

ในกรณีนี้  $X$  จะแทนเวลา  $x$  ปี กำหนดให้  $X$  ในปี ๒๕๐๔ เป็น ๐ หรือเป็นจุดเริ่มต้น และปี ๒๕๑๐ เป็น + ๑ ปี ๒๕๑๑ เป็น + ๒ เรื่อย ๆ ไป

แทนค่าที่คำนวณได้ลงใน Normal Equation เพื่อหาค่า  $a, b$

$$54 = 11\hat{a} + 55\hat{b}$$

$$321 = 55\hat{a} + 385\hat{b}$$

และจะได้

$$\hat{b} = 0.4636$$

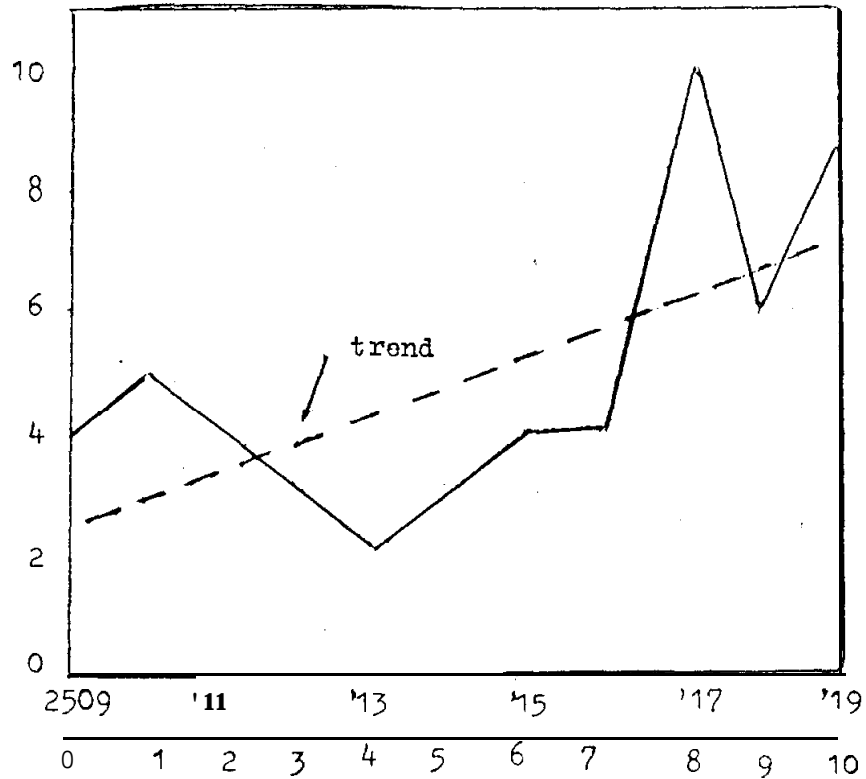
$$\hat{a} = 2.5911$$

ดังนั้น สมการแนวโน้มจะเป็น

$$\hat{Y} = 2.5911 + 0.4636X$$

$$X = 1 \text{ ปี Origin ที่ 1 กรกฎาคม 2509}$$

พันล้านบาท



รูปที่ ๕.๔

เส้นแนวโน้มโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่ปี ๒๕๐๙

การแปลความหมายของ  $\hat{a}$  และ  $\hat{b}$  จากสมการที่ได้

ค่า  $\hat{a}$  จะเป็นค่าของเส้นแนวโน้ม ณ จุดเริ่มต้น จากตัวอย่างนี้ ปี ๒๕๐๙ เป็นปีเริ่มต้น ดังนั้นค่าของ  $\hat{a}$  ( $= 2.5911$ ) จึงเป็นค่าแนวโน้มในปีนั้น เพราะค่า  $x$  ที่จะนำไปแทนค่าในสมการแนวโน้มเป็น 0

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= 2.5911 + 0.4636 (0) \\ &= 2.5911 \quad \text{พันล้านบาท}\end{aligned}$$

ค่า  $\hat{b}$  ในสมการเส้นตรงเป็นความลาดชัน ( Slope ) ของเส้นแนวโน้ม ถ้ามีเครื่องหมายเป็นบวกแสดงว่าอนุกรมเพิ่มขึ้น ถ้าเป็นลบแสดงว่าแนวโน้มลดต่ำลง จากตัวอย่างนี้ เราอาจกล่าวได้ว่า มูลค่าข้าวส่งออกเพิ่มขึ้นโดยเฉลี่ย 0.463 พันล้านบาทต่อปีระหว่างระยะ ๑๑ ปี ค่า  $\hat{b}$  จะแสดงถึงความเติบโตหรือการเพิ่มในมูลค่าข้าวซึ่งไม่มีอิทธิพลของฤดูกาลหรือวัฏจักร การส่งออกเติบโตไปเรื่อย ๆ จากค่าแนวโน้มนี้ ทำให้เราคาดหวังว่าถ้าการเติบโตยังมีต่อไปในอัตรานี้ ก็นับว่าการค้าข้าวในอนาคตยังแจ่มใส

