

บทแทรกการทดสอบสูตร เลขดัชนี

การทดสอบความไม่ขัดกันในเชิงคณิตศาสตร์ (Mathematical test of consistency)

๑. Proportionality test

$$\text{ถ้า } p_t = cp_o$$

$$\text{ดังนั้น } I_t = I_o$$

$$\text{นั่นคือ } I = c$$

c คือค่าคงที่ (constant) ฉะนั้น เลขดัชนีจะมีค่าคงที่สูตร เลขดัชนีทุกสูตรใช้ได้กับการทดสอบนี้

๒. Indeterminacy test

เลขดัชนีไม่ควรเป็น 0 หรือ ∞ แต่ถ้าเลขดัชนีใดหรือกลุ่มราคาหรือปริมาณเป็น 0 สูตรเลขดัชนีทุกสูตรใช้ได้กับการทดสอบนี้

เมื่อสินค้าบริโภคเป็น 0 หมายความว่าสินค้านี้ถูกแทนที่ (substituted) โดยสินค้าอื่น

๓. Time Reversal test (TRT)

TRT คือการสลับเปลี่ยนเวลา (time subscripts) สูตรเลขดัชนีจะเป็นส่วนกลับของสูตรเดิม คือ $I_{ot} = \frac{1}{I_{to}}$

$$\text{TRT ถ้า } I_{to} = I_{ot}$$

(๑) เลขดัชนีแบบ Laspeyres ใช้ไม่ได้กับสูตรนี้

$$L_{to} = \frac{\sum p_t q_o}{\sum p_o q_o} \quad L_{ot} = \frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t}$$

$$L_{to} \times L_{ot} = \frac{\sum p_t q_o}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t} \neq 1$$

(๒) เลขดัชนีแบบ Pasche ใช้ไม่ได้กับ TRT เหมือนกัน

$$p_{to} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t}$$

$$p_{ot} = \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_t q_o}$$

$$p_{to} \times p_{ot} \neq 1$$

(๓) เลขดัชนี Irving Fisher's Ideal ใช้ได้กับ TRT

$$F_{to} = \sqrt{\frac{\sum p_t q_o}{\sum p_o q_o} \times \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t}}$$

$$F_{ot} = \sqrt{\frac{\sum p_o q_t}{\sum p_t q_t} \times \frac{\sum p_o q_o}{\sum p_t q_o}}$$

$$F_{to} \times F_{ot} = 1$$

(๔) เลขดัชนีแบบ Edgeworth-Marshall ใช้ได้กับ TRT

$$EM_{to} = \frac{\sum p_t (q_o + q_t)}{\sum p_o (q_o + q_t)}$$

$$EM_{ot} = \frac{\sum p_o (q_t + q_o)}{\sum p_t (q_t + q_o)}$$

$$EM_{to} \times EM_{ot} = 1$$

(๕) เลขดัชนีถ่วงน้ำหนักรวมโดยใช้ปีใดปีหนึ่งเป็นตัวถ่วงน้ำหนักใช้ไม่ได้กับ

$$I_{to} = \frac{\sum p_t q_a}{\sum p_o q_a} *$$

q_a เป็นปริมาณในปีใดปีหนึ่งซึ่งคงที่ไม่เปลี่ยนแปลง เราใช้เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก ไม่ใช่ q_o และไม่ใช่ q_t

$$I_{ot} = \frac{\sum p_t q_a}{\sum p_o q_a}$$

$$I_{to} \times I_{ot} \neq 1$$

๕. Factor Reversal Test (FRT)

ถ้า FRT ใช้ได้ ดัชนีราคา \times ดัชนีปริมาณจะ = ดัชนีมูลค่าสูตรดัชนีต่าง ๆ ว่าใช้ได้กับ test นี้หรือไม่

(๑) Laspeyres

$$I_{p(L)} = \frac{\sum p_t q_o}{\sum p_o q_o}$$

$$I_{q(L)} = \frac{\sum q_t p_o}{\sum q_o p_o}$$

$$I_{p(L)} \times I_{q(L)} \neq \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_o}$$

ดังนั้นสูตรของ Laspeyres ใช้ไม่ได้กับ FRT

(๒) Paasche

$$I_{p(P)} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t}$$

$$I_{q(P)} = \frac{\sum q_t p_t}{\sum q_o p_t}$$

$$I_{p(p)} \times I_{q(p)} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0}$$

ดังนั้นสูตรของ Paasche ใช้ไม่ได้กับ FRT

(๓) Fisher Ideal index

$$I_{p(F)} \times I_{q(F)} = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0}$$

