่า slope เท่ากับ 0 (ศูนย์) โดยจะแสดงขอบเขตการใช้ปัจจัย L จำนวนสูงสุดที่ควรใช้ ซึ่ง ณ จุดนี้ค่าของ MPL (f L) = 0

ฉะนั้นช่วงของการใช้ปัจจัยการผลิตที่มีประสิทธิภาพจะอยู่ในช่วงที่เส้นผลผลิตเท่ากันมี Slope เป็นลบ ซึ่งแสดงให้เห็นว่าการใช้ปัจจัยการผลิตชนิดหนึ่งเพิ่มขึ้น สามารถลดการใช้ปัจจัยการผลิตอีกชนิดหนึ่งลงได้โดยที่ยังคงได้ผลผลิตเท่าเดิม เส้นผลผลิตเท่ากันจึงมีลักษณะเป็นเส้นทอดลงจากซ้ายมาขวามี Slope เป็นลบ

รูปที่ 4 – 4 เส้นผลผลิตเท่ากันมี Slope เป็นลบ



นอกจากเส้นผลผลิตเท่ากันจะแสดงให้เห็นถึงระดับของผลผลิตจำนวนหนึ่งที่ผลิตได้ด้วย ส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่แตกต่างกันแล้ว เส้นผลผลิตเท่ากันยังแสดงให้เห็นอัตราการทดแทนของปัจจัยการผลิตชนิดหนึ่งจะทดแทนปัจจัยการผลิตอีกชนิดหนึ่ง โดยที่ผลผลิตรวมไม่เปลี่ยนแปลงด้วย อัตราการทดแทนกันนี้เรียกว่า อัตราหน่วยสุดท้าย

ของการทดแทนกันของปัจจัยการผลิตสองชนิด (Marginal Rate of Technical Substitution หรือ MRTS)

อัตราหน่วยสุดท้ายของการทดแทนกันของปัจจัย L ทดแทนปัจจัย ($MRTS_{L.K}$) หมายถึง จำนวนของปัจจัย K ที่ลดลงเมื่อใช้ปัจจัย L ทดแทนปัจจัย K เพิ่มขึ้น 1 หน่วย โดยได้รับผลผลิตเท่าเดิม

$$\text{ดังนั้น} \quad MRTS_{L.K} = -\frac{\text{การเปลี่ยนแปลงของจำนวนปัจจัย K}}{\text{การเปลี่ยนแปงของจำนวนปัจจัย L}}$$

ถ้าพิจารณาจากรูปที่ 4 – 4 จุด A และจุด B อยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากันเส้นเดียวกัน บนเส้นผลผลิตเท่ากัน Q = 29 ตัน การเคลื่อนย้ายจากจุด A ไปยังจุด B จะพบว่า ณ จุด A จะใช้ส่วนประกอบของแรงงานจำนวน 3 คน และเครื่องจักรขนาด 750 กำลังม้า ส่วน ณ จุด B จะใช้ส่วนประกอบของแรงงานจำนวน 4 คน และเครื่องจักรขนาด 500 กำลังม้า ซึ่งแสดงว่าการลดขนาดเครื่องขุดแร่จาก 750 กำลังม้าเป็น 500 กำลังม้า บริษัทจะต้องใช้แรงงานเพิ่มขึ้นจาก 3 คนเป็น 4 คน จึงจะทำให้ได้รับผลผลิตแร่เท่าเดิมจำนวน 29 ตัน ดังนั้นอัตราหน่วยสุดท้ายของการทดแทนกันของปัจจัยจะหาได้ดังนี้

$$MRTS_{L.K} = -\frac{K_2 - K_1}{L_2 - L_1}$$

$$MRTS_{L.K} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = \text{Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน}$$

จากนิยามของผลผลิตเพิ่ม (MP) ทราบว่า

$$MP_L = \frac{\Delta Q}{\Delta L} \quad \text{และ} \quad MP_K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \Delta L = \frac{\Delta Q}{MP_L} \qquad \text{และ} \quad \Delta K = \frac{\Delta Q}{\Delta K}$$

เมื่อแทนค่า ΔL และ ΔK ในค่าของ $MRTS_{L.K}$ โดยเอาเครื่องหมายลบออกจะได้ว่า

$$\text{MRTS}_{L.K} = \frac{\dfrac{\Delta Q}{MP_K}}{\dfrac{\Delta Q}{MP_L}}$$

$$= \frac{MP_L}{MP_K}$$

ในกรณีที่ปัจจัยการผลิตมีลักษณะต่อเนื่อง (Continuous variables) ทำให้เส้นผลผลิตเท่ากันมีลักษณะเป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่อง ค่า Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากันที่จุดใด ๆ จะหาได้จาก

$$\text{Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน} = -\frac{d\,K}{d\,L}$$

อัตราหน่วยสุดท้ายของการทดแทนกันของปัจจัยที่จุดใด ๆ บนเส้นผลผลิตเท่ากัน จะเท่ากับค่าติดลบของ slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน ณ จุดนั้น

$$\text{MRTS}_{L.K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{MP_L}{MK_K} \quad)$$

ค่าของผลผลิตเพิ่มของปัจจัยจะหาได้จากอนุพันธ์ย่อย (Partial derivative) นั่นคือ

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L}$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K}$$

การพิจารณาทางคณิตศาสตร์

จากฟังก์ชั่นการผลิต คือ Q = f (L, K)

หา Total differential ของฟังก์ชั่นการผลิต จะได้

$$dQ = f_L\, dL + f_K\, dK$$

บนเส้นผลผลิตเท่ากันเส้นเดียวกัน แสดงถึงปริมาณผลผลิตที่เท่ากัน นั่นคือ $dQ = 0$

$$-\frac{dK}{dL} = \frac{f_L}{f_K}$$

เนื่องจาก Slope ของเส้นที่สัมผัส ณ จุดใดจุดหนึ่งบนเส้นผลผลิตเท่ากัน คือ จำนวนของปัจจัย L ที่สามารถทดแทนจำนวนของปัจจัย K (หรือ จำนวนของปัจจัย K ที่สามารถทดแทนจำนวนของปัจจัย L) เพื่อที่จะยังคงรักษาระดับผลผลิตให้คงเดิม ซึ่งเรียกว่า อัตราหน่วยสุดท้ายของการทดแทนกันทางเทคนิค (Marginal Rate of technical substitution : MRTS) ดังนั้น

$$\text{Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน} = MRTS_{L.K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{f_L}{f_K}.$$

บนเส้น Upper Ridge Line ค่าของ $MP_K = 0$ จึงได้ว่า

$$MRTS_{L.K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{f_L}{f_K} = \frac{f_L}{0} = \infty$$

และบนเส้น Lower Ridge Line ค่าของ $MP_L = 0$ จึงได้ว่า

$$MRTS_{L.K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{f_L}{f_K} = \frac{0}{f_K} = 0$$

ดังนั้น เส้น Upper Ridge Line จึงเป็นเส้นที่ลากผ่านเส้นผลผลิตเท่ากันที่มีค่า slope เท่ากับอินฟินิตี้ และเส้น Lower Ridge Line เป็นเส้นที่ลากผ่านเส้นผลผลิตเท่ากันที่มีค่า slope เท่ากับศูนย์

จากการศึกษาเส้นผลผลิตเท่ากันจะเห็นได้ว่า ผู้ผลิตสามารถดำเนินการผลิตสินค้าในระดับที่ต้องการได้โดยใช้ส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่เป็นไปได้อยู่หลาย ๆ ส่วนประกอบ ณ ระดับราคาที่เป็นอยู่ของปัจจัย การใช้ส่วนประกอบของปัจจัยการผลิตที่

แตกต่างกันย่อมมีผลให้ต้นทุนการผลิตแตกต่างกันด้วย ดังนั้นผู้ผลิตจะเผชิญกับปัญหาการส่วนผสมของการใช้ปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมที่สุด

เนื่องจากต้นทุนทั้งหมดของแต่ละส่วนผสมของการใช้ปัจจัยขึ้นอยู่กับราคาของปัจจัย ในการพิจารณานี้จึงสมมุติว่าผู้ผลิตซื้อปัจจัยที่อยู่ในตลาดแข่งขันอย่างสมบูรณ์ซึ่งแสดงว่าราคาต่อหน่วยของปัจจัยการผลิตจะคงที่ไม่ว่าจะซื้อปัจจัยจำนวนเท่าใด ถ้าจะหาส่วนประกอบต่าง ๆ กันของส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่ทำให้เสียต้นทุนการผลิตเท่ากันจึงต้องพิจารณาถึงเส้นต้นทุนเท่ากัน

เส้นต้นทุนเท่ากัน (Isocost Line)

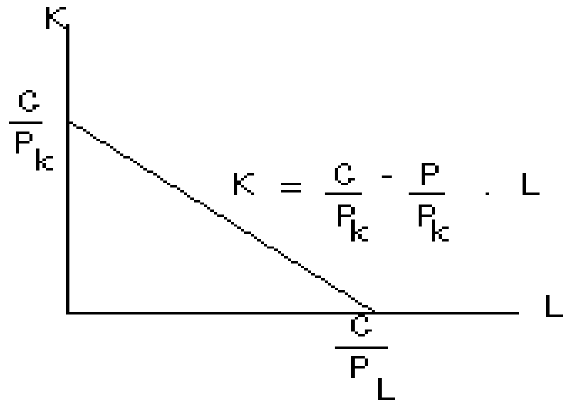
เส้นต้นทุนเท่ากัน (Isocost Line) เป็นเส้นที่แสดงถึง ส่วนผสมต่าง ๆ ของจำนวนการใช้ปัจจัยการผลิต 2 ชนิด ซึ่งไม่ว่าส่วนประกอบจะเป็นเช่นใดจะเสียต้นทุนเท่ากัน

ถ้าสมมติปัจจัยการผลิต 2 ชนิดที่ผู้ผลิตใช้ คือ ปัจจัย L และปัจจัย K ซึ่งซื้อในตลาดแข่งขันอย่างสมบูรณ์ โดยซื้อในราคาต่อหน่วยเท่ากับ P_L และ P_K บาท ตามลำดับ ดังนั้นด้วยต้นทุนทั้งหมดที่มีอยู่ (C) จะสามารถหาส่วนผสมต่าง ๆ ของปัจจัย L และปัจจัย K ที่ทำให้เสียต้นทุนเท่ากันได้ จะได้เส้นต้นทุนเท่ากันดังแสดงในรูปที่ 4 – 6 และมีรูปสมการของเส้นต้นทุนเท่ากัน คือ

$$C = P_L \cdot L + P_K \cdot K$$

$$K = \frac{C}{P_K} - \frac{P_L}{P_K} \cdot L$$

รูปที่ 4 – 5 เส้นต้นทุนเท่ากัน (Isocost Line)



จุดตัดทางแกนตั้ง จะแสดงถึงจำนวนของปัจจัย K ที่ใช้ในการผลิตโดยที่ไม่ใช้ปัจจัย L เลย ดังนั้น ถ้าแทนค่า L = 0 ในสมการของเส้นต้นทุนเท่ากัน จะได้ค่าของ K เมื่อไม่มีการใช้ปัจจัย L เลย ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{C}{P_K}$ หน่วย และในทำนองเดียวกันจุดตัดทางแกนนอน จะแสดงถึงจำนวนของปัจจัย L ที่ใช้ในการผลิตโดยไม่ใช้ปัจจัย K เลย ซึ่งหาได้จากการแทนค่า K = 0 ในสมการเส้นต้นทุนเท่ากัน จะได้ค่าของ L เมื่อไม่มีการใช้ปัจจัย K เลย ซึ่งมีค่าเท่ากับ $\frac{C}{P_L}$ หน่วยและจะสามารถหาส่วนประกอบต่าง ๆ ของการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ที่ทำให้เสียต้นทุนเท่ากันได้และก็จะได้เส้นต้นทุนเท่ากัน

ค่าความชัน (slope) ของเส้นต้นทุนเท่ากัน จะหาได้ดังนี้

$$\text{Slope ของ Isocost} = -\frac{\Delta K}{\Delta L} = -\frac{\frac{C}{P_K}}{\frac{C}{P_L}} = (-)\ \frac{P_L}{P_K}$$

นั่นคือ Slope ของเส้นต้นทุนเท่ากันเท่ากับอัตราส่วนของราคาปัจจัย (price ratio of inputs)

การหาส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่สุดในระยะยาว

(Determining the Optimal Combination of Inputs)

เมื่อทราบเส้นผลผลิตเท่ากัน และเส้นต้นทุนเท่ากันแล้ว ก็จะสามารถหาส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมที่สุดได้ โดยพิจารณาใน 2 แนวทาง คือ

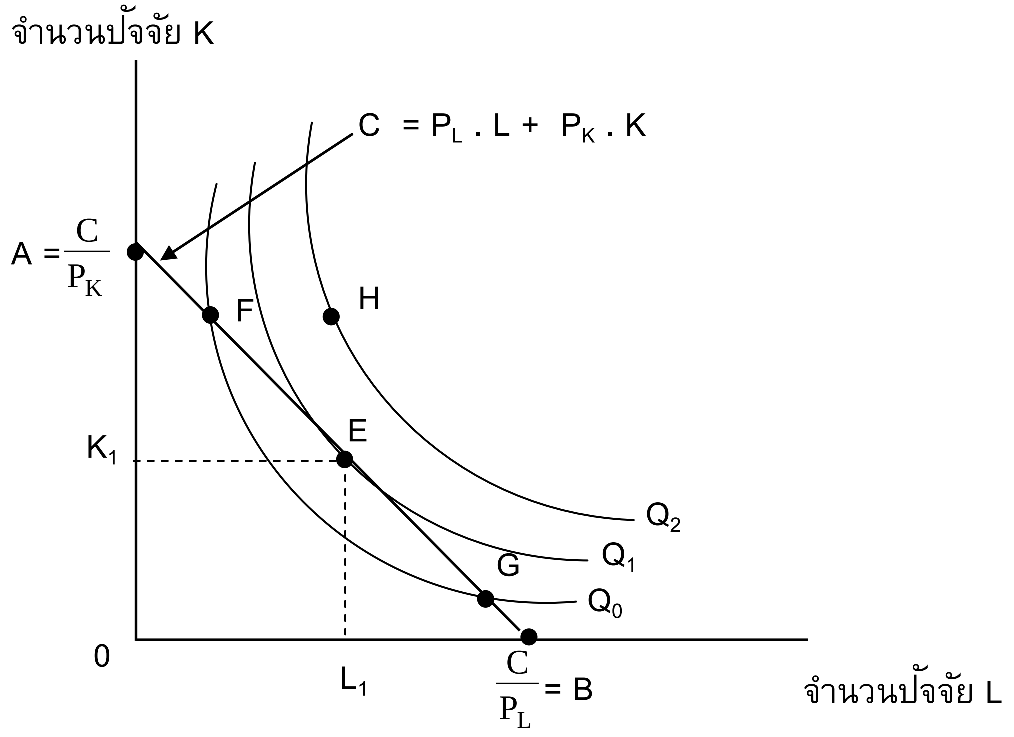
1. กรณีการหาส่วนผสมการใช้ปัจจัยการผลิตที่เสียต้นทุนต่ำสุด สำหรับผลิตสินค้าจำนวนหนึ่ง (minimum total cost subject to a given constraint of output) และ

2. กรณีส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่ทำให้ได้รับผลผลิตมากที่สุดจากต้นทุนที่มีอยู่อย่างจำกัด (maximum output subject to a given total cost constraint)

1. ส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่ได้ผลผลิตสูงสุดด้วยต้นทุนที่มีอยู่อย่างจำกัด (Maximum Output with Cost Constraint)

ถ้าผู้ผลิตมีต้นทุนอยู่อย่างจำกัด การใช้ปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมที่สุดอยู่ ณ จุดที่เส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุนเท่ากัน และจะเป็นจุดของการใช้ปัจจัยที่ทำให้ผู้ผลิตได้รับผลผลิตมากที่สุดจากต้นทุนที่มีอยู่อย่างจำกัด

รูปที่ 4 – 6 ส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่ทำให้ได้ผลผลิตมากที่สุด



รูปที่ 4 – 6 แสดงถึงส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่สุดที่ให้ได้ผลผลิตสูงสุดโดยมีข้อจำกัดทางต้นทุน โดยสมมุติให้มีต้นทุนการผลิตทั้งหมดเท่ากับ C บาท ส่วนผสมของปัจจัย L และปัจจัย K ที่จะสามารถใช้ได้จากต้นทุนที่มีอยู่จะอยู่บนเส้นต้นทุนเท่ากัน AB จะเห็นว่า จุด F , E และ G แสดงถึงส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่เสียต้นทุนเท่ากันซึ่งเท่ากับต้นทุน C บาทที่มีอยู่ แต่ส่วนผสมการใช้ปัจจัย ณ จุด F และจุด G จะทำให้ได้ผลผลิตทั้งหมดเท่ากับ Q_0 หน่วย ซึ่งน้อยกว่าการใช้ปัจจัยที่จุด E ซึ่งได้ผลผลิตเท่ากับ Q_1 หน่วย หรือการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ที่จุด F และที่จุด G ให้ผลผลิตน้อยกว่าที่จุด E แต่เสียรายจ่ายต้นทุนเท่ากัน จุด H แม้จะได้ผลผลิตมากกว่าที่จุด E แต่ผู้ผลิตมีต้นทุนไม่เพียงพอ

ดังนั้นส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่ที่ทำให้ผู้ผลิตได้รับผลผลิตมากที่สุดด้วยต้นทุนที่มีอยู่อย่างจำกัดจึงอยู่ ณ จุดที่เส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุน

เท่ากัน ซึ่ง ณ จุดนี้จะได้ว่า Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน เท่ากับ Slope ของเส้นต้นทุนเท่ากัน และจะได้ว่า

$$MRTS_{L.K} = \frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{P_L}{P_K}$$

ดังนั้นเงื่อนไขของการใช้ปัจจัยที่ให้ได้ผลผลิตมากที่สุด คือ

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

หรือ $$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K}$$

โดยมีข้อจำกัดทางด้านต้นทุนคือ $C = P_L . L + P_{K.} . K$

การหาผลผลิตสูงสุดด้วยต้นทุนที่มีอยู่จำกัด (Maximization of output subject to cost constraint) ทางคณิตศาสตร์

สมมุติฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = f(L, K)$$

สมการต้นทุนจำกัด คือ

$$\overline{C} = P_L . L + P_{K.} . K$$

โดยวิธีการของ Lagrangian multiplier method

$$Z = f(L . K) + \lambda(\overline{C} - P_L . L - P_{K.} . K)$$

เงื่อนไขอันดับแรก (First order condition) สำหรับค่าสูงสุด โดยการหา partial derivatives ของ Z มุ่งตรงต่อ L , K และ λ แล้วจัดให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = \frac{\partial f(L,K)}{\partial L} - P_L \lambda = 0 . \qquad ..... (4 - 1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = \frac{\partial f(L,K)}{\partial K} - P_K \lambda = 0 \qquad ..... (4-2)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = \bar{C} - P_L . L - P_{K.} . K = 0 \qquad .... (4-3)$$

จากสมการ (4 – 1) และ (4 – 2) จะได้

$$\frac{f_L}{f_K} = \frac{P_L}{P_K}$$

เนื่องจาก $\text{MRTS}_{LK} = \frac{f}{f_K}$

$$\therefore \quad \text{MRTS}_{L.K} = \frac{f_L}{f_K} = \frac{P_L}{P_K} \qquad .... (4-4)$$

จากสมการที่ (4 – 3) และ (4 – 4) สามารถหาปริมาณการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ที่เหมาะสมที่จะทำให้ได้ผลผลิตมากที่สุดด้วยต้นทุนจำกัดได้

จากการที่ $\lambda = \frac{f_L}{f_K} = \frac{P_L}{P_K}$

ค่าของ λ อาจหาได้จาก $\frac{dQ}{dC}$ ซึ่งสามารถพิจารณาได้ดังนี้

เนื่องจากค่าของ total differential ของสมการต้นทุน คือ

$$dC = P_L . dL + P_{K.} . dK$$

แทนค่า $P_L = \frac{f_L}{\lambda}$ และ $P_K = \frac{f_K}{\lambda}$ ในสมการ dC จะได้

$$dC = \frac{1}{\lambda} [f_L . dL + f_K . dK]$$

และเนื่องจาก $dQ = f_L . dL + f_{K.} . dK$

ดังนั้น $$\frac{dQ}{dC} = \frac{\lambda\left[f_L\, dL + f_K\, dK\right]}{\left[f_L\, dL + f_K\, dK\right]} = \lambda \qquad ... (4-5)$$