#### การคำนวณค่าของแนวโน้ม

ค่าแนวโน้มสามารถจะคำนวณออกมาได้โดยแทนค่า X ลงในสมการแนวโน้มที่หาได้ คือ  $\hat{Y} = 2.5911 + 0.4636X$  เช่น มูลค่าแนวโน้มในปี ๒๕๑๙ ( $X = 10$ ) เป็น

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= 2.5911 + 0.4636 (10) \\ &= 7.2271 \quad \text{พันล้านบาท}\end{aligned}$$

ความจริง มูลค่าข้าวส่งออกในปี ๒๕๑๙ เท่ากับ 9 พันล้านบาท แต่แนวโน้มที่คำนวณได้เพียง 7.227 พันล้านบาท ซึ่งแสดงว่า อิทธิพลของลักษณะอื่นอาจจะเป็นฤดูกาลหรือวัฏจักรหรือความผิดปกติเป็นสาเหตุให้มูลค่าส่งออกข้าวที่แท้จริงดีกว่าที่คาดหวังไว้ในขั้นนี้

มูลค่าข้าวส่งออกในปี ๒๕๒๕ จะเป็นเท่าไร ถ้ามูลค่าข้าวส่งออกยังคงเพิ่มขึ้นและไม่มีอิทธิพลของความเคลื่อนไหวอย่างอื่น ถ้าค่า X ขยายต่อไปจนถึงปี ๒๕๒๕ X จะเท่ากับ 16 ดังนั้น

$$\hat{Y} = 2.5911 + 0.4636 (16)$$

10.0087 พันล้านบาท

โดยการใช้แนวโน้มระยะยาวเป็นหลักอย่างเดียว รัฐบาลต้องเตรียมผลิตข้าวสำหรับส่งออกเป็นมูลค่าประมาณ 10,000 ล้านบาทในปี 2525 และถ้าอิทธิพลของลักษณะอื่นที่เป็นสาเหตุให้มูลค่าข้าวส่งออกที่แท้จริงในปี 2519 สูงกว่าที่คาดหมายจากแนวโน้มยังมีอยู่มูลค่าส่งออกข้าวที่แท้จริงในปี 2525 ก็อาจจะมากกว่า 10,000 ล้านบาทที่คาดหมายไว้

#### การคำนวณหาสมการแนวโน้มโดยวิธีลัด

วิธีการคำนวณหาสมการแนวโน้มจากตัวอย่างข้างต้นนี้ เป็นวิธีค่อนข้างกินเวลาและใช้แรงงานมาก โดยเฉพาะถ้าข้อมูลเป็นเลขจำนวนมาก ๆ ค่า  $X^2$ ,  $XY$  ก็จะมีมาก มีวิธีลัดซึ่งง่ายกว่าและไม่เสียเวลามากซึ่งสามารถทำได้ โดยการเลือกปีกลางของอนุกรมเป็นจุดเริ่มต้นมากกว่าที่จะเลือกปีแรกของอนุกรม ที่จริงจะเลือกปีใดก็ได้ แต่ปีที่อยู่กลางอนุกรมจะสะดวกและง่ายที่สุด โดยใช้หลักให้ผลรวมของ  $X$  เท่ากับ 0 ( $X = 0$ ) เมื่อนำ  $X = 0$  ไปแทนค่าใน Normal Equation จะทำให้ Normal Equation ลดลงมาเหลือ

$$\Sigma Y = n\hat{a}$$

$$\Sigma XY = \hat{b} \Sigma X^2$$

ค่า  $\hat{a}$  จะเขียนได้เป็น

$$\hat{a} = \frac{\Sigma Y}{n} \quad (3)$$

ซึ่งเป็นสูตรหาค่าเฉลี่ยเลขคณิตของ  $Y$  ดังนั้นโดยวิธีลัด  $\hat{a}$  ก็คือค่าเฉลี่ยเลขคณิตของอนุกรม  $Y$