สูตรของ Fisher ใช้ได้กับ FRT

(๔) Edgeworth-Marshall index

$$I_{p(E-M)} \times I_{q(E-M)} \neq \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_0 q_0}$$

สูตรของ Edgeworth-Marshall ใช้ไม่ได้กับ FRT

(๕) เลขดัชนีถ่วงน้ำหนักรวมโดยวิธีใดวิธีหนึ่งเป็นตัวถ่วงน้ำหนัก (Fixed Weight aggregate Index) ไม่สามารถจะทดสอบได้ เพราะ q_0 ไม่ใช่ q_1

จากการทดสอบความไม่ขัดกัน ๔ ประการของสูตรเลขดัชนีต่าง ๆ จะเห็นว่ามียุ่สูตรหนึ่งซึ่งสามารถใช้ได้หรือทดสอบทุกข้อ คือสูตรของ Fisher จึงได้ชื่อว่า สูตรเลขดัชนี "ที่ดีเลิศ" (Ideal) ของ Fisher

สูตรของ Laspeyres ประมาณค่าสูงไปส่วนของ Paasche ประมาณค่าต่ำไป (L overestimate, P underestimate)

ทฤษฎี : เมื่อใช้วัดการเปลี่ยนแปลงดัชนีราคาผู้บริโภค สูตรของ Laspeyres จะให้ค่าที่แท้จริงของดัชนีผู้บริโภคสูงไปสูตรของ Paasche จะประมาณค่าที่แท้จริงของดัชนีผู้บริโภคต่ำไป

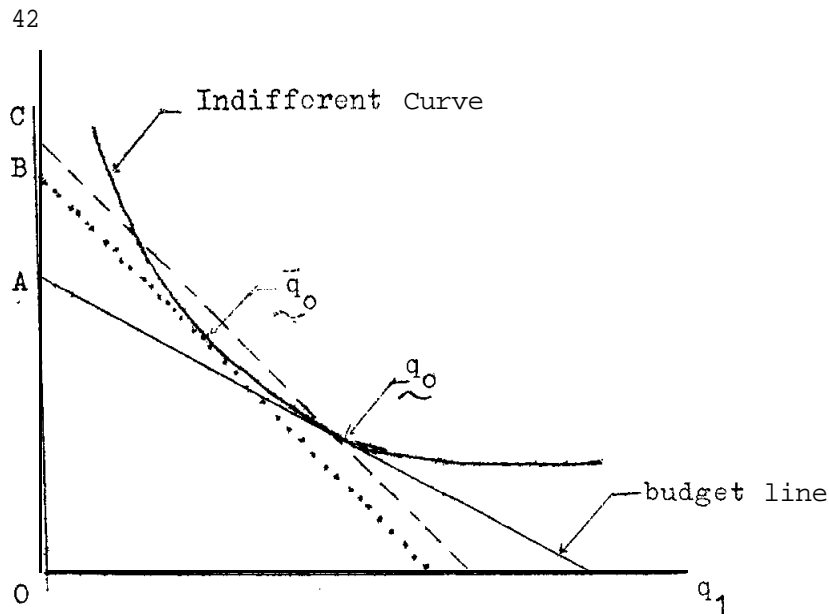
$$\text{กำหนดให้} \quad L \geq L_K$$

$$P \leq P_K$$

L_K' และ P_K เป็นเลขดัชนีผู้บริโภคที่แท้จริงของ Laspeyres และ Paasche ตามลำดับ

พิจารณา ผู้บริโภคในระยะเวลาหนึ่งอาจจะเป็นระยะ ๑ ปี สมมติว่าเขาจะมีเงินที่จะจับจ่ายใช้สอยได้จำนวนหนึ่งคือ M ในตลาดมีสินค้าอยู่ n หน่วยในราคา P_1, P_2, \dots, P_n (และทุกราคา > 0) ราคาเหล่านี้ขึ้นอยู่กับเงื่อนไขการควบคุมของผู้บริโภค

สมมติว่าผู้บริโภคสามารถที่จะซื้อสินค้าจำนวน q_1, q_2, \dots, q_n ขึ้นอยู่กับ $\sum P_i q_i = M$ หรือวงเงินที่เขาจะมีอยู่ (budget constraint) เขาจะเลือกว่าส่วนผสมของสินค้าตามเส้น indifferent curve ซึ่งแตะหรือสัมผัสกับเส้นงบประมาณ (Budget Line)