เงื่อนไขอันดับที่สอง (Second - order condition) สำหรับค่าสูงสุด ต้องการว่า Bordered Hessian Determinant มีค่ามากกว่าศูนย์

$$|\overline{H}| = \begin{vmatrix} f_{LL} & f_{LK} & -P_L \\ f_{LK} & f_{KK} & -P_K \\ -P_L & -P_K & 0 \end{vmatrix} > 0$$

$$|\overline{H}| = 2\lambda f_{LK}.P_L.P_K. - \lambda f_{LL}..P_K2 - f_{KK}..P_L2 > 0 \quad ...(4-6)$$

ตัวอย่างการคำนวณ

สมมุติฟังก์ชั่นการผลิต คือ $Q = 10 L^{1/2} K^{1/2}$

ผู้ผลิตมีต้นทุนเท่ากับ 32 บาท ราคาต่อหน่วยของปัจจัย L เท่ากับ 4 บาท ราคาต่อหน่วยของปัจจัย K เท่ากับ 4 บาท

ผู้ผลิตจะซื้อปัจจัย L และปัจจัย K จำนวนเท่าใดจึงจะได้ผลผลิตมากที่สุด

วิธีทำ

โดย Lagrangian Multiplier Method

$$Z = 10 L^{1/2} K^{1/2} + \lambda (32 - 4L - 4K)$$

เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการใช้ปัจจัยที่ทำให้ได้ผลผลิตสูงสุดจะต้องได้ว่า

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = 5 L^{-1/2} K^{1/2} - 4\lambda = 0 \quad ...(4-7)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial K} = 5 L^{1/2} K^{-1/2} - 4\lambda = 0 \quad ...(4-8)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = 32 - 4L - 4K = 0 \quad ...(4-9)$$

จากสมการที่ (4 – 7) และ (4 – 8) หาค่า λ จะได้

$$\frac{5L^{-1/2}K^{1/2}}{4} = \frac{5L^{1/2}K^{-1/2}}{4}$$

$$L = K \qquad \text{. . . (4 – 10)}$$

แทนค่าสมการที่ (4 – 10) ในสมการที่ (4 – 9) จะได้

$$32 - 4L - 4L = 0$$

$$L = \frac{32}{8} = 4 \text{ หน่วย}$$

$$\therefore K = 4 \text{ หน่วย}$$

แทนค่า L และ K ในฟังก์ชั่นการผลิตจะได้

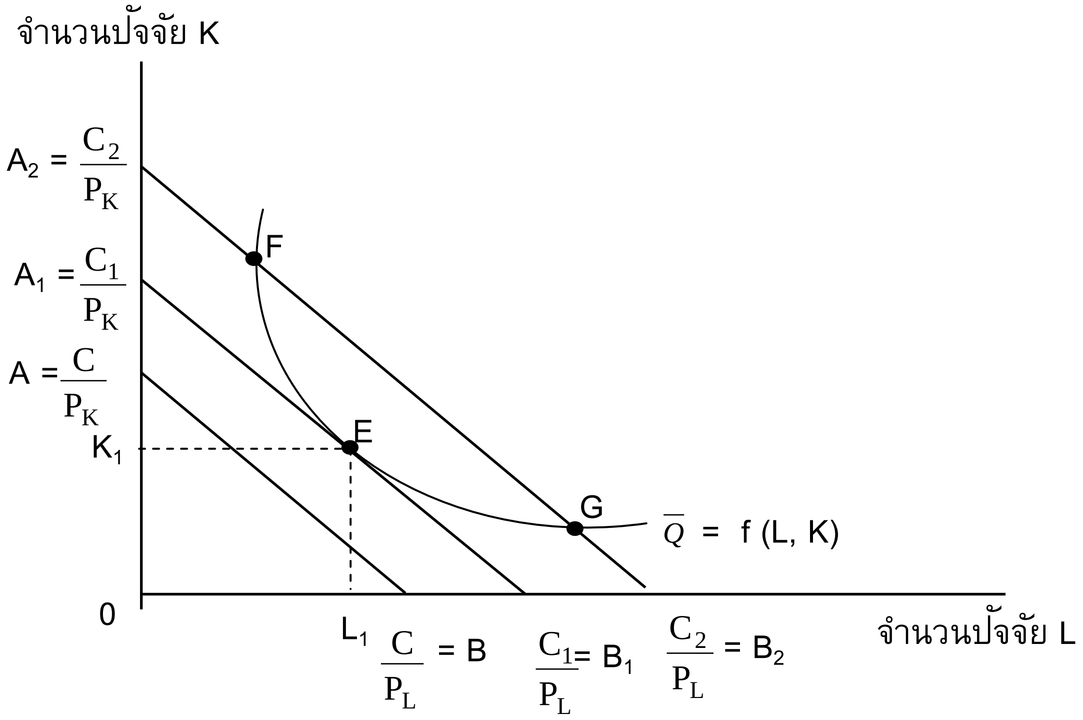
$$Q = 10\,(4)^{1/2}\,(4)^{1/2} = 40 \text{ หน่วย}$$

สรุปผู้ผลิตจะดำเนินการผลิตโดยได้ผลผลิตมากที่สุดจากต้นทุนที่มีอยู่อย่างจำกัดเมื่อใช้ปัจจัย L ปริมาณ = 4 หน่วย และใช้ปัจจัย K ปริมาณ = 4 หน่วย ปริมาณผลผลิตสูงสุด (Q_{max}) = 40 หน่วย

2. ส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่เสียต้นทุนต่ำสุดสำหรับการผลิตสินค้าจำนวนที่กำหนดให้ (Least Cost Combination of Inputs for a Given Output)

การหาส่วนผสมการใช้ปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมที่สุดสำหรับผลิตสินค้าจำนวนหนึ่งที่กำหนดให้เมื่อผู้ผลิตสามารถจัดหาต้นทุนเพิ่มขึ้นได้ จะอยู่ ณ จุดที่เส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุนเท่ากัน และจะเป็นจุดของการใช้ปัจจัยที่ทำให้ผู้ผลิตเสียต้นทุนต่ำสุด

รูปที่ 4 – 7 ส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่ทำให้เสียต้นทุนต่ำที่สุด



รูปที่ 4 – 7 แสดงถึงส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่สุดโดยเสียต้นทุนต่ำสุดโดยมีข้อจำกัดทางผลผลิต โดยต้องการผลิตให้ได้ผลผลิตเท่ากับ $\overline{Q}$ (โดย $\overline{Q}$ เป็นฟังก์ชั่นของ L และ K) จะเห็นว่าจุด F , E และ G แสดงถึงส่วนผสมของการใช้ปัจจัยที่ทำให้ได้ผลผลิตตามจำนวนที่ต้องการแต่จุด F และจุด G เสียต้นทุนทั้งหมดในการใช้ปัจจัยเท่ากับ C_2 บาท ซึ่งสูงกว่า ณ จุด E ที่เสียต้นทุนทั้งหมดในการใช้ปัจจัยเท่ากับ C_1 บาท สำหรับส่วนผสมของปัจจัยที่เสียต้นทุนเท่ากับ C บาท ไม่สามารถทำให้ได้ผลผลิตเท่ากับ $\overline{Q}$ ที่ต้องการ ดังนั้นส่วนผสมของปัจจัย L และ K ที่จะได้ผลผลิตจำนวนหนึ่งที่ต้องการจึงอยู่ ณ จุด E ซึ่งแสดงถึงการผลิตที่ทำให้เสียต้นทุนต่ำสุดโดยมีข้อจำกัดทางผลผลิต โดยจะอยู่ ณ จุด E และ ณ จุด E จะได้ว่า Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน เท่ากับ Slope ของเส้นต้นทุนเท่ากัน นั่นคือ

Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน = Slope ของเส้นต้นทุนเท่ากัน

$$MRTS_{L.K} = \frac{MP_L}{MP_K} = -\frac{dK}{dL} = \frac{P_L}{P_K}$$

ดังนั้นเงื่อนไขของการใช้ปัจจัยที่ทำให้เส้นต้นทุนต่ำสุด คือ

$$\frac{MP_L}{P_L} = \frac{MP_K}{P_K} \qquad \text{. . . . (4 – 11)}$$

โดยมีข้อจำกัดทางด้านผลผลิต คือ $\overline{Q} = f(L, K)$ . . . . (4 – 12)

จะสังเกตได้ว่าส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่ทำให้ได้ผลผลิตมากที่สุดและทำให้เสียต้นทุนน้อยที่สุดจะอยู่ ณ จุดที่เส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุนเท่ากันเหมือนหัน

การหาต้นทุนต่ำสุดโดยกำหนดระดับผลผลิตให้ (Minimization of cost for a given level of output) ทางคณิตศาสตร์

ในกรณีนี้มีเป้าหมายที่จะหาต้นทุนต่ำสุด โดยมีข้อจำกัดคือฟังก์ชั่นการผลิต

Min C $\quad C = P_L \,.\, L + P_{K.} \,.\, K$

Subject to output constraint : $\overline{Q} = f(L, K)$

โดยวิธีการของ Lagrangian multiplier method

$$V = = P_L \,.\, L + P_K \,.\, K + \lambda\{\overline{Q} - f(L, K)\}$$

เงื่อนไขอันดับแรก (First order condition) สำหรับค่าต่ำสุดของต้นทุน โดยหา partial derivatives ของ V มุ่งตรงต่อ L , K และ λ แล้วจัดให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial V}{\partial L} = P_L - \frac{\partial f(L,K)}{\partial L}\lambda = 0 \,. \qquad \text{. . . (4 – 13)}$$

$$\frac{\partial V}{\partial K} \quad = \quad P_K \; - \; \frac{\partial f\,(L,K)}{\partial K}\,\lambda \quad = \quad 0 \qquad \ldots . \; (4-14)$$

$$\frac{\partial V}{\partial \lambda} \quad = \quad \bar{Q} - f\,(L, K) \quad = \quad 0 \qquad \ldots . \; (4-15)$$

จากสมการที่ (4 – 13) และ (4 – 14) หาค่า λ จะได้

$$\frac{P_L}{\frac{\partial f(L,K)}{\partial L}} \quad = \quad \frac{P_K}{\frac{\partial f(L,K)}{\partial K}}$$

$$\frac{\frac{\partial f(L,K)}{\partial L}}{\frac{\partial f(L,K)}{\partial K}} \quad = \quad \frac{P_L}{P_K}$$

$$\frac{f_L}{f_K} \quad = \quad \frac{P_L}{P_K} \qquad \ldots \; (4-16)$$

หรือ $\quad MRTS_{L.K} \quad = \quad \frac{f_L}{f_K} \quad = \quad \frac{P_L}{P_K}$

และ $\quad \frac{1}{\lambda} \quad = \quad \frac{f_L}{f_K} \quad = \quad \frac{P_L}{P_K} \qquad \ldots . \; (4-17)$

จากสมการที่ (4 – 15) และ (4 – 16) จะได้ค่าของ L , K และ λ ซึ่งทำให้ผู้ผลิตเสียต้นทุนต่ำสุดในการผลิตสินค้าปริมาณที่กำหนดให้

เงื่อนไขอันดับที่สอง (Second - order condition) สำหรับค่าต่ำสุดจะต้องได้ว่า Bordered Hessian Determinant มีค่าเป็นลบ

$$|\bar{H}| = \begin{vmatrix} -\lambda f_{LL} & -\lambda f_{LK} & -f_L \\ -\lambda f_{KL} & -\lambda f_{KK} & -f_K \\ -f_L & -f_K & 0 \end{vmatrix} < 0$$

$$|\bar{H}| \quad = \quad -2\,\lambda\, f_{LK}\, f_K\, f_L \; + \; \lambda\, f_{KK}\, f_L^2 \; + \; \lambda f_{LL}\, f_K^2 \quad < \quad 0 \quad \ldots \; (4-18)$$

เนื่องจาก $\quad f_L \; = \; \frac{P_L}{\lambda} \qquad$ และ $\qquad f_K \; = \; \frac{P_K}{\lambda}$

$$\therefore \quad |\bar{H}| = -\frac{2}{\lambda} f_{LK} P_L P_K + \frac{1}{\lambda} f_{KK} P_L^2 + \frac{1}{\lambda} f_{LL} P_K^2 < 0$$

เอา $-\frac{1}{\lambda}$ คูณตลอด

$$\therefore \quad |\bar{H}| = 2 f_{LK} P_L P_K - f_{KK} P_L 2 - f_{LL} P_K 2 > 0 \qquad ... (4 – 19)$$

จะเห็นว่าเงื่อนไขอันดับที่สองในกรณีนี้จะเหมือนกับในกรณีการหาผลผลิตมากที่สุดด้วยต้นทุนที่มีอยู่อย่างจำกัด

นอกจากนี้การหาส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมทั้งในกรณีการหาผลผลิตสูงสุด และการหาต้นทุนต่ำสุดจะอยู่ ณ จุดที่เส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุนเท่ากัน

ตัวอย่างการคำนวณ

สมมุติฟังก์ชั่นการผลิต คือ $Q = 10 L^{1/2} K^{1/2}$

ผู้ผลิตต้องการผลิตสินค้าปริมาณเท่ากับ 40 หน่วย ถ้าราคาต่อหน่วยของปัจจัย L เท่ากับ 4 บาท ราคาต่อหน่วยของปัจจัย K เท่ากับ 4 บาท ผู้ผลิตจะซื้อปัจจัย L และปัจจัย K จำนวนเท่าใดจึงจะเสียต้นทุนต่ำที่สุด

วิธีทำ

โดย Lagrangian Multiplier Method

$$\phi = 4L + 4K + \lambda(40 - 10 L^{1/2} K^{1/2})$$

เงื่อนไขที่จำเป็นสำหรับการใช้ปัจจัยที่ทำให้ได้ผลผลิตสูงสุดจะต้องได้ว่า

$$\frac{\partial \phi}{\partial L} = 4 - 5 L^{-1/2} L^{1/2} \lambda = 0 \qquad ... (4 – 20)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial K} = 4 - 5 L^{1/2} K^{-1/2} \lambda = 0 \qquad ... (4 – 21)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial \lambda} = 40 - 10\,L^{1/2}K^{1/2} = 0 \qquad \ldots (4-22)$$

จากสมการที่ (4 – 20) และ (4 – 21) หาค่า λ จะได้

$$\frac{4}{5\,L^{-1/2}K^{1/2}} = \frac{4}{5\,L^{1/2}K^{-1/2}}$$

$$L = K \qquad \ldots (4-23)$$

แทนค่าสมการที่ (4 – 23) ในสมการที่ (4 – 22) จะได้

$$40 - 10\,L^{1/2}L^{1/2} = 0$$

$$L = 4$$

$$\therefore \quad K = 4$$

แทนค่า L และ K ในสมการต้นทุนจะได้

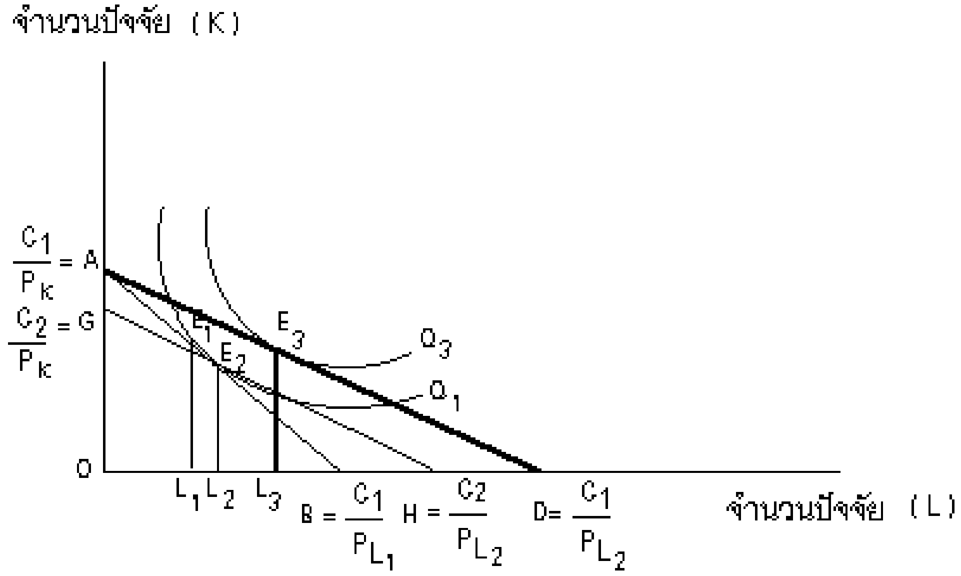
$$C = 4\,(4) + 4\,(4) = 32 \text{ บรท}$$

สรุปผู้ผลิตจะดำเนินการผลิตโดยเสียต้นทุนต่ำที่สุดเพื่อผลิตสินค้าปริมาณเท่ากับ 40 หน่วยเมื่อปริมาณการใช้ปัจจัย L = 4 หน่วย ปริมาณการใช้ปัจจัย K = 4 หน่วย โดยเสียต้นทุนต่ำสุด (C_{min}) = 32 บาท

การทดแทนกันของปัจจัย (Factor Substitution)

การที่ราคาของปัจจัยการผลิตชนิดใดชนิดหนึ่งลดลง โดยที่ต้นทุนการผลิตและราคาของปัจจัยอีกชนิดหนึ่งคงที่ จะมีผลทำให้ดุลยภาพของผู้ผลิตเปลี่ยนแปลงไป

รูปที่ 4 – 8 ผลการเปลี่ยนแปลงของราคาปัจจัยการผลิต



เริ่มต้นจากจุดดุลยภาพของผู้ผลิตที่จุด E1 ในรูปที่ 4 – 8 ผู้ผลิตจะใช้ปัจจัย L จำนวนเท่ากับ OL_1 หน่วย และ ใช้ปัจจัย K จำนวนเท่ากับ E_1L_1 หน่วย สมมติราคาของปัจจัย L ลดลงจาก P_{L_1} เป็น P_{L_2} บาท โดยที่ราคาของปัจจัย K (P_K) และต้นทุนทั้งหมด (C) ยังคงเดิม เส้นต้นทุนเท่ากันจะเปลี่ยนจากเส้น AB เป็นเส้น AD จุดดุลยภาพของผู้ผลิตจะเปลี่ยนจากจุด E_1 เป็นจุด E_3 ผู้ผลิตจะใช้ปัจจัย L จำนวนเท่ากับ O L_3 หน่วย และใช้ปัจจัย K จำนวนเท่ากับ L_3 E_3 หน่วย แสดงว่า เมื่อราคาปัจจัย L ถูกลง ผู้ผลิตจะใช้ปัจจัย L เพิ่มขึ้นเท่ากับ L_1L_3 หน่วย ผลเช่นนี้เรียกว่า ผลทั้งหมด (Total Effect) โดยผลทั้งหมดนี้จะเป็นผลรวมของผลทางด้านผลผลิต (Output Effect) และผลทางด้านการทดแทนกันของปัจจัย (Substitution Effect)

ผลทางด้านผลผลิต (Output Effect) เป็นผลจากการที่ราคาของปัจจัยชนิดใดชนิดหนึ่งเปลี่ยนแปลง โดยที่ราคาของปัจจัยการผลิตอีกชนิดหนึ่งคงที่ ทำให้ปริมาณ

ผลผลิตของผู้ผลิตเปลี่ยนแปลงไปได้ทั้ง ๆ ที่ยังคงมีต้นทุนการผลิตเท่าเดิม เช่น จากรูปที่ 4 – 8 ด้วยต้นทุนและราคาปัจจัย K เท่าเดิม เมื่อราคาของปัจจัย L ลดลง ทำให้ผู้ผลิตสามารถผลิตสินค้าได้ปริมาณเพิ่มขึ้น กล่าวคือ ผู้ผลิตจะอยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากัน Q_3 ซึ่งสูงกว่าเส้นผลผลิตเท่ากัน Q_1 หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งเมื่อราคาปัจจัย L ลดลง ผู้ผลิตสามารถผลิตสินค้าได้ปริมาณเท่ากับที่เคยผลิต (คืออยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากัน Q_1) ได้ด้วยต้นทุนการผลิตที่น้อยกว่า C_1 บาท

ในการแยกผลทางด้านผลผลิตออกจากผลทั้งหมด ทำได้โดยการลากเส้นต้นทุนเท่ากันเส้นใหม่ (เส้น GH) โดยให้ขนานกับเส้นต้นทุนเท่ากัน AD และไปสัมผัสกับเส้นผลผลิตเท่ากัน Q_1 เส้นต้นทุนเท่ากัน GH ที่ลากไปในทางที่ลดลง หมายถึง มีการลดลงของต้นทุน ผลทางด้านการทดแทนกันของปัจจัย (Substitution Effect) วัดได้โดยการเคลื่อนย้ายบนเส้นผลผลิตเท่ากันเส้นเดิม และใช้วัดขนาดของการทดแทนกันของปัจจัย L ที่ทดแทนปัจจัย K ในการผลิต ซึ่งเป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงในราคาเปรียบเทียบของปัจจัยการผลิตทั้งสองชนิด โดยขนาดของการใช้ปัจจัย L ทดแทนปัจจัย K จะขึ้นอยู่กับความโค้งของเส้นผลผลิตเท่ากัน