ค่า  $\hat{b}$  จำนวนเปลี่ยนแปลงเฉลี่ยในแนวโน้มต่อเวลา  $X$  หน่วยซึ่งจะเขียน  
ได้เป็น

$$\hat{b} = \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} \quad (4)$$

โดยวิธีลัดนี้มีการกำหนดค่า  $X$  เพื่อให้ผลรวมของ  $X$  เท่ากับ 0 อยู่

๒ วิธีคือ

(๑) ถ้าจำนวนปีในอนุกรมเวลาเป็นเลขจำนวนคี่ให้แทนค่า  $X$  ของปีกึ่งกลาง  
อนุกรม เวลาเป็น 0 ทางปีมากเป็น + 1, + 2, + 3, . . . . . ทางปีน้อยเป็น  
-1, -2, -3, . . . . . เมื่อรวมค่า  $x$  เข้าด้วยกันจะได้ = 0

## ตัวอย่างที่ ๕.๒

## ตารางที่ ๕.๔

ค่าแนวโน้มของมูลค่าข้าวส่งออก จากปี 2509 - 2519

หน่วย: พันล้านบาท

มูลค่าข้าวส่งออก		XY	X <sup>2</sup>	Y <sup>2</sup>	ค่าแนวโน้ม
2509	4	-5	-20	25	2.5911
2510	5	-4	-20	16	3.0547
2511	4	-3	-12	9	3.5183
2512	3	-2	-6	4	3.9819
2513	2	-1	-2	1	4.4455
2514	3	0	0	0	4.9010
2515	4	1	4	1	5.3727
2516	4	2	8	4	5.8363
2517	10	3	30	9	6.2999
2518	6	4	24	16	6.7635
2519	9	5	45	25	7.2271
รวม	54	0	51	110	

$$\begin{aligned}\hat{a} &= \frac{\Sigma Y}{n} \\ &= \frac{54}{11} = 4.9091\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\hat{b} &= \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} \\ &= \frac{51}{110} = 0.4636\end{aligned}$$

ดังนั้นจะได้สมการแนวโน้มคือ

$$\hat{Y} = 4.9091 + 0.4636 X \quad X = 1 \text{ ปี Origin}$$

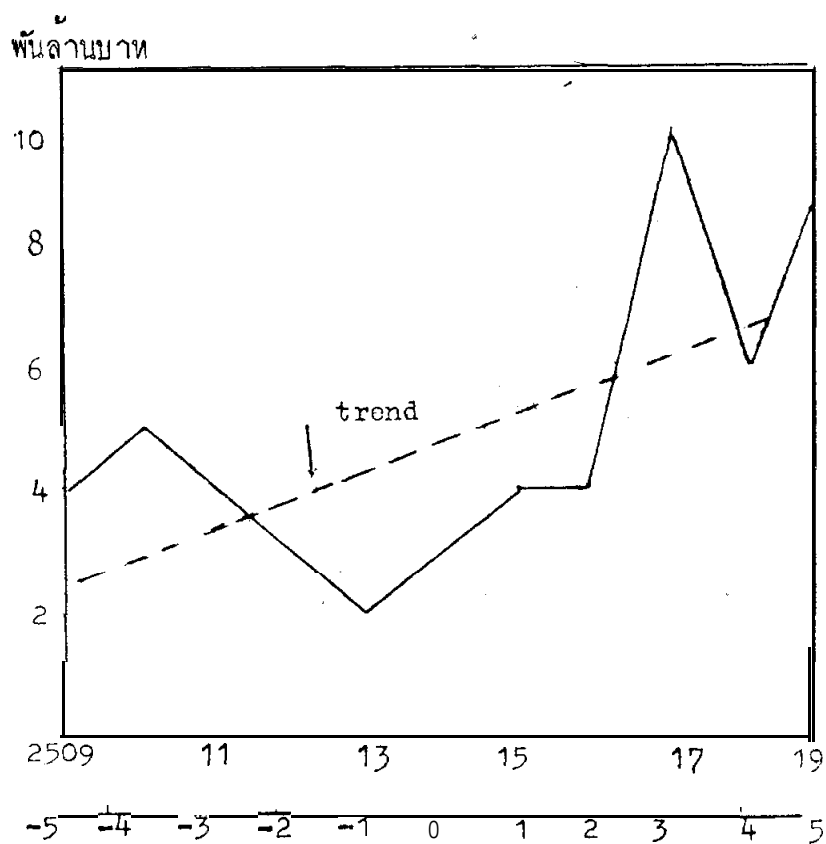
๑ ก.ค. ๒๕๑๔

จากสมการแนวที่คำนวณได้โดยวิธีนี้ จะสังเกตเห็นว่า ค่า  $\hat{b} = 0.4636$  เป็นค่าเดียวกับค่า  $\hat{b}$  ที่คำนวณได้ตามวิธีแรกที่ยาวกว่าส่วนค่า  $\hat{a}$  ของสมการใหม่นี้เป็น 4.9091 มากกว่าค่า  $\hat{a}$  ของสมการแรกซึ่งค่า  $\hat{a} = 2.5911$  ทั้งนี้เพราะว่าจุดเริ่มต้นของวิธีลัดอยู่ที่ปี ๒๕๑๓ ไม่ใช่ปี ๒๕๐๔ ค่า  $\hat{a}$  ก็ย่อมมากขึ้น