ราคาแทนด้วย P_0 หมายถึงราคาของสินค้าทุกชนิดและปริมาณแทนด้วย q_0 หมายถึงปริมาณของสินค้าทุกชนิด

จากรูป มูลค่า $\sum P_0 q_0$ จะน้อยที่สุดที่จะให้ความพอใจใน q_0 สมมติว่า ราคา

เปลี่ยนเป็น p_t

ฉะนั้น
$$L = \frac{\sum p_t q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\text{cost of } c \text{ at } \underline{p_t}}{\text{Cost of } A \text{ at } \underline{p_0}}$$

ในกรณีที่เรามีสินค้าอยู่ ๒ ชนิดจะ
$$= \frac{p_{t2} \cdot q_{0c}}{p_{02} \cdot q_{0A}}$$

Laspeyres พิจารณาส่วนผสมของสินค้าเดียวกันในทั้ง ๒ ลักษณะ

สมมุติว่า ผู้บริโภคเลือก Combination ของสินค้าซึ่งทำให้เขาพอใจเท่า ๆ กับ

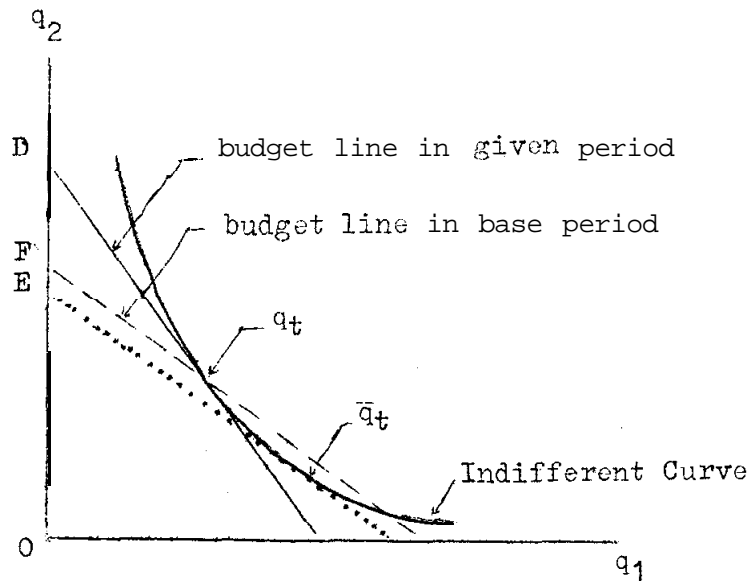
q_0 ดังนั้นดัชนีผู้บริโภคที่แท้จริงจะเป็น

$$L_K = \frac{\text{Cost of } q_0 \text{ at } \underline{p_t}}{\text{Cost of } q_0 \text{ at } \underline{p_0}} = \frac{\text{Cost of } B \text{ at } p_t}{\text{Cost of } A \text{ at } p_0}$$

$$\frac{p_{t2} \cdot q_{0B}}{p_{02} \cdot q_{0A}}$$

$OC > OB$ เนื่องจากการเว้าเข้าของเส้น indifferent curve ดังนั้น $L > L_K$

P - underestimate ($P \leq P_K$)



p_k เป็นดัชนีราคาผู้บริโภคที่แท้จริงของ Paasche เมื่อราคาเปลี่ยนมาเป็น p_t

$$P = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t} = \frac{\text{Cost of OD at } p_t}{\text{Cost of OF at } p_o}$$

$$p_k = \frac{\sum p_t q_t}{\sum p_o q_t} = \frac{\text{Cost of OD at } p_t}{\text{Cost of OE at } p_o}$$

\bar{q}_t คือ กลุ่มของปริมาณสินค้าซึ่งให้ความพอใจแก่ผู้บริโภคเหมือนกับที่ q_t OF > OE
เนื่องจากการเว้าเข้าของเส้น indifferent curve

$$\text{ดังนั้น } p \leq p_k$$

เลขดัชนีที่แท้จริงอยู่ที่ไหน?

$$\text{เราทราบแล้วว่า } L \geq L_k$$

$$p \leq p_k$$

ซึ่งไม่ได้หมายความว่าเลขดัชนีราคาผู้บริโภคที่แท้จริงจะอยู่ระหว่าง L และ p

$$\frac{L_k \quad L \quad p \quad p_k}{\quad}$$

แต่เลขดัชนีราคาผู้บริโภคที่แท้จริงจะอยู่ระหว่าง L และ p ถ้า $L_k = p_k$ และ L_k จะเท่ากับ p_k ถ้า q_o และ q_t อยู่บนเส้น indifferent curve เดียวกัน