ดังนั้นจากรูปที่ 4 – 8

Total Effect = Substitution effect + Output effect

$$L_1L_3 = L_1L_2 + L_2L_3$$

ความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน (Elasticity of Substitution: σ)

การวัดขนาดของการใช้ปัจจัยทดแทนกันทำได้โดยใช้ค่าความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน (Elasticity of Substitution) ซึ่งเป็นการวัดขนาดที่ปัจจัยการผลิตชนิดหนึ่งสามารถใช้แทนปัจจัยการผลิตอีกชนิดได้โดยผู้ผลิตยังคงอยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากันเส้นเดิม หรือยังคงได้รับผลผลิตเท่าเดิม

ดังนั้นค่าความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน (Elasticity of Substitution) ของปัจจัย L ทดแทนปัจจัย K จึงหาได้จากอัตราส่วนของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในเรโชของปัจจัย K ต่อปัจจัย L (% Δ ($\frac{K}{L}$)) ต่อเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในอัตราหน่วยสุดท้ายของการทดแทนกันของปัจจัย L ทดแทนปัจจัย K (% Δ MRTS $_{L.K}$) นั่นคือ

$$\sigma = \frac{\textit{Percentage change in } K/L}{\textit{Percentage change in } MRTS_{L.K}}$$

$$= \frac{\dfrac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\dfrac{\Delta MRTS_{L.K}}{MRTS_{L.K}}}$$

$$= \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta\ MRTS_{L.K}} \cdot \frac{MRTS_{L.K}}{\frac{K}{L}}$$

$$\sigma = \frac{d\left(\frac{K}{L}\right)}{d\ MRTS_{L.K}} \cdot \frac{MTRS_{L.K}}{\frac{K}{L}}$$

เนื่องจากปริมาณผลผลิตเป็นฟังก์ชั่นของปัจจัยการผลิต ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = f(L, K)$$

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = Q_L = f_L(L, K)$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = Q_K = f_K(L, K)$$

และ $$MRTS_{L.K} = -\frac{d\ Q}{d\ L} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial L}}{\frac{\partial Q}{\partial K}} = \frac{Q_L}{Q_K}$$

ดังนั้น $\sigma = \dfrac{d\left(\dfrac{K}{L}\right)}{d\left(\dfrac{Q_L}{Q_K}\right)} \cdot \dfrac{\dfrac{Q_L}{Q_K}}{\dfrac{K}{L}}$

$$= \frac{\dfrac{d\left(\dfrac{K}{L}\right)}{\dfrac{K}{L}}}{\dfrac{d\left(\dfrac{Q_L}{Q_K}\right)}{\dfrac{Q_L}{Q_K}}}$$

$$\sigma = \frac{d\ ln\left(\dfrac{K}{L}\right)}{d\ ln\left(\dfrac{Q_L}{Q_K}\right)}$$

จะเห็นได้ว่าการใช้ปัจจัยการผลิตเมื่อเส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุนเท่ากันจะทำให้ผู้ผลิตได้ดุลยภาพ ซึ่ง ณ จุดดุลยภาพของผู้ผลิต

$$MRTS_{L.K} = \frac{P_L}{P_K}$$

หรือ $\dfrac{Q_L}{Q_K} = \dfrac{P_L}{P_K}$

เมื่อราคาของปัจจัยการผลิตชนิดใดชนิดหนึ่งเปลี่ยนโดยที่ราคาปัจจัยการผลิตอีกชนิดหนึ่งยังคงที่อยู่และต้นทุนการผลิตคงที่ด้วย จะทำให้ดุลยภาพของผู้ผลิตเปลี่ยนแปลงไป ทำให้ผู้ผลิตต้องเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของการใช้ปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิด อันเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนของราคาของปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิดนั้น ตัวอย่างเช่น เมื่อราคาปัจจัย L ลดลง ทำให้ผู้ผลิตต้องเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของการใช้

ปัจจัย L ทดแทนปัจจัย K นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนราคาของปัจจัย จะมีผลต่อสัดส่วนของการใช้ปัจจัยตามค่าของความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน จึงอาจกล่าวได้ว่า ขนาดของการใช้ปัจจัย L ทดแทนปัจจัย K อันเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของสัดส่วนราคาปัจจัย L ต่อราคาปัจจัย K เป็นการวัดความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน

ดังนั้นความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน (Elasticity of Substitution : σ) จะใช้วัดความกว้างของอัตราส่วนของการเปลี่ยนแปลงสัดส่วนของปัจจัย K ต่อปัจจัย L (K – L ratio) ที่ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงในอัตราส่วนของราคาปัจจัย L ต่อราคาปัจจัย K โดยวัดการเปลี่ยนแปลงเป็นเปอร์เซ็นต์ นั่นคือ

$$\text{ดังนั้น} \quad \sigma = \frac{\text{เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในสัดส่วน K ต่อ L}}{\text{เปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในสัดส่วนของ } P_L \text{ ต่อ } P_K}$$

$$= \frac{\dfrac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\frac{K}{L}}}{\dfrac{\Delta\left(\frac{P_L}{P_K}\right)}{\frac{P_L}{P_K}}}$$

$$\sigma = \frac{\Delta\left(\frac{K}{L}\right)}{\Delta\left(\frac{P_L}{P_K}\right)} \cdot \frac{\frac{P_L}{P_K}}{\frac{K}{L}}.$$

ถ้า ค่า σ = 0 แสดงว่าแม้ว่าสัดส่วนของราคาปัจจัยจะเปลี่ยนแปลงไปก็ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงส่วนผสมของปัจจัยการผลิตได้

ถ้า ค่า $0 < \sigma < 1$ แสดงว่า เมื่อสัดส่วนของราคาปัจจัยเปลี่ยนแปลง ผู้ผลิตจะเปลี่ยนแปลงการใช้ปัจจัยในสัดส่วนที่น้อยกว่าการเปลี่ยนแปลงของราคาปัจจัย นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงส่วนผสมการใช้ปัจจัยทำได้ในขอบเขตจำกัด

ถ้า ค่า $\sigma = 1$ แสดงว่าเมื่อราคาปัจจัยเปลี่ยนแปลงในสัดส่วนหนึ่งจะทำให้ผู้ผลิตเปลี่ยนแปลงปัจจัยการผลิตที่ใช้ในสัดส่วนเดียวกัน

ถ้า ค่า $\sigma > 1$ แสดงว่า เมื่อมีการเปลี่ยนแปลงของราคาปัจจัยจะก่อให้เกิดการทดแทนกันของการใช้ปัจจัยในสัดส่วนที่สูงกว่า นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงส่วนผสมของปัจจัยทำได้อย่างมาก

และถ้า ค่า $\sigma = \infty$ แสดงว่า การเปลี่ยนแปลงในราคาปัจจัยจะทำให้ผู้ผลิตย้ายจากการใช้ปัจจัยชนิดหนึ่งไปเป็นการใช้ปัจจัยอีกชนิดหนึ่งทั้งหมดหรือใช้ปัจจัยการผลิตเพียงชนิดเดียว นั่นคือ ปัจจัยการผลิตสามารถทดแทนกันได้อย่างสมบูรณ์

การกระจายรายได้

ในการผลิตสินค้าต้องใช้ปัจจัยการผลิต มูลค่าของผลผลิตจะถูกนำไปใช้ในการแจกจ่ายให้แก่ปัจจัยการผลิตที่มีส่วนร่วมในการดำเนินการผลิต ผลตอบแทนของปัจจัยการผลิตหาได้จากปริมาณของปัจจัยการผลิตที่ใช้คูณด้วยราคาต่อหน่วยของปัจจัย

ถ้าในการผลิตสินค้าปริมาณ Q_1 หน่วย ต้องใช้ปัจจัย L และปัจจัย K จำนวน L และ K หน่วย ราคาต่อหน่วยของปัจจัย L และปัจจัย K เท่ากับ P_L และ P_K บาท โดยผลผลิตปริมาณ Q_1 หน่วย นำไปขายได้ในราคาหน่วยละ P_1 บาท

สัดส่วนของผลตอบแทนของปัจจัย L ต่อมูลค่าผลผลิตทั้งหมด = $\dfrac{P_L . L}{P_1 Q_1}$

สัดส่วนของผลตอบแทนของปัจจัย K ต่อมูลค่าผลผลิตทั้งหมด = $\dfrac{P_K . K}{P_1 Q_1}$

ให้ R = อัตราผลตอบแทนโดยเปรียบเทียบของปัจจัย K ต่อปัจจัย L

ดังนั้น R = $\dfrac{P_K \cdot K}{P_L \cdot L}$

$$= \frac{\frac{K}{L}}{\frac{P_L}{P_K}}$$

$$dR = d\left[\frac{\frac{K}{L}}{\frac{P_L}{P_K}}\right] = d\left[\frac{K}{L}\Big/\frac{P_L}{P_K}\right]$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\left[\frac{K}{L}\Big/\frac{P_L}{P_K}\right]}{\left[\frac{K}{L}\right]\Big/\left[\frac{P_L}{P_K}\right]} = \frac{d\left[\frac{K}{L}\Big/\frac{P_L}{P_K}\right]}{\left[\frac{K}{L}\right]\Big/\left[\frac{P_L}{P_K}\right]} = \sigma$$

ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงโดยเปรียบเทียบในราคาของปัจจัย จะก่อให้เกิดการเปลี่ยนแปลงในการกระจายรายได้ หรือผลตอบแทนโดยเปรียบเทียบของเจ้าของปัจจัยต่าง ๆ โดยอัตราการเปลี่ยนแปลงของอัตราผลตอบแทนโดยเปรียบเทียบของปัจจัย K ต่อปัจจัย L มีความสัมพันธ์กับค่าความยืดหยุ่นของการใช้ปัจจัยทดแทนกัน กล่าวคือในกรณีที่ $\sigma < 1$ ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงในราคาโดยเปรียบเทียบของปัจจัย L ต่อปัจจัย K เพิ่มขึ้น ผู้ผลิตจะไม่สามารถใช้ปัจจัย K เพิ่มขึ้นแทนปัจจัย L ในสัดส่วนเดียวกันกับการเปลี่ยนแปลงของผลตอบแทนของปัจจัย นั่นคือ รายได้โดยเปรียบเทียบของเจ้าของปัจจัย L ต่อเจ้าของปัจจัย K จะเพิ่มขึ้น

สำหรับในกรณีที่ $\sigma > 1$ การเพิ่มขึ้นในอัตราราคาของปัจจัย L โดยเปรียบเทียบกับราคาปัจจัย K จะทำให้เจ้าของปัจจัย L ได้รายได้โดยเปรียบเทียบลดลง นั่นคือ เจ้าของปัจจัย K จะได้รายได้สูงกว่าเจ้าของปัจจัย L

และในกรณีที่ $\sigma = 1$ จะพบว่า อัตราผลตอบแทนโดยเปรียบเทียบของเจ้าของปัจจัยทั้งสองชนิดจะคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง

ผลตอบแทนต่อขนาด (Return to Scale)

การพิจารณาผลตอบแทนต่อขนาดจะวิเคราะห์ให้เห็นผลของการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยทุกตัวพร้อม ๆ กันว่าจะมีผลกระทบต่อปริมาณผลผลิตรวมอย่างไร ดังนั้นการวิเคราะห์ผลตอบแทนต่อขนาดจะเกี่ยวข้องกับการดำเนินการผลิตในระยะยาวโดยจะพิจารณาได้ว่า

1. ถ้าสัดส่วนของการเพิ่มขึ้นในปัจจัยทุกชนิดเท่ากับสัดส่วนการเพิ่มของผลผลิต เรียกว่า ผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale) เช่น ถ้าเพิ่มปัจจัยทุกชนิดพร้อม ๆ กัน 2 เท่า ทำให้ผลผลิตเพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า แสดงว่าผลตอบแทนต่อขนาดคงที่

2. ถ้าสัดส่วนการเพิ่มในผลผลิตเพิ่มขึ้นมากกว่าการเพิ่มขึ้นในปัจจัยการผลิตทุกชนิด เรียกว่า ผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale)

3. ถ้าผลผลิตเพิ่มขึ้นน้อยกว่าสัดส่วนการเพิ่มขึ้นในปัจจัยการผลิตทุกชนิด เรียกว่า ผลตอบแทนต่อขนาดลดลง (Decreasing Returns to Scale)

ถ้าพิจารณาจากตัวอย่างของการผลิตแร่ในตารางที่ 4 – 1 เมื่อต้องการพิจารณาถึงผลกระทบของผลผลิตแร่ที่ผลิตจากการเปลี่ยนแปลงส่วนผสมของปัจจัยแรงงานและเครื่องจักร เช่น ถ้าเพิ่มส่วนผสมของการใช้ปัจจัยการผลิตเท่ากับ 1.5 เท่าของส่วนผสมเดิมของแรงงานและทุนจะมีผลต่อปริมาณผลผลิตแร่เท่าใด โดยสมมุติเดิมใช้แรงงาน 4 คน และเครื่องจักรขนาด 500 กำลังม้า ได้ผลผลิตทั้งหมดเท่ากับ 29 ตัน เมื่อเพิ่มส่วนผสมของแรงงานและทุนเท่ากับ 1.5 เท่า จะทำให้ส่วนผสมของปัจจัยของแรงงานและเครื่องจักรเปลี่ยนเป็นใช้แรงงานจำนวน 6 คน และเครื่องจักรขนาด 750 กำลังม้า จะได้ผลผลิตแร่ทั้งหมดเท่ากับ 60 ตัน แสดงว่าผลผลิตแร่เพิ่มขึ้นเป็นอัตราส่วนเท่ากับ $\frac{60}{29}$ หรือเท่ากับ 2 .07 แสดงว่าการเพิ่มส่วนผสมของปัจจัยการผลิต

เท่ากับ 1.5 เท่า ทำให้ผลผลิตแร่เพิ่มขึ้นมากกว่า 1.5 เท่า คือเพิ่มขึ้นเท่ากับ 2.07 เท่า แสดงว่าได้ผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale) อย่างไรก็ตามความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนการเพิ่มของปัจจัยและผลผลิตไม่จำเป็นต้องเหมือนกันสำหรับการเพิ่มขึ้นปัจจัยในสัดส่วนขนาดเดียวกัน เช่น การเพิ่มขึ้นของส่วนผสมของปัจจัย 1.5 เท่า จากการใช้ ส่วนผสมของคนงาน 6 คน และเครื่องจักรขนาด 500 กำลังม้า ซึ่งได้ผลผลิตแร่เท่ากับ 55 ตัน เป็นส่วนผสมการใช้คนงานเท่ากับ $(1.5 \times 6) = 9$ คน และใช้แรงงานเท่ากับ $(1.5 \times 500) = 750$ กำลังม้า ซึ่งจากตารางที่ 4 – 1 จะทำให้ได้ผลผลิตแร่เท่ากับ 61 ตัน แสดงว่าผลผลิตแร่เพิ่มขึ้นเป็นอัตราส่วน $\frac{61}{55}$ หรือเท่ากับ 1.10 นั่นแสดงว่าการเพิ่มส่วนผสมของปัจจัยเท่ากับ 1.5 เท่า ทำให้ผลผลิตแร่เพิ่มขึ้นน้อยกว่า 1.5 เท่า คือเพิ่มขึ้นเท่ากับ 1.10 เท่า แสดงว่าได้ผลตอบแทนต่อขนาดลดลง (Decreasing Returns to Scale)

จากฟังก์ชั่นการผลิตสามารถพิจารณาผลตอบแทนต่อขนาดได้ดังนี้

ถ้าฟังก์ชั่นการผลิตมีรูปสมการ คือ

$$Q = f(L, K)$$

ถ้าปัจจัย L และปัจจัย K ในฟังก์ชั่นการผลิตถูกเพิ่มขึ้นหรือลดลงในสัดส่วนที่แน่นอน ผลของการเปลี่ยนปลงในผลผลิตอาจเป็นไปในสัดส่วนที่มากกว่า เท่ากัน หรือน้อยกว่า การเปลี่ยนแปลงในปัจจัยการผลิต เช่น ถ้าปัจจัย L และปัจจัย K เพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนด้วยค่าคงที่ k โดยการคูณปัจจัยการผลิตทุกตัวในฟังก์ชั่นการผลิตด้วยค่า k ถ้าปัจจัยทุกตัวในฟังก์ชั่นการผลิตนี้ถูกคูณด้วยค่าคงที่ k $(k \neq 0)$ นั่นคือ ปัจจัยทุกตัวจะเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนด้วย k และเขียนฟังก์ชั่นการผลิตใหม่ได้ว่า

$$Q^* = hQ = f(kL, kK)$$

โดยที่ h เป็นการเพิ่มขึ้นในสัดส่วนของ Q ซึ่งเป็นผลมาจากการเพิ่มขึ้นในปัจจัยแต่ละชนิด

ดังนั้น ถ้า $h = k$ แสดงว่าฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่

ถ้า $h < k$ แสดงว่าฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง

และ ถ้า $h > k$ แสดงว่าฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น

ตัวอย่าง ถ้าต้องการพิจารณาว่าฟังก์ชั่นการผลิต $Q = f(X, Y, Z)$ มีรูปสมการ คือ

$$Q = 2X + 3Y + 1.5Z$$

มีผลตอบแทนต่อขนาดเป็นเช่นใด

หลักวิธีการทำคือ จะสมมุติเพิ่มปัจจัยเข้าไป k เท่า แล้วพิจารณาว่าจะมีผลต่อผลผลิตอย่างใด

สมมุติในที่นี้จะพิจารณาให้มีการเพิ่มปัจจัย 2 เท่า แล้วมีผลต่อปริมาณผลผลิตอย่างไร โดยในชั้นต้นต้องสมมุติค่าของ X, Y และ Z ขึ้นมาก่อน ถ้าสมมุติเดิม $X = 1$, $Y = 2$ และ $Z = 2$ ดังนั้นผลผลิตจะเท่ากับ

$$Q_1 = 2(1) + 3(2) + 1.5(2) = 11 \text{ หน่วย}$$

ถ้าเพิ่มปัจจัยทุกตัวเข้าไป 2 เท่า ($k = 2$) นั่นคือปัจจัยที่ใช้มีจำนวน $X = 2$, $Y = 4$ และ $Z = 4$ ดังนั้นผลผลิตใหม่จะเท่ากับ

$$Q_2 = 2(2) + 3(4) + 1.5(4) = 22 \text{ หน่วย}$$

เนื่องจาก $k = 2$ และ $h = \frac{22}{11} = 2$

ดังนั้น $h = k = 2$ แสดงว่าการดำเนินการผลิตจะมีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale)

การพิจารณาผลตอบแทนต่อขนาดอันเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของปัจจัยทุกตัวแล้วมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของผลผลิตในทางคณิตเศรษฐศาสตร์สามารถพิจารณาได้จากฟังก์ชั่นการผลิตที่มีเอกมัยภาพ (Homogeneous Production Function)

ฟังก์ชั่นการผลิตแบบเอกมัยภาพ (Homogeneous Production Function)

ฟังก์ชั่นเอกมัยภาพ (Homogeneous Function) หมายถึง ฟังก์ชั่นที่ตัวแปรตามและตัวแปรอิสระมีความสัมพันธ์กันอย่างได้สัดส่วน กล่าวคือ ถ้าตัวแปรอิสระมีการเปลี่ยนแปลง ตัวแปรตามก็จะเปลี่ยนแปลงด้วยอย่างได้สัดส่วน

ในทางคณิตเศรษฐศาสตร์ ถ้าสมมุติความสัมพันธ์ของผลผลิตและจำนวนปัจจัยที่ใช้ในการผลิตแสดงในรูปของฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = f(L, K)$$

เมื่อปัจจัยแต่ละชนิดถูกคูณด้วย k ซึ่งเป็นค่าคงที่ แล้วสามารถแยกค่า k ออกมาได้ ฟังก์ชั่นการผลิตเช่นนี้เรียกว่าฟังก์ชั่นการผลิตที่มีเอกมัยภาพ (Homogeneous Production Function)

ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตที่มีเอกมัยภาพ (Homogeneous Production Function) หมายถึง ฟังก์ชั่นที่เมื่อเพิ่มปัจจัยทุกตัวในสัดส่วนเดียวกันแล้วระดับผลผลิตใหม่สามารถแสดงออกเป็นฟังก์ชั่นของตัวยกกำลังใด ๆ คูณด้วยระดับผลผลิตเดิม