อย่างไรก็ตาม เราอาจจะย้ายจุดเริ่มต้นของวิธีนี้ไปอยู่ต้นปีของอนุกรมก็ได้ โดยแทนค่า  $X = -5$  ในสมการแนวโน้มของวิธีลัด

$$\begin{aligned}Y &= 4.9091 + 0.4636 (-5) \\ &= 2.5911\end{aligned}$$

ค่า 2.5911 ที่ได้จะเท่ากับค่าแนวโน้มของปี ๒๕๐๔ ซึ่งเป็นจุดเริ่มต้นตามวิธีแรก และค่าแนวโน้มทุกค่าที่คำนวณได้จะเหมือนกันไม่ว่าจะใช้วิธีใด ดังนั้น วิธีสุดท้ายจึงเป็นวิธีที่สั้นและง่ายเหมาะจะใช้คำนวณหาสมการแนวโน้ม แต่ที่ยกตัวอย่างวิธีแรกให้ดูก็เพื่อที่จะชี้ให้เห็นว่า เราอาจจะย้ายจุดเริ่มต้นของวิธีสุดท้ายไปอยู่ที่ต้นปีหรือที่ใด ๆ ก็ได้ ค่าที่ได้ก็ไม่ผิดเพราะไม่แตกต่างกัน ดังรูปที่ ๕.๘ และที่ ๕.๑๐ ซึ่งมีเส้นกราฟและแนวโน้มเหมือนกัน แต่ข้อควรระวังต้องระบุจุดเริ่มต้นให้ทราบทุกครั้งเพื่อที่จะหาค่าแนวโน้มต่อไปได้ถูกต้อง



รูปที่ ๕.๑๐

แสดงแนวโน้มโดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด

มีจุดเริ่มต้นอยู่ที่ปี ๒๕๑๔



(๒) ถ้าจำนวนปีในอนุกรมเวลาเป็น เลขคู่ ให้แทนค่า  $X$  ในอนุกรมโดยให้ ๒ ปีที่อยู่กลางอนุกรมเป็น  $-1$  และ  $+1$ ,  $-1$  สำหรับปีที่มาก่อน  $+1$  สำหรับปีต่อมา ส่วนปีอื่นก่อนปี  $-1$  ก็เขียนต่อเป็น  $-3, -5, \dots$  และปีที่มาทีหลัง  $+1$  เขียนต่อเป็น  $+3, +5, \dots$  ก็จะทำให้ค่ารวมของ  $X = 0$

ตารางที่ ๕.๕

แนวโน้มของมูลค่าข้าวส่งออกจากปี ๒๕๐๙ - ๒๕๑๘

หน่วย : พันล้านบาท

ปี	Y มูลค่าข้าวส่งออก	X	XY	$X^2$	$\frac{1}{3}$ ค่าแนวโน้ม
2509	4	-9	-36	81	2/2905
2510	5	-7	-35	49	2. 7815
2511	4	-5	-20	25	3. 2725
2512	3	-3	- 9	9	3. 7635
2513	2	-1	- 2	1	4. 2524
2514	3	1	3	1	4. 7455
2515	4	3	12	9	5. 2365
2516	4	5	20	25	5. 7275
2517	10	7	70	49	6. 2185
2518	6	9	54	81	6. 7095
	45	0	57	330	

$$\begin{aligned}\hat{a} &= \frac{\Sigma Y}{n} \\ &= \frac{45}{10} = 4.5 \\ \hat{b} &= \frac{\Sigma XY}{\Sigma X^2} \\ &= \frac{57}{330} = 0.1727\end{aligned}$$

สมการแนวโน้มจะเป็น

$$\hat{Y} = 4.5 + 0.1727X$$

$$X = 6 \text{ เดือน Origin ที่ ๑ มกราคม ๒๕๑๔}$$

จากตารางที่ ๔.๔ จะเห็นว่า จุดกึ่งกลางของอนุกรมจะอยู่ระหว่างกลางของ ๒ ปี คือปี ๒๕๑๓ และ ๒๕๑๔ หรือที่ ๑ มกราคม ๒๕๑๔ ในกรณีนี้หน่วยเวลา X จะถูกเปลี่ยนจาก ๑ ปี เป็น ๖ เดือน ดังนั้นจึงกำหนดค่า  $X = -1$  สำหรับปี ๒๕๑๓ หมายความว่า กลางปี ๒๕๑๓ คือ ๖ เดือนก่อนจุดเริ่มต้น กลางปี ๒๕๑๔ คือ  $+ ๑$  หรือ ๖ เดือนหลังจากจุดเริ่มต้น กลางปี ๒๕๑๕ คือ  $+ ๓$  ของระยะ ๖ เดือน (ระยะ ๖ เดือน ๓ ครั้ง) จากจุดเริ่มต้น กลางปี ๒๕๑๖ คือ  $+ ๕$  ของระยะ ๖ เดือนจากจุดเริ่มต้น เช่นนี้เรื่อยไป

เมื่อสมการแนวโน้มมีจำนวนเป็นเลขคู่เช่นนี้ ทั้งค่า  $\hat{a}$  และ  $\hat{b}$  จะเปลี่ยนไป เนื่องจากลดข้อมูลปี ๒๕๑๔ ไป ๑ ปี ค่า  $\hat{a}$  จะต่างไปเพราะจุดเริ่มต้นเลื่อนจาก ๑ กรกฎาคม ๒๕๑๔ มายังค่า  $\hat{a}$  จะน้อยลง ค่า  $\hat{b}$  จะแสดงถึงการเพิ่มเฉลี่ยต่อระยะ ๖ เดือน Origin

๑ มกราคม ๒๕๑๔ ฉะนั้นค่า  $\hat{b}$  จะประมาณครึ่งหนึ่งของค่า  $\hat{a}$  ที่มีจำนวนปีเป็นคี่ เพราะ  $\hat{b}$  ของจำนวนปีคี่  $X$  แทน ๖ เดือน ส่วนจำนวนปีคี่  $X$  แทน ๑ ปี จากตัวอย่างตารางที่ ๕.๕ เราอาจจะกล่าวว่ามูลค่าข้าวส่งออกระหว่างปี ๒๕๐๙ - ๒๕๑๔/เพิ่มประมาณ ๐.๒๔๕๕ พันล้านบาทต่อ ๖ เดือน หรือประมาณครึ่งหนึ่งของมูลค่าที่เพิ่มต่อปี (เพิ่มต่อปี = ๐.๔๖๓๖ พันล้านบาท) ส่วนการคำนวณแนวโน้มของปีอื่น ๆ ก็ใช้วิธีเดียวกันกับตัวอย่างก่อน คือ แทนค่า  $X$  ลงไป แต่ข้อควรจำก็คือ ในที่นี้  $X$  แทนระยะเวลา ๖ เดือน

ฉะนั้นการอธิบายสมการสำหรับแนวโน้มจึงจำเป็นต้องระบุว่า  $X$  เท่ากับ ๖ เดือน ๑ ปี หรือระยะเวลาอื่นใดและมีจุดเริ่มต้น (origin) อยู่ที่ปีใด ซึ่งจะเป็นประโยชน์แก่บุคคลทั่วไปที่สนใจจะนำสมการแนวโน้มนี้ไปใช้ นอกจากตัวผู้วิเคราะห์เองแล้ว เช่น จะนำไปใช้ในการคาดคะเนล่วงหน้าก็สามารถจะทำได้ เมื่อรู้จุดเริ่มต้นและรู้หน่วยของ  $X$  แม้เขาจะไม่ใช้ผู้วิเคราะห์มาตั้งแต่แรก

สำหรับนักศึกษาที่พึงระลึกว่าหลังจากได้สมการแนวโน้ม ก็ควรจะอธิบายสมการได้สามารถที่จะอธิบายค่าของ  $\hat{a}$  ของ  $\hat{b}$  ได้ และการคาดการณ์โดยการหาค่าแนวโน้มของปีที่ยังมาไม่ถึง ตลอดจนการอธิบายถึงความเคลื่อนไหวอื่น ๆ ทางเศรษฐกิจที่เป็นจริงรอบ ๆ ของตัวแปรที่เราศึกษา ซึ่งได้กล่าวไปแล้วข้างต้น