ตัวอย่างเช่น เมื่อเพิ่มปัจจัยการผลิตทุกชนิดในสัดส่วนเดียวกัน เช่น k เท่า แล้วฟังก์ชั่นการผลิตใหม่สามารถแสดงออกเป็นฟังก์ชั่นของค่า k ยกกำลังใด ๆ คูณด้วยระดับผลผลิตเดิม เช่น เพิ่มปัจจัยทุกชนิด k เท่า สามารถเขียนระดับผลผลิตใหม่ได้ว่า

$$Q^* = f(kL, kK) = k^n f(L,K)$$

หรือ $hQ = Q^* = k^n Q$

ฟังก์ชั่นการผลิตนี้จะเรียกว่าฟังก์ชั่นการผลิตที่มีเอกมัยภาพ(Homogeneous Production Function)

กำลังของ k ซึ่งถูกแยกออกมาจากฟังก์ชั่น เรียกว่า ระดับของความเป็นเอกมัยภาพ (degree of homogeneity) ของฟังก์ชั่น เช่น จากฟังก์ชั่นการผลิตใหม่ได้ว่า $Q^* = k^n Q$ จะได้ว่า ระดับของ ความเป็นเอกมัยภาพ (Degree of homogeneity) แสดง

โดยตัวเลขยกกำลัง n ค่า n จะกำหนดระดับของเอกมัยภาพ(Degree of homogeneity) ของฟังก์ชั่นการผลิต ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตนี้เป็นฟังก์ชั่นที่มีเอกมัยภาพลำดับที่ n (homogeneous of degree n) และค่า n จะบอกถึงผลตอบแทนต่อขนาด

ถ้า $n = 1$ แล้ว ค่า $h = k$ ฟังก์ชั่นการผลิตจะเป็น homogeneous of degree 1 แสดงว่า ฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดที่คงที่(Constant Returns to Scale)

ถ้า $n > 1$ แล้ว ค่า $h > k$ ฟังก์ชั่นการผลิตเป็น homogeneous of degree greater than 1 แสดงว่า ฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale)

ถ้า $n < 1$ แล้ว ค่า $h < k$ ฟังก์ชั่นการผลิตเป็น homogeneous of degree less than 1 แสดงว่า ฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง (Decreasing Returns to Scale)

ตัวอย่างที่ 1 สมมุติว่าฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = 10XY - 2X^2 - Y^2$$

ให้พิจารณาว่าฟังก์ชั่นการผลิตนี้เป็นฟังก์ชั่นทีมีเอกมัยภาพหรือไม่ และฟังก์ชั่นการผลิตนี้มีผลตอบแทนต่อขนาดอย่างไร

การจะพิจารณาว่าฟังก์ชั่นการผลิตนี้เป็นฟังก์ชั่นทีมีเอกมัยภาพหรือไม่ ทำได้โดยการเพิ่มค่าของปัจจัยทุกตัวเท่ากับ k เท่า ดังนั้น

$$hQ = 10(kX)(kY) - 2(kX)^2 - (kY)^2$$

$$= 10k^2XY - 2k^2X^2 - k^2Y^2$$

$$\therefore \quad hQ = k^2(10XY - 2X^2 - Y^2)$$

$$= k^2Q$$

เนื่องจากฟังก์ชั่นการผลิตนี้สามารถถอดตัวร่วม k ออกมาได้จึงเป็น Homogeneous Production Function และเมื่อ k มีกำลังเท่ากับ 2 นั่นคือ $h = k^2$ จึงเรียกฟังก์ชั่นนี้ว่าฟังก์ชั่นการผลิตที่มีเอกมัยภาพลำดับที่ 2 (Homogeneous of degree 2) ซึ่งแสดงว่าฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale) ทั้งนี้เพราะการเพิ่มปัจจัยทุกตัวไป k เท่า ทำให้ผลผลิตทั้งหมดเพิ่มขึ้นเท่ากับ k^2 เท่า

ตัวอย่างที่ 2 สมมุติฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = f(X, Y) = 0.6X + 0.2Y$$

ให้พิจารณาว่าฟังก์ชั่นการผลิตนี้เป็นฟังก์ชั่นทีมีเอกมัยภาพหรือไม่ และฟังก์ชั่นการผลิตนี้มีผลตอบแทนต่อขนาดอย่างไร

ถ้าเพิ่มปัจจัยทุกตัว k เท่า ดังนั้นฟังก์ชั่นการผลิตใหม่ คือ

$$hQ = 0.6(kX) + 0.2(kY)$$

$$= k(0.6X + 0.2Y)$$

$$hQ = kf(X, Y)$$

เมื่อระดับของความมีเอกมัยภาพ(degree of homogeneity : n) เท่ากับ 1 นั่นคือ $h = k$

ดังนั้นฟังก์ชั่นนี้เรียกว่า Homogeneous of degree 1 หรือ Linearly homogeneous แสดงว่ามีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale)

การวิเคราะห์ผลตอบแทนต่อขนาดจะเป็นประโยชน์สำหรับผู้บริหารในการวางแผนขยายการผลิต โดยเฉพาะอย่างยิ่งกิจการที่ผลิตสินค้าหลาย ๆ ชนิด หรือกิจการที่ต้องการกระจายธุรกิจโดยการดำเนินธุรกิจหลายประเภทเพื่อหลีกเลี่ยงความเสี่ยงของธุรกิจ เนื่องจากเงินทุนมีจำกัดดังนั้นผู้บริหารจึงสนใจถึงอนาคตในระยะยาวเสมอและสิ่ง

หนึ่งเกี่ยวกับนโยบายการขยายตัวของบริษัทในอนาคตมักจะเป็นเรื่องของการผลิต ตัวอย่างเช่น บริษัทแห่งหนึ่งได้ดำเนินธุรกิจไว้ 4 ประเภทโดยมีจุดมุ่งหมายหลีกเลี่ยงความเสี่ยงจากการผันแปรทางวัฏจักรธุรกิจ ธุรกิจทั้ง 4 ประเภทได้แก่ ผลไม้กระป๋อง เครื่องดื่ม อาหารแช่แข็ง และ เสื้อผ้า ผู้บริหารมีนโยบายวางแผนการณ์ขยายตัวในอนาคตของบริษัท จึงให้ฝ่ายวางแผนศึกษาฟังก์ชั่นการผลิตของบริษัทในเครือ และถ้าสมมุติว่าฟังก์ชั่นการผลิตของการผลิตสินค้าแต่ละชนิดที่บริษัทผลิตได้เป็นดังนี้

ผลไม้กระป๋อง $Q = a M_1^{\frac{1}{6}} M_2^{\frac{1}{8}} M_3^{\frac{1}{12}} M_4^{\frac{15}{34}}$

เครื่องดื่ม $Q = b M_1 M_2 M_3 M_4$

อาหารแช่แข็ง $Q = c M_1^{\frac{1}{4}} M_2^{\frac{1}{5}} M_3^{\frac{1}{6}} M_4^{\frac{1}{3}}$

เสื้อผ้า $Q = 4 M_1 + 5 M_2 + 3 M_3 + 6 M_4$

การตัดสินใจทุ่มทรัพยากรเพื่อการขยายตัวในอนาคตแก่บริษัทใดในเครือ ผู้บริหารบริษัทจะตัดสินใจอยู่บนพื้นฐานของผลตอบแทนต่อขนาดที่ได้รับ และพบว่าสำหรับการผลิตผลไม้กระป๋อง และอาหารกระป๋อง มีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง (Decreasing Returns to Scale) การผลิตเครื่องดื่มได้รับผลตอบแทนต่อขนาดที่เพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale) ส่วนการผลิตเสื้อผ้า ได้รับผลตอบแทน (Constant Returns to Scale) ดังจะพิจารณาได้ดังนี้

ผลไม้กระป๋อง: $h Q = a (k M_1)^{\frac{1}{6}} (k M_2)^{\frac{1}{8}} (k M_3)^{\frac{1}{12}} (k M_4)^{\frac{15}{34}}$

$$= k^{0.68} a M_1^{\frac{1}{6}} M_2^{\frac{1}{8}} M_3^{\frac{1}{12}} M_4^{\frac{15}{34}} = k^{0.68} Q$$

ค่า $k < 1$ แสดงว่ามี Decreasing Returns to Scale

เครื่องดื่ม : $h Q = b(k M_1) (k M_2) (k M_3)(k M_4)$

$$= k^4 b M_1 M_2 M_3 M_4 = k^4 Q$$

ค่า $k > 1$ แสดงว่ามี Increasing Returns to Scale

อาหารแช่แข็ง: $h\,Q = c\,(k\,M_1)^{\frac{1}{4}}\,(k\,M_2)^{\frac{1}{5}}\,(k\,M_3)^{\frac{1}{6}}\,(k\,M_4)^{\frac{1}{3}}$

$= k^{0.95}\,c\,M_1^{\frac{1}{4}}\,M_2^{\frac{1}{5}}\,M_3^{\frac{1}{6}}\,M_4^{\frac{1}{3}}$

$= k^{0.95}\,Q$

ค่า $k < 1$ แสดงว่ามี Decreasing Returns to Scale

เสื้อผ้า: $h\,Q = 4\,(k\,M_1) + 5\,(k\,M_2) + 3\,(k\,M_3) + 6\,(k\,M_4)$

$= k\,(4\,M_1 + 5\,M_2 + 3\,M_3 + 6\,M_4)$

$= k\,Q$

ค่า $k = 1$ แสดงว่ามี Constant Returns to Scale

ดังนั้น จากค่าของผลตอบแทนต่อขนาดที่หาได้ ผู้บริหารบริษัทจะตัดสินใจที่จะขยายกำลังการผลิตในกิจการผลิตเครื่องดื่ม

Euler's Theorem

ความหมายของ Euler's theorem คือ ถ้า f (X) เป็นฟังก์ชันที่มีตัวแปรจำนวน n ตัว และมีเอกมัยภาพลำดับที่ v แล้ว จะได้ว่า

$$v\,f(X) = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial f}{\partial X_i}.X_i$$

ถ้าสมมุติฟังก์ชั่นการผลิต (Production Function) คือ

$$Q = f(K, L)$$

เมื่อฟังก์ชั่นการผลิตมีเอกมัยภาพลำดับที่ v แล้วจะได้ว่า

$$v.Q = \frac{\partial Q}{\partial K}.\ K + \frac{\partial Q}{\partial L}.\ L$$

เมื่อนำ Q หารตลอด จะได้

$$v. \quad = \quad \frac{\partial Q}{\partial K} \cdot \frac{K}{Q} \quad + \quad \frac{\partial Q}{\partial L} \cdot \frac{L}{Q}$$

หรือ $v \quad = \quad \varepsilon_{Q.K} + \varepsilon_{Q.L}$

$\varepsilon_{Q.K}$ = ความยืดหยุ่นของผลผลิตอันเนื่องมาจากปัจจัย K

$\varepsilon_{Q.L}$ = ความยืดหยุ่นของผลผลิตอันเนื่องมาจากปัจจัย L

การพิจารณาผลตอบแทนต่อขนาด(Return to Scale) จากเส้นผลผลิตเท่ากัน(Isoquant)

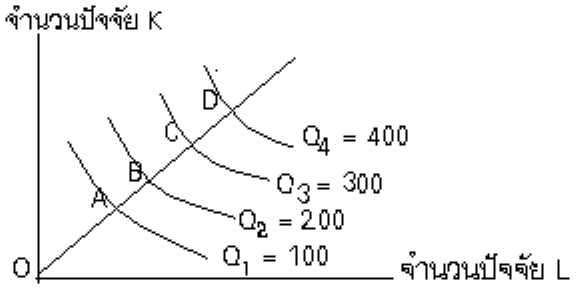
1. กรณีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant Return to Scale)

ลักษณะของเส้นผลผลิตเท่ากันในกรณีที่มีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ จะประกอบด้วย 2 เงื่อนไข คือ

ก. ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นจะเท่ากัน

ข. อัตราการเพิ่มของผลผลิตเพิ่มขึ้นในอัตราคงที่

รูปที่ 4 – 9 เส้นผลผลิตเท่ากันในกรณีผลตอบแทนต่อขนาดคงที่

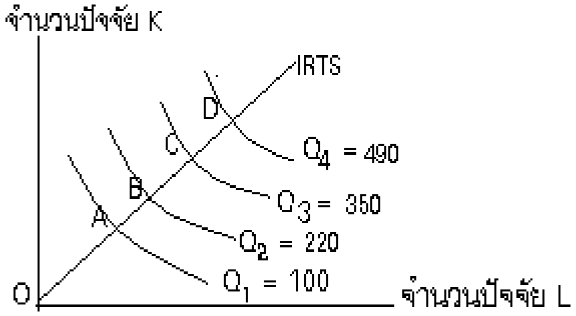


จากรูปที่ 4 – 9 ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นเท่ากัน คือ AB = BC = CD และอัตราการเพิ่มของผลผลิตคงที่ คือ 100, 200, 300 และ 400 หน่วย

2. กรณีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Return to Scale)

ลักษณะของเส้นผลผลิตเท่ากันในกรณีที่มีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้นมี 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรก คือ ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นจะเท่ากันแต่อัตราเพิ่มของผลผลิตจะเพิ่มในอัตราที่สูงขึ้น ดังแสดงด้วย รูปที่ 4 – 10

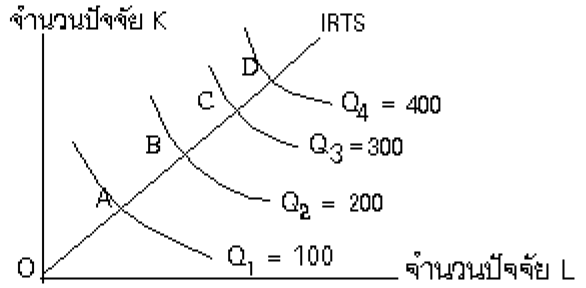
รูปที่ 4 – 10 เส้นผลผลิตเท่ากันในกรณีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น



จากรูปที่ 4 – 10 ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นจะเท่ากัน คือ ระยะ AB = BC = CD = ... แต่อัตราการเพิ่มของผลผลิตเพิ่มขึ้นในอัตราที่สูงขึ้น คือ 100 $\longrightarrow$ 220 $\longrightarrow$ 350 $\longrightarrow$ 490

ลักษณะที่ 2 ของกรณีผลตอบแทนต่อขนาดที่เพิ่มขึ้น คือ ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันไม่เท่ากัน แต่อัตราเพิ่มของผลผลิตเพิ่มในอัตราที่เท่ากัน ดังแสดงด้วยรูปที่ 4 – 11

รูปที่ 4 – 11 กรณีผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น

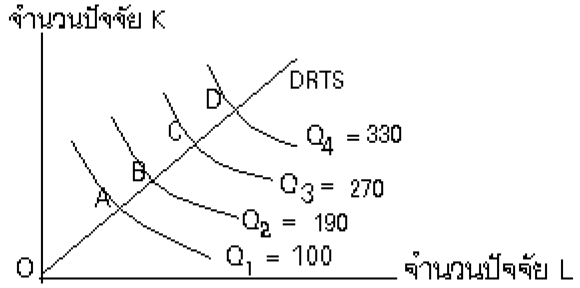


จากรูปที่ 4 – 11 ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นไม่เท่ากัน คือ AB > BC > CD ส่วนอัตราเพิ่มของผลผลิตเพิ่มขึ้นในอัตราที่เท่ากัน คือ 100 $\rightarrow$ 200 $\rightarrow$ 300 $\rightarrow$ 400

3. กรณีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง (Decreasing Return to Scale)

ลักษณะของเส้นผลผลิตเท่ากันในกรณีที่มีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง มี 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรก ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นเท่ากัน แต่อัตราเพิ่มของผลผลิตจะเพิ่มในอัตราที่ลดลง ดังแสดงด้วยรูปที่ 4 – 12

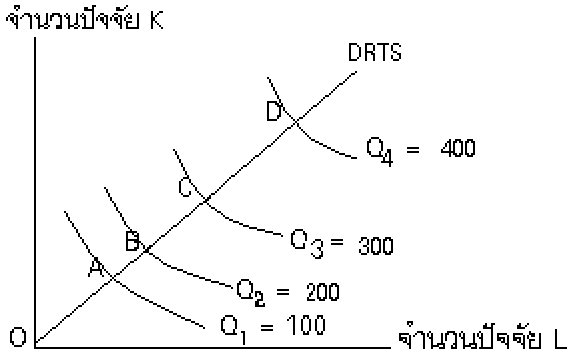
รูปที่ 4 - 12 เส้นผลผลิตเท่ากันในกรณีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง



จากรูปที่ 4 - 12 ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นเท่ากัน คือ AB = BC = CD แต่อัตราเพิ่มของผลผลิตเพิ่มขึ้นในอัตราที่ลดลง คือ 100 $\rightarrow$ 190 $\rightarrow$ 270 $\rightarrow$ 330

ลักษณะที่ 2 ของกรณีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง คือ เส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นมีระยะห่างไม่เท่ากัน แต่อัตราเพิ่มของผลผลิตเพิ่มขึ้นในอัตราที่เท่ากัน ดังแสดงในรูปที่ 4 – 13

รูปที่ 4 – 13 กรณีผลตอบแทนต่อขนาดลดลง

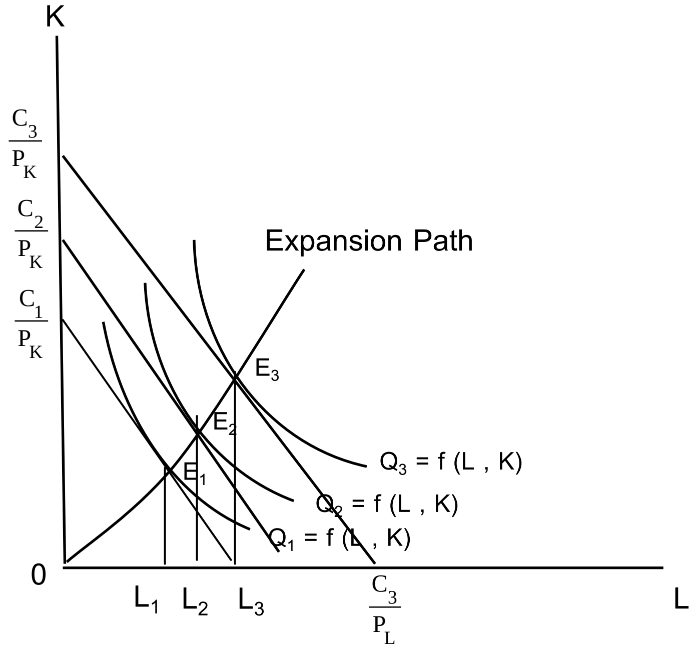


จากรูปที่ 4 – 13 ระยะห่างของเส้นผลผลิตเท่ากันแต่ละเส้นไม่เท่ากัน คือ AB < BC < CD ส่วนอัตราเพิ่มของผลิตเพิ่มขึ้นในอัตราที่เท่ากัน

เส้นแนวทางขยายการผลิต (Expansion Path)

เป้าหมายของธุรกิจ ก็คือ การเลือกหาหนทางที่เหมาะสมในการขยายการผลิตเพื่อให้ได้กำไรสูงสุด ซึ่งแนวทางในการของการผลิตที่เหมาะสมจะถูกกำหนดจากเส้นที่ลากเชื่อมจุดสัมผัสของเส้นผลผลิตเท่ากันและเส้นต้นทุนเท่ากัน ซึ่งเรียกเส้นนี้ว่า เส้นแนวทางขยายการผลิต (Expansion Path) ผู้ประกอบการที่มีเหตุผลจะเลือกส่วนประกอบของปัจจัยที่อยู่บนเส้นแนวทางขยายการผลิต

รูปที่ 4 – 14 เส้นแนวทางขยายการผลิตเมื่อฟังก์ชั่นการผลิตเป็น Non – homogeneous Production Function



ถ้าฟังก์ชั่นการผลิตเป็น Non - homogeneous production function เมื่อต้นทุนการผลิตเปลี่ยนโดยทั้ง ๆ ที่อัตราส่วนของราคาของปัจจัยยังคงที่ จะได้เส้นแนวทางขยายการผลิตที่เหมาะสมไม่เป็นเส้นตรง ดังแสดงในรูปที่ 4 - 14 ทั้งนี้เนื่องจากว่าที่จุดดุลยภาพจะต้องให้ได้ค่าของ Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากัน หรือ $MRTS_{L.K}$ มีค่าเท่ากับอัตราส่วนของราคาของปัจจัย L ต่อราคาของปัจจัย K ซึ่งคงที่ นั่นคือ Slope ของเส้นผลผลิตเท่ากันทุกเส้น ซึ่งอยู่บนเส้นแนวทางขยายการผลิตจะเท่ากัน ดังนั้นเส้นแนวทางขยายการผลิตจึงเป็นเส้น Isocline ด้วย โดยเส้น Isocline คือ เส้นที่ลากผ่านเส้นผลผลิตเท่ากันที่มีค่า Slope เท่ากัน