#### การเปลี่ยนสมการแนวโน้มรายปีเป็นเฉลี่ยรายเดือน รายเดือนและรายไตรมาส

จากตัวอย่างตารางที่ ๕.๕ ที่กล่าวข้างต้น เราได้สร้างแนวโน้มกำลังสองน้อยที่สุดของมูลค่าข้าวส่งออกเป็นสมการรายปี ค่า  $\hat{a}$  และ  $\hat{b}$  ก็อยู่ในรายปีด้วย เมื่อ  $X = 1$  ปี เราจะได้ค่า  $\hat{b} = 0.4636$  สำหรับการวิเคราะห์ในระยะเวลาตั้งแต่ปี ๒๕๐๙ - ๒๕๑๔ ค่า  $\hat{b}$  จะชี้ให้เห็นว่า มูลค่าข้าวส่งออกเพิ่มขึ้นประมาณ 0.4636 พันล้านบาทต่อปี จึงอาจกล่าวได้ว่า  $\hat{b}$  เป็น "การเพิ่มในแนวโน้มรายปี"

เมื่อเราเกี่ยวข้องกับข้อมูลรายปีที่แสดงถึงแนวโน้มเส้นตรง ค่าของแนวโน้มที่ได้รับโดยการใช้  $\hat{a}$  และ  $\hat{b}$  เป็นรายปีจะให้ความคิดเกี่ยวกับความปกติในเชิงสถิติ (statistical concept of normal) ค่า trend ถือว่าเป็นค่าปกติของข้อมูลรายปี

อย่างไรก็ตาม เมื่อใช้ข้อมูลเป็นรายเดือน ความคิดเกี่ยวกับความปกติในเชิงสถิติก็คือ แนวโน้มคูณด้วยดัชนีฤดูกาล (  $T \times S = \text{Normal}$  ) ซึ่งแน่นอนค่าแนวโน้มรายเดือนเป็นสิ่งที่จำเป็นในการคำนวณเส้นปกติ ( normal line ) สำหรับข้อมูลรายเดือน ฉะนั้น ปัญหาก็คือวิธีที่จะหาแนวโน้มจากรายปีเป็นรายเดือน

วิธีหนึ่งที่จะได้แนวโน้มรายเดือนโดยการคำนวณแนวโน้มใหม่อีกครั้ง โดยใช้ข้อมูลเดิมเป็นรายเดือนแทนรายปี อย่างไรก็ตาม วิธีนี้ไม่จำเป็นและไม่เหมาะสมในทางปฏิบัติ เพราะว่าอาจมีหลายสิ่งหลายอย่างเกี่ยวข้อง เช่น ค่าเบี่ยงเบนของ X จะใหญ่มากเพราะข้อมูลเพิ่มขึ้นเป็น ๑๒ เท่าของข้อมูลรายปี และการคิดคำนวณก็จะยุ่งยากมาก ไม่จำเป็นต้องยึดการคำนวณออกไปเช่นนั้น เพราะว่า สมการแนวโน้มเฉลี่ยรายเดือนก็ดี หรือรายไตรมาสก็ดี สามารถที่จะคำนวณได้โดยตรงจากสมการแนวโน้มรายปีได้ เมื่อหน่วยของ X เป็น ๑ ปี (และมีจำนวนปีเป็นสี่) และมูลค่ารายปีคือมูลค่ารายเดือนรวมกัน มีวิธีการดังนี้คือ

(๑) ต้องการหาค่า trend ประเภทใดหน่วยของสมการแนวโน้ม  
 $( \hat{Y} = \hat{a} + \hat{b}X )$  ต้องเป็นประเภทนั้น เช่น

๑.๑ ต้องการหาค่า trend เป็นเฉลี่ยรายเดือน สมการแนวโน้ม  
 ต้องมีหน่วยเป็นเฉลี่ยรายเดือน (ต่อปี) โดยเอา ๑๒หาร

$$\hat{Y} = \frac{\hat{a}}{12} + \frac{\hat{b}}{12} X$$

๑.๒ ต้องการหาค่า trend เป็นรายเดือน สมการแนวโน้มต้องมีหน่วยเป็นรายเดือน โดยหาสมการแนวโน้มด้วย ๑๒ ก่อน แล้วเอา ๑๒ ทหาร  $\hat{b}X$  อีกครั้งหนึ่ง เนื่องจาก  $\hat{b}X$  ยังมีหน่วยเป็นปีอยู่ คือ เป็นค่าเฉลี่ยรายเดือนต่อปี

$$\hat{Y} = \frac{\hat{a}}{12} + \frac{\hat{b} X}{12 \times 12}$$

๑.๓ ต้องการหาค่า trend เป็นรายไตรมาส สมการแนวโน้มต้องมีหน่วยเป็นรายไตรมาส โดยเอา ๔ ทหารสมการแนวโน้มก่อนครั้งหนึ่ง และเอา ๔ ทหาร  $\hat{b}X$  อีกครั้งหนึ่ง เพราะยังมีหน่วยเป็นปีอยู่

$$\hat{Y} = \frac{\hat{a}}{4} + \frac{\hat{b}}{4 \times 4} X$$

ถ้าต้องการหา trend เป็นรายสัปดาห์ ราย ๒ เดือน ราย ๖ เดือน ก็เอา ๕๒, ๖ และ ๒ ทหารตามลำดับโดยวิธีการเดียวกัน แต่ ๓ วิธีข้างต้นมักจะพบทั่วไปในข้อมูลทางเศรษฐกิจและธุรกิจ