ตัวอย่างการหาสมการของเส้นแนวทางในการขยายการผลิต

ถ้าฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = AL^2K^2 - BL^3K^3$$

เงื่อนไขอันดับแรก (first order condition) ต้องการให้

$$\frac{MP_L}{MP_K} = \frac{P_L}{P_K} \qquad \ldots\ldots (4-23)$$

$$C = P_L \cdot L + P_K \cdot K \qquad \ldots\ldots\ldots (4-24)$$

เนื่องจาก $MPL = \frac{\partial Q}{\partial L} = 2ALK^2 - 3BL^2K^3$

$MPK = \frac{\partial Q}{\Im K} = 2AL^2K - 3BL^3K^2$

ดังนั้น $$\frac{2ALK^2 - 3BL^2K^3}{2AL^2K - 3BL^3K^2} = \frac{P_L}{P_K}$$

และ $$\frac{C}{P_K.L} - \frac{K}{P_K.L} = \frac{P_L}{P_K}$$

จากเงื่อนไขอันดับแรกที่ได้ทำให้อยู่ในรูปของ implicit function จะได้เส้นแนวทางขยายการผลิต (Expansion Path)

$$g(L, K) = 0$$

เมื่อบรรลุเงื่อนไขอันแรก และเงื่อนไขอันดับที่สองของการหาผลผลิตมากที่สุดด้วยต้นทุนที่มีอยู่จำกัด และการเสียต้นทุนต่ำสุดสำหรับระดับผลผลิตที่ต้องการ จะทำให้ได้เส้นแนวทางขยายการผลิต ในรูปของ implicit function ของปัจจัย L และปัจจัย K นั่นคือ

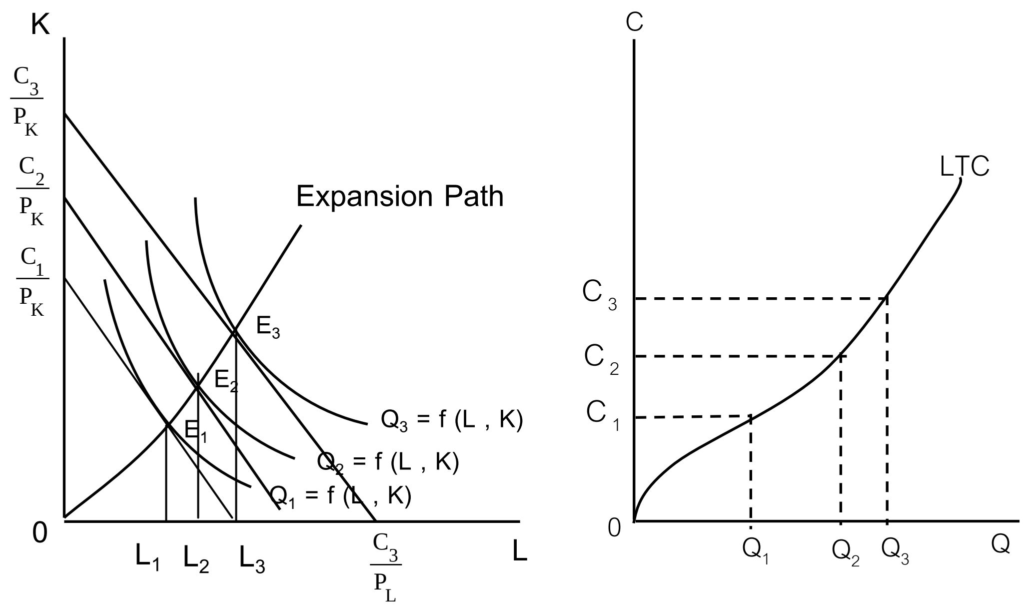
$$g(L, K) = 0 \qquad . \quad \ldots, (4-25)$$

สรุปได้ว่า ถ้าเส้นผลผลิตเท่ากันโค้งเข้าหาจุดต้นกำเนิดและบรรลุเงื่อนไขอันดับที่สอง เส้นแนวทางขยายการผลิตสามารถสร้างขึ้นจากเงื่อนไขอันดับแรก (first - order conditions) สำหรับค่าสูงสุดที่มีข้อจำกัดและค่าต่ำสุดที่มีข้อจำกัด (constrained maxima and minima)

การหาเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาวจากฟังก์ชั่นการผลิต

จากเส้นแนวทางขยายการผลิตสามารถหาเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาวได้ โดยนำเอาความสัมพันธ์ของผลผลิตและต้นทุนการผลิตที่ได้จากการใช้ส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมที่สุดซึ่งอยู่ ณ จุด ที่เส้นผลผลิตเท่ากันสัมผัสกับเส้นต้นทุนเท่ากัน จากเส้นแนวทางขยายการผลิต (Expansion Path) ที่จะทำให้เสียต้นทุนการผลิตต่ำสุด ทุก ๆ ระดับของผลผลิต นำข้อมูลของจำนวนผลผลิตและต้นทุนที่ได้จากจุดสัมผัสนี้ ก็จะสามารถหาเส้นต้นทุนทั้งหมด (TC) ได้

รูปที่ 4 – 15 การหาเส้น LTC จาก Expansion Path



จากรูปที่ 4 – 15 เมื่อมีการใช้ปัจจัยที่เหมาะสม ณ จุด E_1 การผลิตสินค้าจำนวน Q_1 หน่วย จะเสียต้นทุนทั้งหมดเท่ากับ C_1 บาท และพิจารณาได้ในทำนองเดียวกันสำหรับจุดดุลยภาพ E_2 และ E_3 ก็จะได้ความสัมพันธ์ของต้นทุนการผลิตทั้งหมด (C) และปริมาณผลผลิต(Q) ก็จะได้เส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว(LTC) ลักษณะของเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว (LTC) จะมีลักษณะเป็นอย่างไรขึ้นอยู่กับปริมาณของสินค้าที่ผลิต (Q) สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชั่นการผลิต ความยืดหยุ่นของผลผลิตของปัจจัยการผลิต ผลตอบแทนต่อขนาด และ ราคาของปัจจัยการผลิต

การหาฟังก์ชั่นต้นทุนจากฟังก์ชั่นการผลิตทางคณิตศาสตร์โดยใช้ตัวอย่างจากฟังก์ชั่นการผลิตของ Cobb - Douglas

สมมติฟังก์ชั่นการผลิต คือ

$$Q = b_0 L^{b_1} K^{b_2}$$

ฟังก์ชั่นต้นทุน คือ

$$C = P_L . L + P_K . K$$

จุดประสงค์ต้องการจะหาฟังก์ชั่นต้นทุนรวมซึ่งเป็นฟังก์ชั่นของผลผลิต นั่นคือ

$$C = f(Q)$$

โดยวิธีการของ Lagrangian Multiplier Method

$$Z = Q + \lambda (C - P_L . L - P_K . K)$$

$$= b_0 L^{b_1} K^{b_2} + \lambda (C - P_L . L - P_K . K)$$

First Order Condition สำหรับการหาค่าสูงสุด โดยหา Partial derivative ของฟังก์ชั่น Z มุ่งตรงต่อ L , K และ λ แล้วจัดให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = b_0 b_1 L^{b_1 - 1} K^{b_2} - \lambda P_L = 0 .$$

$$\lambda = b_1 \frac{Q}{P_L . L} \qquad \text{. . . . (4 – 26)}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial L} = b_0 b_2 L^{b_1} K^{b_2 - 1} - \lambda P_K = 0$$

$$\lambda = b_2 \frac{Q}{P_K . K} \qquad \text{. . . . (4 – 27)}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = C - P_L . L - P_K . K = 0 \qquad \text{. . . . . (4 – 28)}$$

จากสมการที่ (4 – 26) และ (4 – 27) หาค่า λ

$$\frac{b_1 \frac{Q}{L}}{P_L} = \frac{b_2 \frac{Q}{K}}{P_K}$$

$$K = \left(\frac{b_2}{b_1}\right).\left(\frac{P_L}{P_K}\right) . L \qquad \text{. . . . . (4 – 29)}$$

แทนค่า K ลงในฟังก์ชั่นการผลิต

$$Q = b^0 \left[\frac{b_2}{b_1} . \frac{P_L}{P_K}\right]^{b_2} . L^{b_1 + b_2}$$

$$L = \left[\frac{Q}{b_0}\right]^{\frac{1}{b_1 + b_2}} . \left[\frac{b_2}{b_1} \frac{P_L}{P_K}\right]^{\frac{-b_2}{b_1 + b_2}} \qquad \text{. . . .. . (4 – 30)}$$

แทนค่า L ในสมการที่ (4 – 29)

$$K = \left[\frac{Q}{b_0}\right]^{\frac{1}{b_1+b_2}} \cdot \left[\frac{b_2}{b_1}\frac{P_L}{P_K}\right]^{\frac{b_1}{b_1+b_2}} \qquad \ldots\ldots (4-31)$$

แทนค่าสมการที่ (4 – 30) และ (4 – 31) ในสมการที่ (4 – 28)

$$C = \left[\frac{Q}{b_0}\right]^{\frac{1}{b_1+b_2}} \left[P_L\right]^{\frac{b_1}{b_1+b_2}} \left[P_K\right]^{\frac{b_2}{b_1+b_2}} \left[\left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{\frac{-b_2}{b_1+b_2}} + \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^{\frac{b_1}{b_1+b_2}}\right] \quad ..\,. (4-32)$$

จะเห็นได้ว่า ฟังก์ชั่นต้นทุนเป็นฟังก์ชั่นของ

(1) ผลผลิต (Q)

(2) สัมประสิทธิ์ของฟังก์ชั่นการผลิต (b0)

(3) ความยืดหยุ่นของผลผลิตของปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิด คือ b_1 และ b_2

(4) ผลตอบแทนต่อขนาด คือ $b_1 + b_2$

(5) ราคาของปัจจัยการผลิต คือ P_L และ P_K

เมื่อกำหนดให้ตัวกำหนดอื่น ๆ คงที่ เช่น เทคนิคการผลิต ราคาของปัจจัยการผลิต ฯลฯ จะได้ฟังก์ชั่นของต้นทุนการผลิตซึ่งเป็นฟังก์ชั่นของผลผลิต

$$C = C(Q)$$

ฟังก์ชั่นต้นทุน(Cost Function) จึงเป็นฟังก์ชั่นที่แสดงให้เห็นถึงต้นทุนการผลิตที่ต่ำสุด ณ ระดับปริมาณผลผลิตต่าง ๆ ภายใต้เทคนิคที่ดีที่สุดในขณะนั้น

ความยืดหยุ่นของขนาดกิจการ (Scale Elasticity)

ในขณะที่ฟังก์ชั่นการผลิตมีการใช้ปัจจัยแปรผันชนิดเดียว การที่จะดูว่าในระยะใดค่าของ TP เพิ่มขึ้นในอัตราที่เพิ่ม หรือ เพิ่มในอัตราที่ลดลง จะดูจากค่าของ MP ถ้า MP เพิ่ม แสดงว่า ผลผลิตทั้งหมด (TP) เพิ่มขึ้นในอัตราที่เพิ่ม (increased by increasing rate) และเมื่อ MP ลดลงแต่ยังมากกว่าศูนย์ แสดงว่าผลผลิตทั้งหมดเพิ่มในอัตราที่ลดลง (increased by decreasing rate) หรืออาจพิจารณาได้จากค่าของความยืดหยุ่นของผลผลิต (Elasticity of Production : E^{Q}) ดังที่ได้พิจารณามาแล้วข้างต้น

สำหรับฟังก์ชั่นการผลิตที่ใช้ปัจจัยการผลิต 2 ชนิดซึ่งผันแปรได้ การที่จะดูว่าในช่วงใดผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มในอัตราที่เพิ่มขึ้น คงที่ หรือลดลง จะพิจารณาจากค่าที่เรียกว่าความยืดหยุ่นของขนาดกิจการ (Scale elasticity)

ค่าความยืดหยุ่นของขนาดกิจการ (Scale elasticity) จะวัดเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในปริมาณผลผลิตที่ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงในสัมประสิทธิ์ของขนาดของกิจการไป 1 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้น ความยืดหยุ่นของขนาดกิจการจะหาได้จากอัตราส่วนของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในปริมาณผลผลิตต่อเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในสัมประสิทธิ์ของขนาดของกิจการ

$\therefore$ ความยืดหยุ่นของขนาดกิจการ

$$= \frac{\text{\% การเปลี่ยนแปลงในปริมาณผลผลิต}}{\text{\% การเปลี่ยนแปลงในสัมประสิทธิ์ของขนาดกิจการ}}$$

ถ้าให้ ε_K = ความยืดหยุ่นของกิจการ (Scale elasticity)

Q = ปริมาณผลผลิต

k = ค่าสัมประสิทธิ์ของขนาดของกิจการ

ฉะนั้น $\varepsilon_K = \dfrac{\%\Delta Q}{\%\Delta k}$

$$= \frac{\frac{\Delta Q}{Q}}{\frac{\Delta k}{k}}$$

$$= \frac{\Delta Q}{\Delta k}\cdot\frac{k}{Q} = \frac{\frac{\Delta Q}{\Delta k}}{\frac{Q}{k}} = \frac{\frac{\partial Q}{\partial k}}{\frac{Q}{k}}$$

โดยที่ $\dfrac{\partial Q}{\partial k}$ = ผลผลิตเพิ่มต่อขนาดของกิจการ

$\dfrac{Q}{k}$ = ผลผลิตเฉลี่ยต่อขนาดของกิจการ

ถ้า $\varepsilon_K > 1$ แสดงว่า ฟังก์ชั่นการผลิตมีลักษณะผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น

ถ้า $\varepsilon_K = 1$ แสดงว่า ฟังก์ชั่นการผลิตมีลักษณะผลตอบแทนต่อขนาดคงที่

และ ถ้า $\varepsilon_K < 1$ แสดงว่า ฟังก์ชั่นการผลิตมีลักษณะผลตอบแทนต่อขนาดลดลง

ฟังก์ชั่นการผลิตที่ต้องใช้ปัจจัยการผลิตในส่วนผสมที่คงที่(Linear Limitational Factors)

ถ้าในการผลิตสินค้าชนิดหนึ่งสมมติเป็นสินค้า X ต้องใช้ปัจจัยการผลิต n ชนิดในสัดส่วนที่คงที่ โดยสมมติให้

a_1, a_2 , ... a_n แสดงถึง ปริมาณของปัจจัยการผลิตชนิดที่ 1, 2, ..., n ที่จำเป็นต้องใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวน 1 หน่วย หรือที่เรียกว่าสัมประสิทธิ์ของการผลิต (coefficients of production)

เมื่อทุก ๆ จำนวนของการผลิตสินค้า X จะต้องใช้ปัจจัยการผลิตชนิดที่ 1, 2, ..., n ในสัดส่วนเดียวกับการที่ต้องใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวน 1 หน่วย คือในอัตราส่วน a1 , a2 , . . ., an ในอัตราที่คงที่

ถ้าให้ A_1, A_2 , . . . , A_n แสดงถึงจำนวนของปัจจัยชนิดที่ 1, 2, ..., n ที่ใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวน X หน่วย

ดังนั้นจำนวนของปัจจัย A_1 ที่ใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวน X หน่วย = a_1X

จำนวนของปัจจัย A_2 ที่ใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวน X หน่วย = $a_2 X$

$\vdots$ $\vdots$ $\vdots$

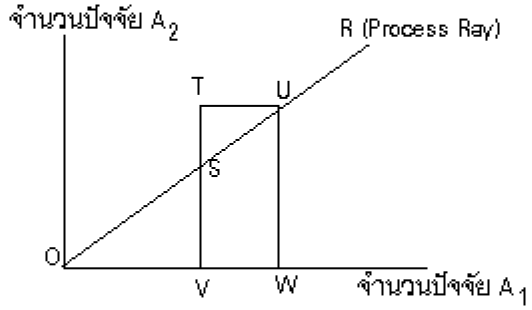
จำนวนของปัจจัย An ที่ใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวน X หน่วย = $a_n X$

ถ้าสมมติในการผลิตสินค้า X ใช้ปัจจัยเพียง 2 ชนิด คือ A_1 และ A_2 โดยใช้ปัจจัยการผลิตทั้งสองชนิดในสัดส่วนที่คงที่ ดังนั้น อัตราส่วนของปัจจัยการผลิตที่ใช้จะเป็นดังนี้ คือ

$$A_1 : A_2 = a_1 : a_2$$

ฉะนั้น ส่วนผสมของจำนวนปัจจัยการผลิต A_1 และ A_2 ที่ต้องใช้ในการผลิตสินค้า X จำนวนใด ๆ จะเป็นอัตราส่วนที่คงที่ โดยแสดงความสัมพันธ์ของจำนวนการใช้ของปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิด ในรูปของเส้นตรง

รูปที่ 4 – 16 ส่วนผสมการใช้ปัจจัยในอัตราคงที่



จากรูปที่ 4 – 16 ให้แกนตั้งแทนจำนวนของปัจจัยการผลิต A_2 แกนนอนแทนจำนวนของปัจจัยการผลิต A_1 เส้น OR จะเป็นเส้นที่แสดงถึงส่วนผสมที่คงที่ของปัจจัยการผลิตทั้งสองชนิดที่ใช้ในกรผลิตสินค้า X ซึ่งมีลักษณะเป็นเส้นตรงออกจากจุด origin โดยมีค่า slope เท่ากับอัตราส่วนของ $a_1 : a_2$ โดยทุก ๆ จุดที่อยู่บนเส้น OR จะแสดงถึงส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ทั้งนี้เพราะปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิดจะถูกใช้หมดไปในกรรมวิธีการผลิตโดยไม่มีปัจจัยเหลือใช้

ถ้าส่วนผสมของปัจจัยการผลิต A_1 และ A_2 อยู่สูงกว่าเส้น OR เช่น ที่จุด T จะพบว่ามีส่วนผสมของปัจจัย A_2 มากเกินไปจำนวนเท่ากับ TS หน่วย ทั้งนี้เพราะผู้ผลิตสามารถใช้ปัจจัย A_2 เพียง SV หน่วย โดยผสมกับปัจจัย A_1 จำนวนเท่ากับ OV หน่วย ก็สามารถผลิตสินค้า X ได้ ตามจำนวนที่ต้องการ ปัจจัย A_2 จำนวน TS หน่วยที่เหลืออยู่จะใช้ได้หมดไปก็ต่อเมื่อสามารถเพิ่มการใช้ปัจจัย A_1 ให้เป็นจำนวนเท่ากับ OW หน่วย และระดับผลผลิต X จะเพิ่มขึ้น

เส้นผลผลิตเท่ากัน (Isoquant Curve) กรณีฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนที่คงที่ (Constant Returns) และสัดส่วนการใช้ปัจจัยคงที่

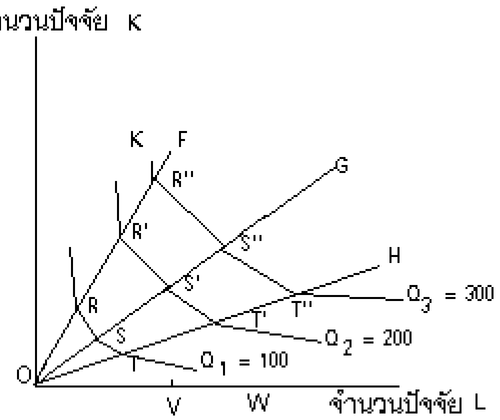
การวิเคราะห์หาเส้นผลผลิตเท่ากัน(Isoquant Curve)ซึ่งความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตและปัจจัยการผลิตซึ่งอยู่ในรูปของผลตอบแทนที่คงที่ (constant returns) หรือศึกษาในกรณีที่ฟังก์ชั่นการผลิต (production function) เป็นเส้นตรง มีข้อสมมุติฐานที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ

1. ปัจจัยการผลิตต่าง ๆ ที่นำมาใช้ร่วมกันในสัดส่วนต่าง ๆ กัน เพื่อผลิตสินค้าชนิดหนึ่งในจำนวนหนึ่งมีอยู่อย่างจำกัด

2. วิธีการหรือเทคนิคที่จะนำปัจจัยการผลิตต่าง ๆ มาใช้ร่วมกันซึ่งเรียกว่า process โดยแต่ละ process นั้นจะมีอัตราส่วนของการใช้ปัจจัยการผลิตร่วมกันในอัตราที่คงที่

วิธีการหรือเทคนิคที่จะนำปัจจัยการผลิตต่าง ๆ มาใช้ร่วมกัน (Process) แต่ละ Process จะแสดงโดยเส้นตรงที่ลากจากจุดใดจุดหนึ่งภายในแกนตั้งและแกนนอนไปยังจุด origin เส้นดังกล่าวนี้ เรียกว่า Process ray

รูปที่ 4 – 17 เส้นผลผลิตเท่ากันหักงอ (Kinked Isoquant) หรือ Contour line หรือ Isoproduct Line

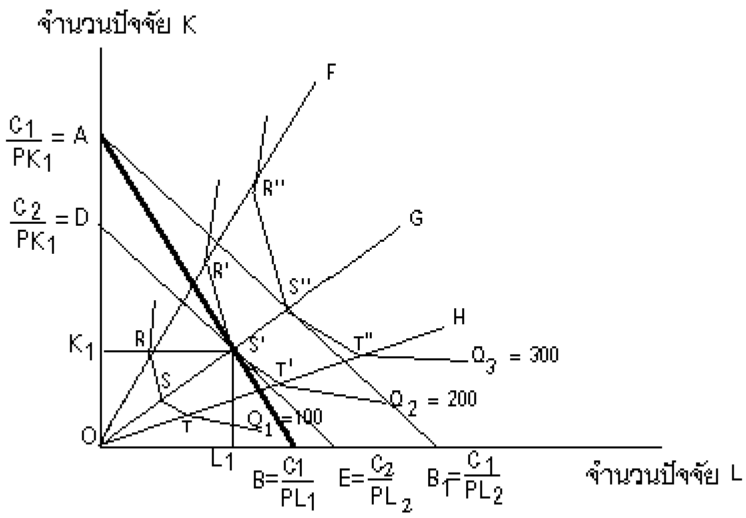


จากรูปที่ 4 – 17 Process ray OF, OG และ OH แสดงถึง Process ที่จะใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ร่วมกันในการผลิตสินค้าจำนวนหนึ่ง กำหนดให้ระยะ OR , RR' และ R'R" บนเส้น Process ray OF มีระยะเท่ากัน แสดงว่าในการดำเนินการผลิตตาม Process OF ผู้ผลิตจะได้รับผลตอบแทนต่อขนาดที่คงที่ (Constant returns to scale) นั่นคือ ถ้าสมมติจุด R บนเส้น Process ray OF แสดงถึงจุดที่การใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ร่วมกันสำหรับการผลิตสินค้าจำนวน 100 หน่วย จุด R'บนเส้น Process ray OF จะแสดงถึงการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K เป็น 2 เท่าของจุด R และจะแสดงถึงจำนวนผลผลิตเป็น 2 เท่าของจุด R เช่นเดียวกัน คือ ผลผลิตเท่ากับ 200 หน่วย และอาจพิจารณาได้ในทำนองเดียวกัน สำหรับจุด R'' นอกจากนี้ในการผลิตสินค้าจำนวน 100 หน่วยผู้ผลิตยังสามารถผลิตโดยใช้ปัจจัย K และปัจจัย L ร่วมกันที่จุด S บน Process ray OG และที่จุด T บน Process ray OH และสำหรับปริมาณผลผลิตจำนวนอื่น ๆ บนเส้น Process ray ต่าง ๆ ก็จะสามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกัน ถ้าลากเส้นผ่านเส้น Process ต่าง ๆ ที่แสดงถึงผลผลิตสินค้าจำนวนเท่ากัน จะได้เส้นที่เรียกว่าเส้น Contour line หรือ Isoproduct Curve หรือเส้น Kinked Isoquant (เส้นผลผลิตเท่ากันหักงอ)

การหาส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่สุดกรณีการใช้ปัจจัยมีสัดส่วนที่คงที่

ในการหาจำนวนการใช้ปัจจัยต่าง ๆ ที่ดีที่สุดหรือเหมาะสมที่สุดจาก Process ที่ดีที่สุด จะต้องพิจารณาเส้นต้นทุนเท่ากัน (Isocost Curve) เพื่อหาจุดการใช้ปัจจัยการผลิต 2 ชนิดในสัดส่วนที่เหมาะสมที่สุดโดยเสียต้นทุนต่ำสุด

รูปที่ 4 – 18 ส่วนผสมการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่สุดกรณี Kinked Isoquant



จากรูปที่ 4 – 18 ถ้าเดิมเส้นต้นทุนเท่ากัน (Isocost curve) คือ เส้น AB จุดกำหนดการใช้ปัจจัยการผลิตที่เหมาะสมที่สุดอยู่ ณ จุดที่เส้น Kinked Isoquant สัมผัสกับเส้น Isocost ซึ่งอยู่ ณ จุด S′ และ Process ที่ดีที่สุด คือ OG โดยใช้ปัจจัย K และปัจจัย L จำนวน OK_1 และ OL_1หน่วย ตามลำดับ โดยผลิตสินค้าได้จำนวนเท่ากับ 200 หน่วย

ถ้าสมมติว่าราคาของปัจจัย L ลดลง โดยที่ต้นทุนที่เป็นตัวเงิน และราคาต่อหน่วยของปัจจัย K คงที่ ทำให้เส้นต้นทุนเท่ากันเปลี่ยนจากเส้น AB เป็นเส้น AB_1

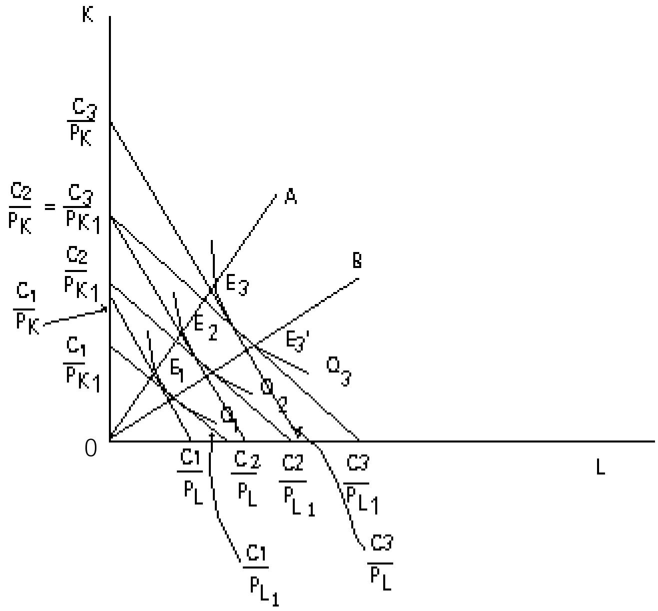
Process ที่ดีที่สุดยังเป็น Process OG แต่จุดกำหนดจำนวนการใช้ปัจจัยที่เหมาะสมที่สุดจะเปลี่ยนจากจุด S' เป็น S'' โดยได้รับผลผลิตเพิ่มขึ้นเป็น 300 หน่วย แสดงว่าการใช้ปัจจัยทั้งสองชนิดเพิ่มขึ้น 100% จะทำให้ผลผลิตเพิ่มขึ้น 100% ด้วย แต่ถ้าผู้ผลิตตกลงใจที่จะผลิตสินค้าเพียง 200 หน่วย เมื่อราคาปัจจัย L ลดลง และราคาปัจจัย K ยังเท่ากับ P_{K_1} ตามเดิม จะพบว่าผู้ผลิตจะใช้ต้นทุนเพียง C_2 บาท ซึ่งน้อยกว่าเดิม ($C_2 < C_1$) ซึ่งแสดงโดยเส้นต้นทุนเท่ากัน DE ซึ่งลากขนานกับเส้นต้นทุนเท่ากัน AB_1 และสัมผัสกับเส้น Kinked Isoquant Q_2 ณ ปริมาณผลผลิตเท่ากับ 200 หน่วย ที่จุด S' โดยใช้ปัจจัย L และปัจจัย K จำนวนเท่ากับ OL_1 และ K_1 หน่วย

จะสังเกตได้ว่าการวิเคราะห์การผลิตซึ่งมีผลตอบแทนที่คงที่นี้ จะพบว่าแม้ว่าราคาเปรียบเทียบของปัจจัยการผลิตจะเปลี่ยนแปลงไปก็ตาม แต่จะไม่กระทบกระเทือนถึงจำนวนการใช้ปัจจัยการผลิตที่เคยใช้อยู่ ซึ่งในทางปฏิบัติจะเห็นได้ว่าผู้ผลิตจะไม่เปลี่ยนแปลงสัดส่วนการใช้ปัจจัยการผลิตตลอดเวลา เมื่อราคาของปัจจัยการผลิตอย่างใดอย่างหนึ่งเปลี่ยนแปลง

เส้นแนวทางขยายการผลิต (Expansion Path) เมื่อฟังก์ชั่นการผลิตเป็น Homogeneous Production Function Degree One

ถ้าฟังก์ชั่นการผลิตเป็น Homogeneous Production Function Degree 1 ซึ่งแสดงว่าฟังก์ชั่นการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดที่คงที่ เส้นแนวทางในการขยายการผลิตจะเป็นเส้นตรงผ่านจุดต้นกำเนิด (origin) ดังรูปที่ 4 – 19 และมีค่า Slope เท่ากับอัตราส่วนของราคาของปัจจัย โดยค่า slope จะเป็นเท่าใดขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของราคาของปัจจัย

รูปที่ 4 – 19 เส้นแนวทางขยายการผลิตเมื่อฟังก์ชั่นการผลิตเป็น Homogeneous Production Function



จากรูปที่ 4 – 19 ถ้าอัตราส่วนของราคาปัจจัย L ต่อราคาของปัจจัย K เท่ากับ $\frac{P_L}{P_K}$ และฟังก์ชั่นการผลิตเป็น Homogeneous production function เส้นแนวทางขยายการผลิตที่เหมาะสม (optimal expansion path) จะเป็นเส้นตรง OA โดยมีค่า Slope เท่ากับ $\frac{P_L}{P_K}$ และเส้นแนวทางขยายการผลิตจะเป็นเส้น Isocline ด้วย

ถ้าราคาของปัจจัย K แพงขึ้นเมื่อเทียบกับราคาปัจจัย L โดยสมมติราคาของปัจจัย L และปัจจัย K เปลี่ยนเป็น P_{L_1} และ P_{K_1} จะทำให้เส้นต้นทุนเท่ากันมีลักษณะนอนราบมากขึ้น เส้นแนวทางขยายการผลิตที่เหมาะสมจะเปลี่ยนจากเส้นตรง OA เป็นเส้นตรง OB โดยมีค่า Slope เท่ากับ $\frac{P_{L_1}}{P_{K_1}}$

การหาเส้นต้นทุนจากฟังก์ชั่นการผลิตที่มีผลตอบแทนคงที่

จากเส้นแนวทางขยายการผลิตสามารถหาเส้นต้นทุนทั้งหมดได้โดยนำเอาความสัมพันธ์ของผลผลิตและต้นทุนการผลิตที่ได้จากการใช้ส่วนผสมของปัจจัยการผลิตที่เหมาะสม

ถ้าสมมุติทราบว่าในการผลิตสินค้าชนิดหนึ่งจำนวน 1 หน่วย ต้องใช้ปัจจัยการผลิต L และ K ดังตารางต่อไปนี้ โดยสมมติว่าฟังก์ชั่นการผลิตนี้มีผลตอบแทนต่อขนาดที่คงที่ (constant return to scale)

ตารางที่ 4 – 7 ส่วนประกอบการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K ในการผลิตสินค้า 1 หน่วย

	จำนวนของปัจจัยที่ใช้ในการผลิตสินค้าจำนวน 1 หน่วย	
วิธีการผลิต	จำนวนปัจจัย L (หน่วย)	จำนวนปัจจัย K (หน่วย)
P1	2	6
P2	3	4.5
P3	4	4
P5	5	3.7
P6	7	3.3
P7	8	3.1
P8	9	3.0

สมมุติว่าราคาของปัจจัย L เท่ากับ 20 บาทต่อหน่วย และราคาของปัจจัย K เท่ากับ 20 บาทต่อหน่วย ดังนั้นต้นทุนการผลิตของแต่ละวิธีการผลิตในการผลิตสินค้าจำนวน 1 หน่วย เป็นดังนี้

ตารางที่ 4 – 8 ต้นทุนทั้งหมดในการผลิตสินค้าจำนวน 1 หน่วย

วิธีการผลิต	ต้นทุนในการผลิตสินค้าจำนวน 1 หน่วย ต้นทุนปัจจัย L ($P_L . L$)	ต้นทุนปัจจัย K ($P_K . K$)	ต้นทุนทั้งหมดในการผลิตสินค้า 1 หน่วย $C = P_L . L + P_K . K$
P1	40	120	160
P2	60	90	150
P3	80	80	160
P4	100	74	174
P5	120	70	190
P6	140	66	206
P7	160	62	222
P8	180	60	240

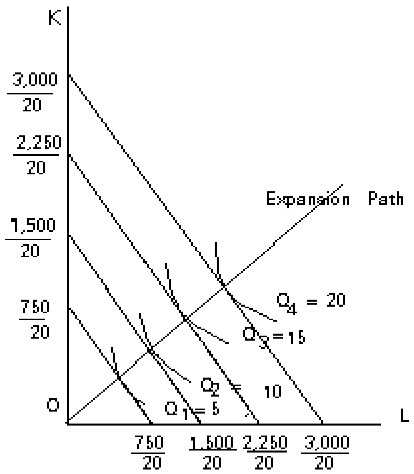
จากตารางที่ 4 – 8 จะเห็นว่าวิธีการผลิตที่เสียต้นทุนต่ำสุดในการผลิตสินค้าจำนวน 1 หน่วย คือ วิธีการผลิต P2 โดยเสียต้นทุนเท่ากับ 150 บาท และจากข้อสมมติฐานของฟังก์ชั่นการผลิตที่มีผลตอบแทนต่อขนาดที่คงที่ ผู้ประกอบการจะเลือกวิธีการผลิต P2 นี้ ทุก ๆ ระดับของผลผลิต ซึ่งก็จะได้เส้นแนวทางขยายการผลิต (Expansion Path) ที่จะทำให้เสียต้นทุนการผลิตต่ำสุด ทุก ๆ ระดับของผลผลิต โดยจะเป็นจุดสัมผัสของเส้นผลผลิตเท่ากันและเส้นต้นทุนเท่ากัน และจากข้อมูลของจำนวนผลผลิตและต้นทุนที่ได้จากจุดสัมผัสนี้ ก็จะสามารถหาเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว (LTC) ได้ และเนื่องจากแนวทางการขยายการผลิตมีผลตอบแทนต่อขนาดที่คงที่ จึงทำให้เส้นต้นทุนทั้งหมด (LTC) มีลักษณะเป็นเส้นตรง โดยจะเห็นว่าต้นทุนเฉลี่ย (LAC)

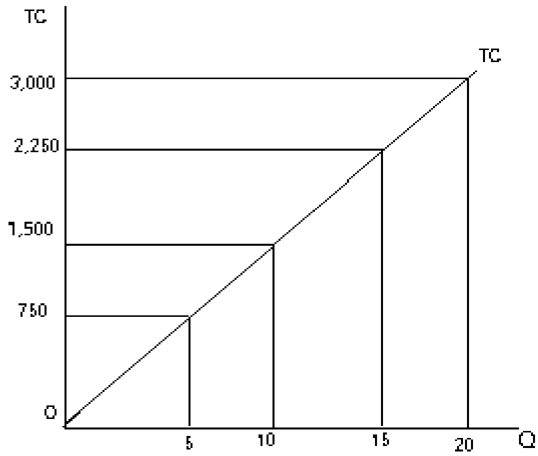
และต้นทุนเพิ่ม (LMC) มีค่าเท่ากันและจะคงที่ทุก ๆ ระดับปริมาณผลิตซึ่งแสดงว่า LTC จะเป็นเส้นตรง (เพราะ LMC ก็คือค่า slope ของเส้น LTC ซึ่งมีค่าคงที่)

ตารางที่ 4 – 9 ระดับผลผลิตและต้นทุนโดยใช้วิธีการผลิต P2

- ปริมาณผลผลิต (Q)	ต้นทุนทั้งหมด (TC)	ต้นทุนเฉลี่ย (AC)	ต้นทุนเพิ่ม (MC)
0	0	-	-
5	750	150	150
10	1,500	150	150
15	2,250	150	150
20	3,000	150	150

รูปที่ 4 – 20 เส้น Expansion Path และเส้น LTC

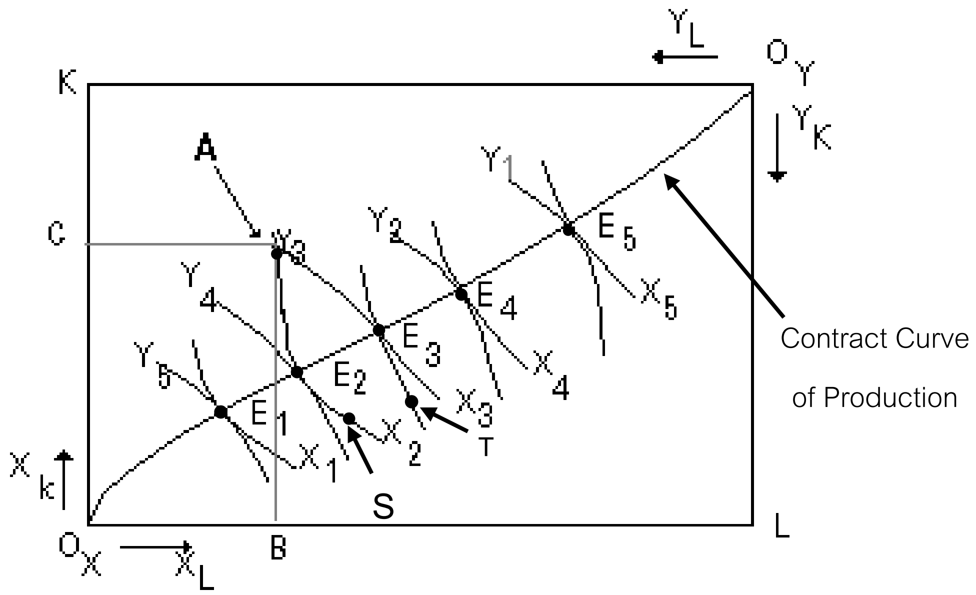




ดุลยภาพทั่วไปของการผลิต

เส้นผลผลิตเท่ากัน (Isoquant curve) แสดงถึงสินค้าชนิดหนึ่งที่ผลิตด้วยส่วนประกอบต่าง ๆ กันของปัจจัยการผลิต 2 ชนิด ซึ่งให้ปริมาณผลผลิตของสินค้านั้นเท่ากัน เมื่ออยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากันเส้นเดียวกัน ในการพิจารณาดุลยภาพของการผลิตจะตั้งข้อสมมติฐานว่าผู้ผลิตต้องการผลิตสินค้า 2 ชนิด คือ สินค้า X และสินค้า Y โดยสินค้าทั้ง 2 ชนิดนี้ใช้ปัจจัยการผลิต 2 ชนิด คือ ปัจจัย L และปัจจัย K ซึ่งมีอยู่จำนวนจำกัด เพื่อแสดงให้เห็นถึงการจัดสรรปัจจัยการผลิตที่มีอยู่อย่างจำกัดเพื่อผลิตสินค้า 2 ชนิดจำนวนสูงสุดที่เป็นไปได้ จะใช้เทคนิคการวิเคราะห์โดย Edgeworth box diagram

รูปที่ 4 – 20 ดุลยภาพทั่วไปของการผลิต



จากรูปที่ 4 – 20 สมมติปัจจัย L และปัจจัย K มีจำนวนจำกัดเท่ากับ OL และ OK หน่วย แผนภาพของเส้นผลผลิตเท่ากันของการผลิตสินค้า X และสินค้า Y แสดงด้วยเส้น X_1, X_2, X_3, ... และ Y_1, Y_2, Y_3 ..... ถ้าเดิมการจัดสรรปัจจัยการ