(๒) เลื่อนจุดเริ่มต้น ( Origin ) สมการทั้ง ๓ ข้างต้นหน่วยของ X ได้เปลี่ยนไปตามสมการแล้ว แต่ Origin ยังอยู่ที่เดิมคือ อยู่กึ่งกลางปีของสมการรายปีที่ ๑ กรกฎาคม

การเลื่อน Origin ก็ทำเฉพาะรายเดือนและรายไตรมาส ส่วนเฉลี่ยรายเดือนใช้ Origin เดิม เพราะยังมีหน่วยเป็นปี อันที่จริง จุด Origin ของสมการรายเดือนและรายไตรมาสจะยังอยู่ที่เดิมของสมการรายปีก็ได้ แต่วัตถุประสงค์ในการเลื่อนก็เพื่อความสะดวกและง่าย ในการที่จะใช้สมการรายเดือนรายไตรมาสที่เราได้นี้ประมาณการ (estimate) แนวโน้มรายเดือนและรายไตรมาสอื่น ๆ ต่อไป ดังนั้น Origin ใหม่มักนิยมให้อยู่ในกึ่งกลาง ถ้าเป็นรายเดือนก็ให้อยู่กึ่งกลางเดือน ถ้าเป็นไตรมาสก็มักจะอยู่กึ่งกลางไตรมาส

ตัวอย่าง ๕.๓ สมการแนวโน้มรายปีของมูลค่าข้าวส่งออกปี ๒๕๐๙ - ๒๕๑๙ คือ

$$\hat{Y} = 4.9091 + 0.4636 X$$

X = 1 ปี Origin ที่ 1 กรกฎาคม 2514

(๑) หาสมการแนวโน้มเฉลี่ยรายเดือนคือ

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= \frac{4.9091}{12} + \frac{0.4636}{12} X \\ &= 0.4091 + 0.0386 X \end{aligned}$$

x = 1 ปี Origin 1 กรกฎาคม 2514

ถ้าต้องการมูลค่าข้าวส่งออกเฉลี่ยรายเดือนในปีใดก็แทนค่า X ปีนั้นลงไป เช่น ในปี 2518 (X = 4) ดังนั้น มูลค่าข้าวส่งออกในปี 2518 เฉลี่ยเดือนละ = 0.4091 + 0.0386 (4) = 0.5636 พันล้านบาท

การหามูลค่าเฉลี่ยรายเดือนอาจจะทำได้โดยคำนวณจากสมการแนวโน้มรายปีก่อนแล้วหารด้วย 12 ก็ได้ไม่จำเป็นต้องใช้สมการแนวโน้มเฉลี่ยรายเดือนให้ยุ่งยาก เช่น มูลค่าข้าวส่งออกปี 2518 = 4.9091 + 0.4636 (4) = 6.7635 พันล้านบาท หรือเฉลี่ยเดือนละ  $\frac{6.7635}{12} = 0.5636$  ล้านบาท

(๒) หาสมการแนวโน้มรายเดือน คือ

$$\begin{aligned} \hat{Y} &= \frac{4.9091}{12} + \frac{0.4636}{12 X 12} X \\ &= 0.40909 + 0.00322 X \end{aligned}$$

$X = 1$  เดือน Origin ที่ 1 กรกฎาคม 2514

- เลื่อน Origin สมมุติเราต้องการให้มาอยู่ที่ 15 มกราคม 2515

ก็ให้นับเดือนจาก Origin เดิม ( 1 ก.ค. 2514) ถึง Origin ที่เราจะตั้งใหม่ ( 15 ม.ค. 15 ) ว่าเป็นกี่เดือน ในที่นี้จะได้ 6.5 เดือน จำนวนที่นับได้ก็คือค่า  $X$  แล้วแทนค่า  $X$  ในสมการรายเดือนที่เราหาได้ ก็จะได้ค่าแนวโน้มรายเดือน ณ จุดเริ่มต้นคือ  $\hat{Y} = 0.40909 + 0.00322 (6.5) = 0.43002$  พันล้านบาท