ผลิตเพื่อผลิตสินค้า X และสินค้า Y อยู่ที่จุด A โดยจะผลิตสินค้า X ได้อยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากัน X_2 และผลิตสินค้า Y อยู่บนเส้นผลผลิตเท่ากัน Y_3 และใช้ปัจจัย L จำนวน OB หน่วย และปัจจัย K จำนวน OL หน่วย เพื่อผลิตสินค้า X จำนวน X_2 หน่วย และปัจจัยที่เหลือ คือ ปัจจัย L จำนวน BL หน่วย และ ปัจจัย K จำนวน KC หน่วย เพื่อผลิตสินค้า Y จำนวน Y_3 หน่วย ณ จุด A นี้ ค่าของ $MRTS_{L.K}$ สำหรับการผลิตสินค้า X มากกว่า $MRTS_{L.K}$ สำหรับการผลิตสินค้า Y ผู้ผลิตสามารถเปลี่ยนแปลงจัดสรรการใช้ปัจจัยการผลิตทั้ง 2 ชนิดให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น โดยจะสามารถทำให้ปริมาณผลิตสินค้าชนิดหนึ่งเพิ่มขึ้นโดยที่ปริมาณผลิตสินค้าอีกชนิดไม่ลดลง ซึ่งแสดงถึงการจัดสรรปัจจัยการผลิตที่มีประสิทธิภาพมากที่สุด ซึ่งจากรูปที่ 4 – 20 ผู้ผลิตอาจเปลี่ยนแปลงการใช้ปัจจัย L และปัจจัย K จนทำให้เคลื่อนย้ายจากจุด A มายังจุด E_2 โดยผลผลิตของสินค้า X ไม่ลดลง แต่ผลผลิตสินค้า Y เพิ่มขึ้นจาก Y_3 เป็น Y_4 หน่วย หรืออาจเคลื่อนย้ายจากจุด A ไปยังจุด E_3 โดยผลผลิตสินค้า Y ไม่เปลี่ยนแปลง แต่ผลผลิตของสินค้า X เพิ่มขึ้นจาก X_2 เป็น X_3 หน่วย

ณ จุด E_2 และจุด E_3 จะได้ค่าของ $MRTS_{L.K}$ของสินค้าทั้ง 2 ชนิดเท่ากันพอดี หรือ

$$[MRTS_{L.K}]_X = [MRTS_{L.K}]_Y$$

และจุดนี้จะเป็นจุดที่เหมาะสมที่สุดของพาเรโต(Pareto Optimality) ถ้าหากผู้ผลิตยังคงเปลี่ยนแปลงการใช้ปัจจัยการผลิตเกินกว่าจุดที่เส้นผลผลิตเท่ากันของการผลิตสินค้า X และของ สินค้า Y สัมผัสกัน จะทำให้ผลผลิตของสินค้าชนิดใดชนิดหนึ่งน้อยลงกว่าเดิม เช่น ถ้ามีการเปลี่ยนแปลงการใช้ปัจจัยจากจุด E_2 ไปที่จุด S จะทำให้ปริมาณผลผลิตของสินค้า Y ลดลงน้อยกว่า Y_4 ในขณะที่ปริมาณสินค้า X ไม่ลดลง ดังนั้นจุดการจัดสรรการใช้ปัจจัยที่มีประสิทธิภาพมากที่สุดจะอยู่ ณ จุดสัมผัสของเส้นผลผลิตเท่ากันของการผลิตสินค้า X และสินค้า Y และสำหรับจุด T ก็สามารถพิจารณาได้ในทำนองเดียวกัน เมื่อลากเส้นเชื่อมจุดที่เหมาะสมที่สุดของพาเรโต จะได้เส้นสัญญาของการผลิต (Contract Curve of Production)

การวิเคราะห์โดยการใช้ตารางปัจจัยการผลิต – ผลผลิต

ตารางปัจจัยการผลิต – ผลผลิต เป็นเครื่องมือที่ใช้วิเคราะห์ดุลยภาพทั่วไปของระบบเศรษฐกิจแบบง่าย ๆ Leon Walras เป็นผู้ค้นพบแบบจำลองการวิเคราะห์ดุลยภาพทั่วไปของระบบเศรษฐกิจที่มีการแข่งขันสมบูรณ์ แต่นักเศรษฐศาสตร์ที่พิสูจน์ได้ว่าระบบแข่งขันอย่างสมบูรณ์จะมีดุลยภาพเกิดขึ้นได้ในทุก ๆ ตลาดก็คือ Arrow และ Debreu อย่างไรก็ตามการวิเคราะห์แบบดุลยภาพทั่วไปนั้นค่อนข้างยุ่งยากมากและต้องใช้คณิตศาสตร์ขั้นสูง ในปี ค.ศ. 1951 Wassily Leontieff ได้เขียนหนังสือวิเคราะห์โครงสร้างเศรษฐกิจของสหรัฐอเมริกาโดยอาศัยการวิเคราะห์แบบตารางดังกล่าวช่วยให้การวิเคราะห์แบบดุลยภาพทั่วไปทำได้ง่ายและไม่สิ้นเปลือง เพราะข้อสมมุติ (หรือลักษณะสำคัญของตาราง) ต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

1. ในตารางปัจจัยการผลิต – ผลผลิตนั้นอุตสาหกรรมต่าง ๆ (หรือสาขาเศรษฐกิจต่าง ๆ) จะมีความสัมพันธ์ซึ่งกันและกัน (interdependence) กล่าวคือ อุตสาหกรรมจะใช้ผลผลิตจากอุตสาหกรรมอื่น ๆ (รวมทั้งผลผลิตของตน) เป็นปัจจัยการผลิต และผลผลิตของอุตสาหกรรม ก. ก็ถูกใช้เป็นปัจจัยการผลิตในอุตสาหกรรมอื่น ๆ ด้วย ความสัมพันธ์ระหว่างผลผลิตและปัจจัยการผลิตต่าง ๆ ต้องเป็นเส้นตรง ลักษณะสำคัญดังกล่าวทำให้นักวิจัยใช้ตารางดังกล่าวในการคำนวณปริมาณสินค้าที่อุตสาหกรรมต่าง ๆ ต้องผลิตเพื่อสนองอุปสงค์ขั้นสุดท้าย (final demand) ที่ระบบเศรษฐกิจต้องการสร้างขึ้นมา

ในตารางดังกล่าวปริมาณอุปทานหรือปริมาณอุปสงค์ต่อสินค้าเป็นปริมาณทั้งอุตสาหกรรม คือรวมเอาความต้องการของผู้บริโภคทุกคน หรือปริมาณอุปทานของทุกบริษัท ดังนั้นจำนวนอุตสาหกรรมจะมีไม่มากเกินไปเพื่อความสะดวกในการคำนวณอุปสงค์ต่อสินค้าผู้บริโภคทุกชนิดถูกกำหนดให้และถือเป็นส่วนหนึ่งของอุปสงค์ขั้นสุดท้ายซึ่งประกอบด้วยอุปสงค์ของผู้บริโภค รัฐบาล และอุปสงค์ต่อการลงทุน

4. ในการผลิตสินค้าชนิดต่าง ๆ จะต้องใช้ปัจจัยการผลิตต่าง ๆ ในสัดส่วนคงที่ (fixed proportion) กล่าวอีกนัยหนึ่งฟังก์ชั่นการผลิต (Production function) มีลักษณะผลได้ต่อขนาดคงที่ (constant return to scale) กล่าวคือ หากเพิ่มปัจจัยการผลิตทุกชนิด

ในสัดส่วนเดียวกัน (เช่น 10 %) จะได้ผลผลิตเพิ่มขึ้นในสัดส่วนเดียวกัน (คือ 10 %) ข้อสมมุตินี้ทำให้การคำนวณง่ายขึ้นมาก

ตารางที่ 4 – 10 มูลค่าปัจจัยการผลิตที่ใช้ผลิตสินค้ามูลค่า 1 บาท หรือค่าสัมประสิทธิ์ของปัจจัยการผลิต

ปัจจัยการผลิต (Input)	ผลิตผล (Output) (บาทต่อหนึ่งหน่วย)		
	ข้าว (R)	น้ำมัน (X)	แทรกเตอร์ (C)
ข้าว (R)	0.2	0.2	0.2
น้ำมัน (X)	0.4	0.1	0.1
แทรกเตอร์ (C)	0.2	0.0	0.1
แรงงาน	0.2	0.7	0.5
รวม	1.0	1.0	1.0

วิธีการอ่านตารางที่ 4 – 10 คือ ถ้าอ่านแนวตั้ง (column) เช่น ช่องแรก ข้าว อ่านว่า การผลิตข้าว 1 บาท ต้องใช้เมล็ดพันธุ์ข้าวมูลค่า 0.2 บาท ใช้น้ำมัน 0.4 บาท ใช้แทรกเตอร์ 0.2 บาท สำหรับมูลค่าของปัจจัยการผลิต 3 ชนิด คือ ข้าว น้ำมัน และแทรกเตอร์ รวมกันเรียกว่า มูลค่าของปัจจัยการผลิตขั้นกลาง (intermediate inputs) ส่วนแรงงานเป็นปัจจัยปฐมภูมิซึ่งก่อให้เกิดมูลค่าเพิ่ม (value added) แก่อุตสาหกรรมผลิตข้าว

ถ้าอ่านตามแนวนอน เช่น แถวที่สอง น้ำมัน อ่านว่า ปัจจัยการผลิตน้ำมันมูลค่า 0.4 บาท ถูกนำไปใช้ในการผลิตข้าว น้ำมันมูลค่า 0.1 บาทถูกนำไปผลิตน้ำมัน และน้ำมันมูลค่า 0.2 บาทถูกนำไปใช้ผลิตแทรกเตอร์

สมมุติระบบเศรษฐกิจตั้งเป้าหมายการบริโภค (อุปสงค์ขั้นสุดท้าย) ได้ดังต่อไปนี้ ข้าว 100 ล้านบาท น้ำมัน 30 ล้านบาท และแทรกเตอร์ 40 ล้านบาท

จากข้อมูลในตารางดัวกล่าวข้างต้นนี้สามารถนำไปใช้ตอบคำถามต่อไปนี้ได้

(1) อุตสาหกรรมแต่ละสาขาจะต้องผลิตสินค้าทั้งสิ้นคิดเป็นมูลค่าเท่าไร จึงจะสอดคล้องกับเป้าหมายการบริโภคที่กำหนดไว้

(2) ในการผลิตสินค้าตามข้อ (1) นั้นต้องใช้แรงงานทั้งสิ้นเท่าไร

เพื่อตอบคำถามทั้ง 2 ข้อ จะสร้างสมการขึ้นมาได้ 3 สมการดังนี้

มูลค่าของข้าว (R) ที่ต้องผลิตในปีนั้นทั้งสิ้นจะต้องเท่ากับมูลค่าของข้าวที่นำไปใช้ในการผลิตข้าว (หรือ 0.2 x R) บวกกับมูลค่าของข้าวที่นำไปใช้ในการผลิตน้ำมัน (หรือ 0.2 x X) บวกกับมูลค่าของข้าวที่นำไปใช้ในการผลิตแทรกเตอร์ (หรือ 0.2 x C) บวกกับมูลค่าของข้าวที่จะนำไปบริโภคขั้นสุดท้าย 100 ล้านบาท ดังนั้น

$$R = 0.2 R + 0.2 X + 0.2 C + 100 \qquad \ldots\ldots(4-33)$$

ในทำนองเดียวกัน มูลค่าของน้ำมัน (X) และแทรกเตอร์ (C) ที่ต้องผลิตเพื่อสนองความต้องการในสาขาต่าง ๆ จะเท่ากับ

$$X = 0.4 R + 0.1 X + 0.2 C + 30 \qquad \ldots\ldots.(4-34)$$

$$C = 0.2 R + 0.1 C + 40 \qquad \ldots\ldots.(4-40)$$

ใช้ทั้ง 3 สมการเพื่อหาค่า R , X และ C ได้

โดยจะพบว่าเพื่อสนองความต้องการที่กำหนดไว้ ประเทศจะต้องผลิตข้าว (R) เป็นมูลค่า 178 ล้านบาท ผลิตน้ำมัน (X) มูลค่า 131 ล้านบาท และผลิตแทรกเตอร์ (C) มูลค่า 84 ล้านบาท

สำหรับการที่จะหาว่าการผลิตสินค้าข้างต้นต้องการใช้แรงงานเท่าใด จึงต้องหาสมการความต้องการใช้แรงงาน (L) จากแถวนอนแถวที่สี่ของตาราง ซึ่งจะได้รูปสมการได้ดังต่อไปนี้

$$L = 0.2 R + 0.7 X + 0.5 C$$

เมื่อแทนค่า R = 178 , X = 131 และ C = 84 ในสมการความต้องการแรงงาน จะได้ผลคือความต้องการแรงงาน (คิดเป็นค่าจ้าง) ทั้งสิ้นเท่ากับ 169 ล้านบาท

จากตัวอย่างข้างต้นที่พิจารณาข้างต้นนี้แสดงให้เห็นประโยชน์ของการใช้ตารางปัจจัยการผลิตและผลิตผล โดยถ้าหากพบว่าการพยากรณ์มูลค่าการผลิตสินค้าแต่ละชนิดและแรงงานข้างต้นสูงเกินกว่าขีดความสามารถของประเทศ ก็จะต้องลดเป้าหมายการบริโภคลงจนกว่าปริมาณการผลิตและแรงงานจะสอดคล้องกับทรัพยากรของประเทศ

ต้นทุนการผลิต (Cost of Production)

ผู้ผลิตจะผลิตสินค้ามากน้อยเพียงใดขึ้นอยู่กับราคาของสินค้า และต้นทุนการผลิต ถ้าราคาสินค้าสูงกว่าต้นทุนการผลิต ทำให้ได้กำไร ผู้ผลิตจะผลิตสินค้าออกมาเพิ่ม โดยจำนวนสินค้าที่ผู้ผลิตผลิตเพิ่มจะถูกกำหนดด้วยต้นทุนการผลิต จึงเห็นได้ว่า ต้นทุนการผลิตของผู้ผลิตจะมากน้อยเพียงใดจะขึ้นอยู่กับจำนวนสินค้าที่ผลิตโดยผันแปรไปในทิศทางเดียวกัน ถ้าแบ่งการผลิตออกเป็นการผลิตในระยะสั้น ซึ่งเป็นระยะเวลาที่ไม่สามารถเปลี่ยนแปลงปัจจัยการผลิตบางชนิดได้เมื่อต้องการขยายปริมาณการผลิตออกไป และการผลิตในระยะยาว ซึ่งเป็นช่วงเวลานานพอที่ผู้ผลิตจะสามารถเปลี่ยนแปลงปัจจัยได้ทุกตัวตามขนาดที่ต้องการเมื่อต้องการขยายปริมาณการผลิตออกไป ดังนั้น การพิจารณาต้นทุนการผลิตจะแบ่งเป็นต้นทุนการผลิตในระยะสั้นและต้นทุนการผลิตในระยะยาว

ฟังก์ชั่นต้นทุนระยะสั้น (Short - run cost functions)

ฟังก์ชั่นต้นทุนหาได้จากฟังก์ชั่นการผลิต สมการต้นทุน และฟังก์ชั่นแนวทางขยายการผลิต (Expansion path function) คือ

Production function, $Q = f(L, K)$

Cost equation, $C = P_L L + P_K K + b$

Expansion path function, $O = g(L, K)$

โดยที่ b = ต้นทุนของปัจจัยคงที่

จาก 3 สมการข้างต้น สามารถหาเป็นสมการต้นทุนซึ่งเป็น implicit function ของระดับผลผลิต บวกด้วยต้นทุนของปัจจัยคงที่ซึ่งก็คือ ***ต้นทุนคงที่***

$$C = C(Q) + b \qquad \ldots\ldots (4-41)$$

ฟังก์ชั่นต้นทุนจะแสดงให้เห็นถึงต้นทุนต่ำสุดของการผลิตสินค้า ภายใต้ข้อสมมติฐานว่าผู้ประกอบการปฏิบัติอย่างมีเหตุผล ส่วนประกอบของต้นทุนและผลผลิตหาได้ดังนี้

(1) หาจุดการใช้ปัจจัยบนเส้นแนวทางขยายการผลิต

(2) แทนค่าปริมาณปัจจัยการผลิต ณ จุดบนเส้นแนวทางขยายการผลิต ในฟังก์ชั่นการผลิต เพื่อจะได้ระดับผลผลิต

(3) คูณระดับปัจจัยการผลิตที่หามาได้ ด้วยราคาของปัจจัยการผลิต (ซึ่งสมมติว่า ราคาต่อหน่วยของปัจจัยคงที่) จะได้ต้นทุนแปรผันทั้งหมด (TVC) สำหรับระดับผลผลิตนี้

(4) บวกต้นทุนคงที่ (TFC)

จากฟังก์ชั่นต้นทุนทั้งหมด สามารถหาค่าของ ต้นทุนเฉลี่ย (AC) ต้นทุนแปรผันเฉลี่ย (AVC) ต้นทุนคงที่เฉลี่ย (AFC) และต้นทุนเพิ่ม (MC) ได้

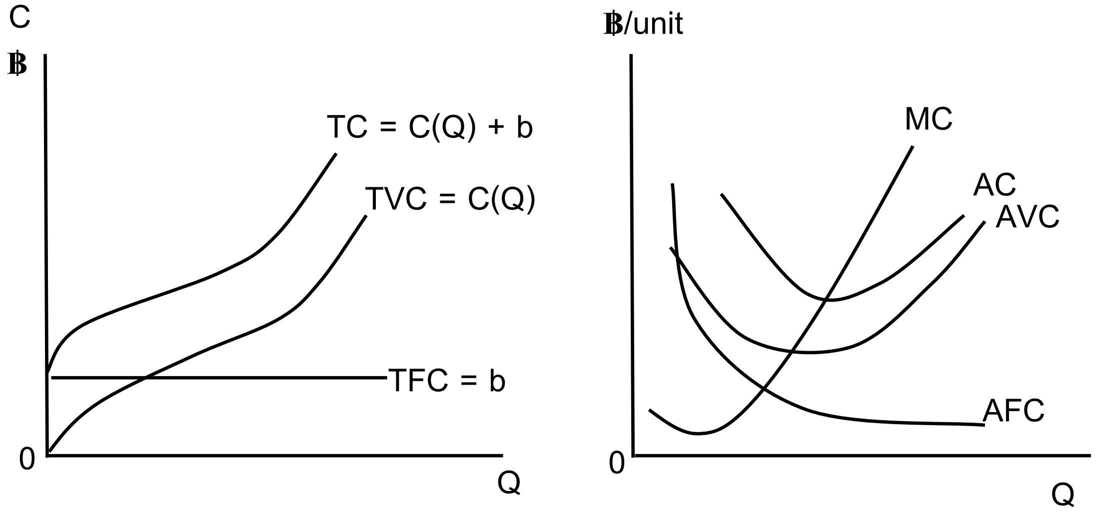
$$AC = \frac{C(Q) + b}{Q}$$

$$AVC = \frac{C(Q)}{Q}$$

$$AFC = \frac{b}{Q}$$

$$MC = \frac{dC(Q)}{dQ} = C'(Q)$$

รูปที่ 4 – 21 ต้นทุนการผลิตระยะสั้น



ความสัมพันธ์ของฟังก์ชั่นการผลิตและต้นทุนการผลิต

ในการผลิตระยะสั้น และถ้ามีการใช้ปัจจัยแปรผันชนิดเดียว คือ ปัจจัย X ฟังก์ชั่นการผลิต คือ $Q = f(X)$

ต้นทุนแปรผันทั้งหมด (TVC) หาได้จากผลคูณของราคาต่อหน่วยของปัจจัยแปรผันกับปริมาณของปัจจัยแปรผันที่ใช้ นั่นคือ

$$TVC = P_X \cdot X$$

ดังนั้นต้นทุนแปรผันเฉลี่ย (AVC) ซึ่งเป็นต้นทุนแปรผันทั้งหมดที่คิดเฉลี่ยต่อหนึ่งหน่วยของผลผลิต หาได้จาก

$$AVC = \frac{TVC}{Q}$$

$$\therefore \quad AVC = \frac{P_X . X}{Q} = \frac{P_X}{\frac{Q}{X}} = \frac{P_X}{AP_X}$$

แสดงว่าถ้าราคาของปัจจัยการผลิต (Px) คงที่ เมื่อ AP มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าของ AVC จะลดลง และเมื่อ AP มีค่าลดลง ค่าของ AVC จะเพิ่มขึ้น ดังนั้นเมื่อ AP มีค่าสูงสุด แสดงว่า AVC มีค่าต่ำสุด

ต้นทุนเพิ่ม (MC) เป็นต้นทุนทั้งหมดที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อมีการผลิตสินค้าเปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย ในระยะสั้นเมื่อต้นทุนนคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง ต้นทุนเพิ่มจึงหาได้จากการเปลี่ยนแปลงของต้นทุนแปรผันทั้งหมด เมื่อปริมาณผลิตสินค้าเปลี่ยนแปลงไป 1 หน่วย

$$MC = \frac{P_X . dX}{dQ} = \frac{P_X}{\frac{dQ}{dX}} = \frac{P_X}{MP_X}$$

ในทำนองเดียวกันสามารถพิจารณาความสัมพันธ์ของ MP และ MC ได้ว่า ถ้าราคาของปัจจัยการผลิต (Px) คงที่ เมื่อ MP มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าของ MC จะลดลง เมื่อ MP มีค่าสูงสุด ค่าของ MC จะมีค่าต่ำสุด และเมื่อ MP มีค่าลดลง ค่าของ MC จะเพิ่มขึ้น

จากความสัมพันธ์ของ AP และ MP คือเมื่อ AP มีค่าเพิ่มขึ้น ค่าของ MP มากกว่า AP เมื่อ AP มีค่าสูงสุด ค่าของ MP เท่ากับ AP และเมื่อ AP มีค่าลดลง ค่าของ MP น้อยกว่า AP ด้วยเหตุนี้ในช่วงที่ AP มีค่าเพิ่มขึ้น ทำให้ค่าของ AVC มีค่าลดลง จึงทำให้ MC มีค่าน้อยกว่า AVC และเมื่อ AVC อยู่ ณ จุดต่ำสุด ค่าของ AVC จึงเท่ากับค่าของ MC และเมื่อ AVC มีค่าเพิ่มขึ้น (AP มีค่าลดลง) จึงทำให้ค่าของ MC มากกว่าค่าของ AVC

ฟังก์ชั่นต้นทุนระยะยาว (Long-run Cost function)

ในระยะสั้นปัญหาของผู้ประกอบการเกี่ยวข้องกับการดำเนินการผลิตที่เหมาะสมที่สุดจากขนาดของโรงงานที่กำหนดให้ แต่สำหรับในระยะยาว ผู้ประกอบการสามารถจะเปลี่ยนแปลงขนาดของโรงงานได้อย่างเสรี และเลือกผลิตในขนาดของโรงงานที่เหมาะสม

ที่สุด ดังนั้นลักษณะของฟังก์ชั่นการผลิตและฟังกชั่นต้นทุนการผลิตจะขึ้นอยู่กับขนาดของโรงงานด้วย

ถ้าให้ k คือ ขนาดของโรงงาน (Size of plant) และสมมติว่า k เป็นตัวแปรที่สามารถเปลี่ยนแปลงได้อย่างต่อเนื่อง (Continuously variable) ดังนั้น ถ้าค่าของ k มากขึ้น แสดงว่าขนาดของโรงงานใหญ่ขึ้น

ในระยะยาวขนาดของโรงงาน (k) จะถูกนำมาใช้ในฟังก์ชั่นการผลิต สมการต้นทุน และฟังก์ชั่นแนวทางขยายการผลิต

Production function, $Q = f(L, K, k)$

Cost equation, $C = P_L L + P_K K + \phi(k)$

Expansion path function, $O = g(L, K, k)$

ต้นทุนคงที่จะเป็นฟังก์ชั่นที่เพิ่มขึ้นของขนาดของโรงงาน นั่นคือ $\phi'(k) > 0$ ลักษณะของแผนภาพของเส้นผลผลิตเท่ากัน และเส้นต้นทุนเท่ากัน และลักษณะของเส้นแนวทางขยายการผลิตจะขึ้นอยู่กับมูลค่าของ k

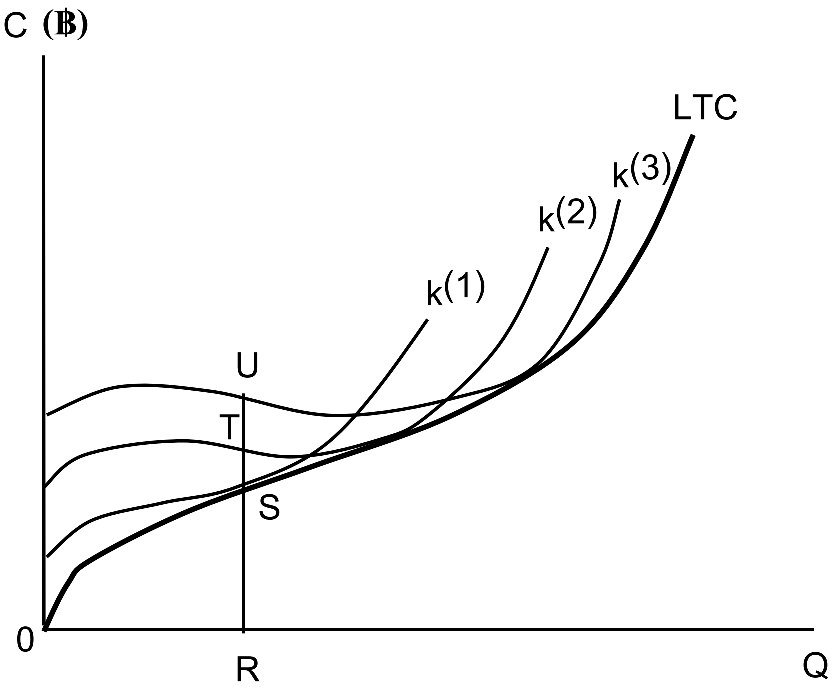
จากความสัมพันธ์ของทั้ง 3 สมการ สามารถหาสมการต้นทุนทั้งหมดเป็นฟังก์ชั่นของระดับผลผลิตและขนาดของโรงงาน โดยเส้นต้นทุนทั้งหมด (TC) เส้นต่าง ๆ สามารถลากขึ้นมาได้จากการแทนค่าระดับต่าง ๆ กันของค่าของขนาดของโรงงาน (k) นั่นคือ แสดงถึงเส้นต้นทุนทั้งหมดที่มีขนาดของโรงงานขนาดต่าง ๆ กัน

$$C = C(Q, k) + \phi(k) \qquad \ldots\ldots(4-42)$$

ถ้ากำหนดขนาดของโรงงานอยู่ในระดับหนึ่ง คือ $k = k^0$ สมการต้นทุนทั้งหมดในสมการที่ (4 – 42) จะเหมือนกับ สมการต้นทุนทั้งหมดในสมการที่ (4 – 41) และจะเป็นการพิจารณาการผลิตในระยะสั้น

เส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว (LTC) จะแสดงถึงต้นทุนต่ำสุดในการผลิตสำหรับแต่ละระดับของผลผลิต เมื่อผู้ประกอบการมีอิสระในการเปลี่ยนแปลงขนาดของโรงงาน

รูปที่ 4 – 22 ต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว



รูปที่ 4 – 22 เส้น k(1), k(2) และ k(3) แสดงถึงเส้นต้นทุนทั้งหมดที่มีขนาดของโรงงานขนาดต่างๆกัน 3 ขนาด ณ ระดับผลผลิตระดับหนึ่ง ผู้ประกอบการจะคำนวณหาต้นทุนทั้งหมดสำหรับแต่ละขนาดของโรงงานที่เป็นไปได้ และเลือกขนาดของโรงงานที่มีต้นทุนทั้งหมดต่ำสุด เช่น ณ ระดับผลผลิต OR หน่วย ต้นทุนทั้งหมดของขนาดโรงงาน k(1) เท่ากับ RS บาท และ RT บาท และ RU บาท สำหรับขนาดโรงงาน k(2) และ k(3)) ตามลำดับ ดังนั้นขนาดของโรงงาน k(1) จะทำให้เสียต้นทุนการผลิตต่ำสุดสำหรับระดับผลผลิต OR หน่วย ดังนั้นจุด S จะอยู่บนเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว (LTC) และพิจารณาในทำนองเดียวกันสำหรับทุกๆ ระดับผลผลิต ก็จะได้เส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว (LTC) โดยเส้นนี้จะเป็นเส้นที่ลากขึ้นโดยแสดงถึงจุดต้นทุนการผลิตต่ำสุด ณ ระดับผลผลิตต่างๆ โดยเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาวจะเป็นเส้นที่ห่อหุ้มเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะสั้น

สมการสำหรับฟังก์ชั่นต้นทุนการผลิตระยะสั้นต่าง ๆ สามารถเขียนในรูปของ implicit function ได้ดังนี้

$$C = \psi(Q, k) + \phi(k) = G(C, Q, k) \qquad .....(4-43)$$

หาค่า partial derivatives สมการที่ (4 – 43) เมื่อเทียบกับ k แล้วจัดให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$$G_k(C, Q, k) = 0$$

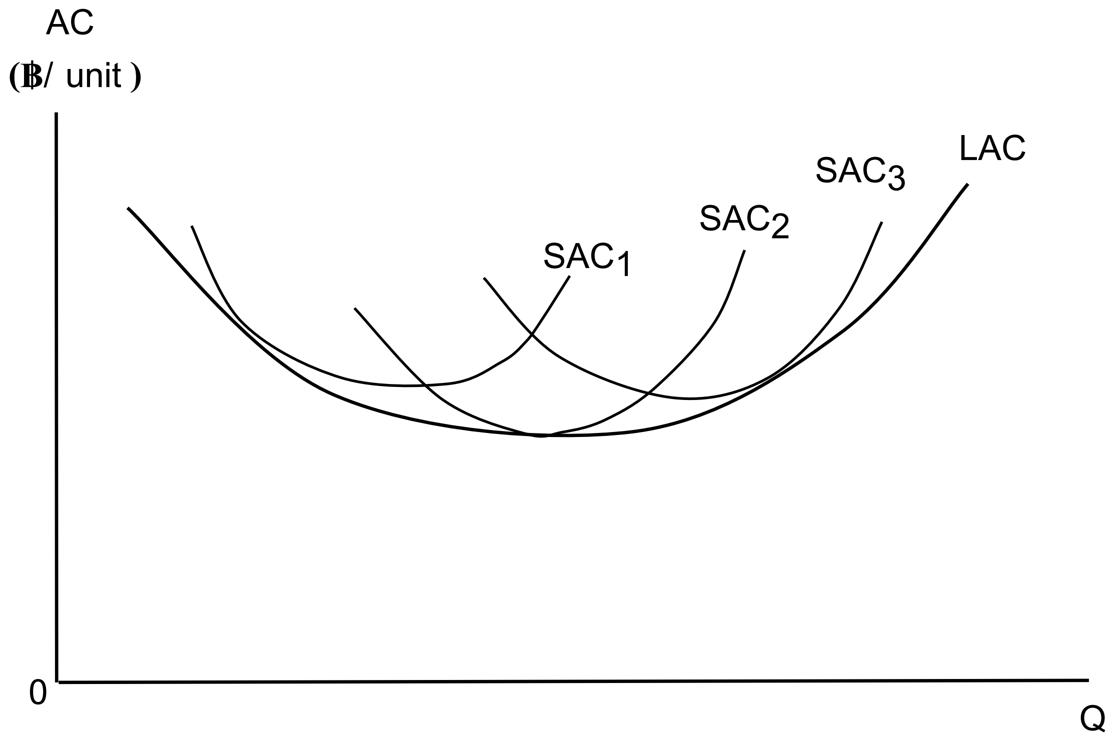
สมการของเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาว สามารถหาได้โดยการกำจัดค่าของ k จากสมการที่ (4 – 43) และสมการที่ (4 – 44) และจะได้ค่าของ C ซึ่งเป็นฟังก์ชั่นของ Q

$$C = C(Q) \qquad .....(4-44)$$

ต้นทุนทั้งหมดระยะยาวขึ้นอยู่กับผลผลิตในสภาพการณ์ที่กำหนดให้ว่า แต่ละระดับของผลผลิตถูกผลิตโดยขนาดโรงงานที่เหมาะสมที่สุด เนื่องจากสมมติว่าขนาดของโรงงาน (k) สามารถเปลี่ยนแปลงได้อย่างต่อเนื่อง ดังนั้น เส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะยาวจะถูกสร้างขึ้นจากจุดหนึ่ง ๆ บนเส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะสั้นแต่ละเส้น

เส้นต้นทุนเฉลี่ยระยะยาว (Long - run Average Cost: LAC) หาได้จากการหารต้นทุนทั้งหมดระยะยาว ด้วยปริมาณผลผลิตหรืออาจสร้างจากเส้นห่อหุ้มเส้นต้นทุนเฉลี่ยระยะสั้น

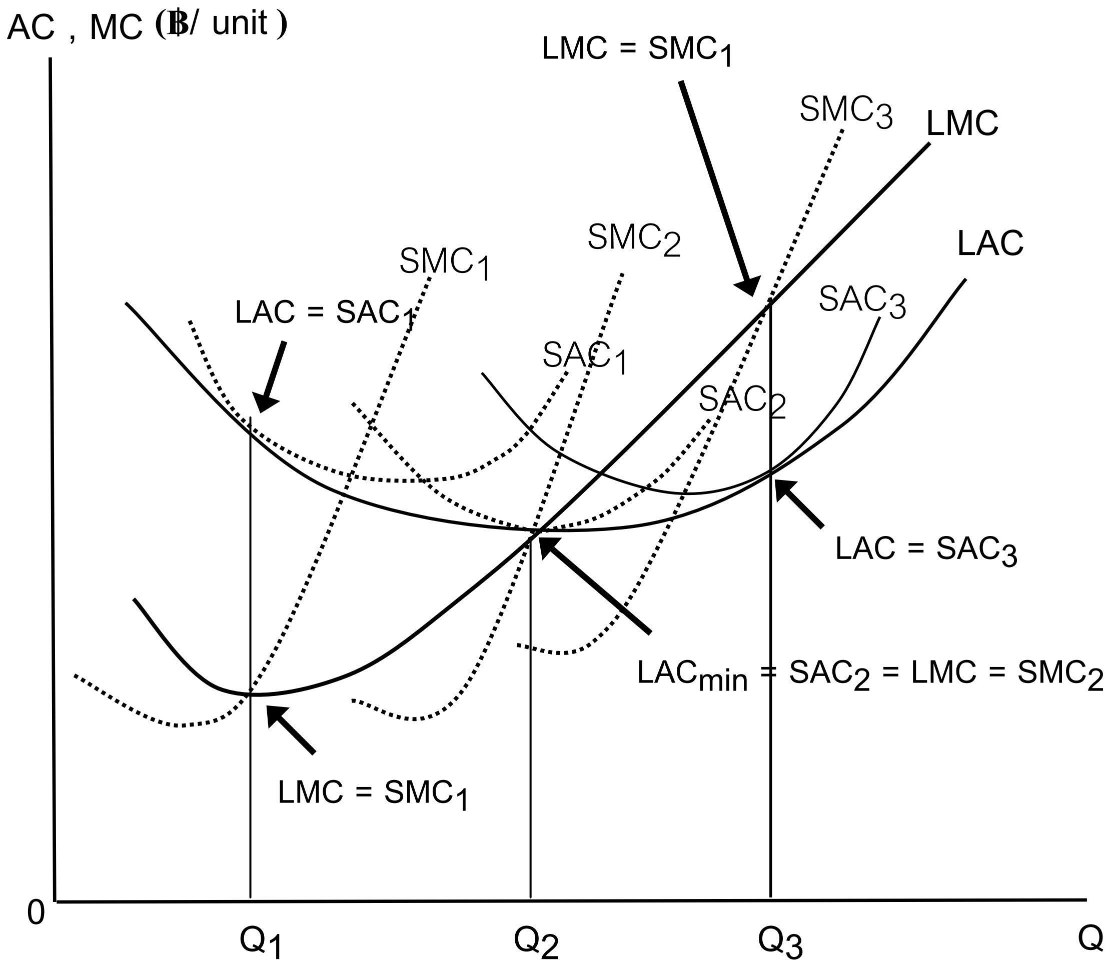
รูปที่ 4 – 23 ต้นทุนเฉลี่ยในระยะยาว



เส้นต้นทุนเพิ่มระยะยาว (Long - run Marginal Cost : LMC) หาได้จากการหาค่าอนุพันธ์ของต้นทุนทั้งหมดระยะยาวเมื่อเทียบกับระดับผลผลิต

$$LMC = \frac{\partial LTC}{\partial Q}$$

รูปที่ 4 – 24 ความสัมพันธ์ของเส้นต้นทุนเฉลี่ยในระยะยาว และเส้นต้นทุนเพิ่มในระยะยาว



ตัวอย่าง สมมติกลุ่มของเส้นต้นทุนทั้งหมด ระยะสั้น เส้นต่างๆ หาได้จากสมการต่อไปนี้

$$C = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + (11 - k)Q + 5k^2 \quad \ldots\ldots(4-45)$$

ถ้ากำหนดขนาดของโรงงาน k = 1 จะได้เส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะสั้นในรูปสมการคือ

$$C = 0.04Q^3 - 0.9Q^2 + 10Q + 5$$

และในทำนองเดียวกัน สำหรับขนาดของโรงงานขนาดต่างๆ ก็จะได้เส้นต้นทุนทั้งหมดในระยะสั้นเส้นต่างๆ

ถ้าต้องการหาสมการต้นทุนทั้งหมดระยะยาว โดยการหาค่า partial derivative ของ implicit function สมการที่ (4 – 45) มุ่งตรงต่อ k แล้วจัดให้เท่ากับศูนย์

$$G_k (C, Q, k) = -Q + 10k = 0$$

$$k = 0.1 Q$$

แทนค่า k = 0.1 Q ในสมการที่ (4 – 45) จะได้ฟังก์ชั่นต้นทุนทั้งหมด ระยะยาว (Long - run cost function)

$$C = 0.04 Q^3 - 0.9 Q^2 + (11 - 0.1 Q) Q + 5 (0.1 Q)^2$$

$$= 0.04 Q^3 - 0.95 Q^2 + 11 Q$$

ความยืดหยุ่นของต้นรวม (Elasticity of Total Cost: E_c)

ความยืดหยุ่นของต้นทุนรวมจะมีประโยชน์ในการชี้ให้เห็นถึงความสัมพันธ์ระหว่างต้นทุนทั้งหมดและผลผลิตที่มีต่อผลตอบแทนต่อขนาด (Returns to Scale)

ความยืดหยุ่นของต้นทุน (Elasticity of Total Cost or Cost Elasticity: E_C) จะวัดเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของต้นทุนรวม (TC) ที่ตอบสนองต่อการเปลี่ยนแปลงของผลผลิตไป 1 เปอร์เซ็นต์ ดังนั้น ความยืดหยุ่นของต้นทุนรวม จึงหาได้จากอัตราส่วนของเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงในต้นทุนทั้งหมด ต่อเปอร์เซ็นต์การเปลี่ยนแปลงของปริมาณผลผลิตนั่นคือ

$$E_C = \frac{\text{\% การเปลี่ยนแปลงใน TC}}{\text{\% การเปลี่ยนแปลงใน Q}}$$

$$= \frac{\frac{\partial TC}{Q}}{\frac{\partial Q}{Q}} = \frac{\partial TC}{\partial Q} \cdot \frac{Q}{TC}$$

$$= \frac{\frac{\partial TC}{\partial Q}}{\frac{TC}{Q}} = \frac{MC}{AC}$$

ดังนั้นความยืดหยุ่นของต้นทุนรวม จึงขึ้นอยู่กับค่าของ MC และ AC

ถ้าสมมุติว่าราคาของปัจจัยคงที่ ความยืดหยุ่นของต้นทุนเกี่ยวข้องกับผลตอบแทนต่อขนาดดังนี้

ตารางที่ 4 – 11 แสดงความสัมพันธ์ของ E_C และผลตอบแทนต่อขนาด (Returns to Scale)

ถ้า	ดังนั้น	ผลตอบแทนต่อขนาด
% ΔTC < %ΔQ	$E_C < 1$	เพิ่มขึ้น
% ΔTC = %ΔQ	$E_C = 1$	คงที่
% ΔTC > % ΔQ	$E_C > 1$	ลดลง

ถ้า $E_C < 1$ แสดงว่าอัตราการเพิ่มของต้นทุนช้ากว่าอัตราการเพิ่มขึ้นของผลผลิต เมื่อราคาของปัจจัยการผลิตคงที่ ก็แสดงว่าสัดส่วนของผลผลิตต่อปัจจัย (output-to-input ratio) จะสูงขึ้น และได้รับผลตอบแทนต่อขนาดเพิ่มขึ้น (Increasing Returns to Scale)

ถ้า E_c = 1 แสดงว่าผลผลิตและต้นทุนเพิ่มขึ้นในสัดส่วนเดียวกัน แสดงว่าจะได้รับผลตอบแทนต่อขนาดคงที่ (Constant Returns to Scale)

ถ้า E > 1 แสดงว่าสำหรับการเพิ่มขึ้นใดๆ ของผลผลิตจะทำให้การเพิ่มขึ้นของต้นทุนจะมากกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับการเพิ่มขึ้นของผลผลิต แสดงว่าจะได้รับผลตอบแทนต่อขนาดลดลง (Decreasing Returns to Scale)