ได้เคยกล่าวข้างต้นมาแล้วว่า ค่าแนวโน้ม ณ จุดเริ่มต้นจะเท่ากับค่า  $\hat{a}$  ดังนั้น 0.43002 ก็คือ ค่า  $\hat{a}$  แล้วนำค่า  $\hat{a}$  ใหม่ไปแทนค่า  $\hat{a}$  เดิม (0.40909) ในสมการรายเดือน ก็จะได้สมการใหม่ มีหน่วย  $X$  เป็น 1 เดือน และมีจุด Origin ตามที่เราต้องการคือ

$$\hat{Y} = 0.43002 + 0.00322 X$$

$x = 1$  เดือน Origin ที่ 16 มกราคม 2515

หรือจะทำเพียงขั้นเดียวก็ได้คือ

$$\hat{Y} = 0.40909 + 0.0032 (X + 6.5)$$

$$0.40909 + 0.00322 X + 0.01771$$

$$0.43002 \quad 0.00322 X$$

$x = 1$  เดือน Origin ที่ 16 มกราคม 2515

จากสมการแนวโน้มรายเดือนที่ได้เลื่อน Origin แล้วนี้ เราสามารถที่จะหาค่าแนวโน้มของเดือนใดปีใดก็ได้ เช่น ต้องการประมาณมูลค่าข้าวส่งออกในเดือนมกราคม 2516 การนับค่า  $X$  ซึ่งมี 16 มกราคม 2515 = 0 นับต่อไปจนถึง มกราคม 2516 จะได้  $X = 12$  ดังนั้นมูลค่าส่งออกข้าวในเดือนมกราคม 2516 =  $0.43002 + 0.00322 (12) = 0.46866$  พันล้านบาท

(๓) หาสมาการแนวโน้มรายไตรมาส คือ

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= \frac{4.9091}{4} + \frac{0.4636}{4 \times 4} X \\ &= 1.2273 + 0.029 X\end{aligned}$$

$X = 1$  ไตรมาส มี Origin ที่ 1 กรกฎาคม 2514

- เลื่อน Origin สมมติให้อยู่กึ่งกลางไตรมาสที่ 3 ของปี 2514 คือ 16 สิงหาคม 2514 นับจาก Origin เดิม ( 1 ก.ค. 2514 ) ถึง Origin ใหม่ ( 16 a. m 2514 ) ได้  $1 \frac{1}{2}$  เดือน หรือครึ่งไตรมาส ดังนั้น  $x = 0.5$

ดังนั้น สมการที่เกิดจาก Origin ใหม่จะเป็น

$$\begin{aligned}\hat{Y} &= 1.2273 + 9.029 (X + 0.5) \\ &= 1.2273 + 0.029 X + 0.0145 \\ &= 1.2418 + 0.029 X\end{aligned}$$

$x = 1$  ไตรมาส มี Origin ที่ 15 สิงหาคม 2514

ถ้าต้องการหาค่าแนวโน้มของไตรมาสที่ 1 ปี 2520 ก็นับต่อจากไตรมาสที่ 3 ปี 2514 ซึ่งเป็น 0 เพราะเป็น origin จนถึงไตรมาสที่ 1 ปี 2520 จะได้ 22 ไตรมาส หรือ  $X = 22$  ดังนั้นมูลค่าข้าวส่งออกของไตรมาสที่ 1 ปี 2520 จะเป็น  $= 1.2418 + 0.029 (22) = 1.8798$  พันล้านบาท

ในเรื่องการปรับค่าแนวโน้มรายปีเป็นรายเดือน ให้นักศึกษาเข้าใจถึงค่า  $\hat{a}$  และ  $\hat{b}$  ของสมการรายเดือนสักเล็กน้อย



- ค่า  $\hat{a}$  ซึ่งคงจำได้ว่า เป็นมัชฌิมเลขคณิตของผลรวมรายปี ( $a = \frac{\Sigma Y}{n}$ )  
 เมื่อหารด้วย 12 จะกลายเป็นมัชฌิมเลขคณิตของผลรวมรายเดือน จุดเริ่มต้นของอนุกรมรายเดือน  
 ก็คือ  $\frac{\hat{a}}{12}$  ซึ่งคิดจากผลรวมรายปี ในแง่รูปภาพ a ก็คือ Y - intercept
- ค่า  $\hat{b}$  ซึ่งแสดงถึงการเพิ่มหรือลดในแนวโน้มรายปี เมื่อ  $\hat{b}$  รายปีหาร  
 ด้วย 12 ค่า  $\hat{b}$  จะลดลงมาในลักษณะ "การเพิ่มรายปีในขนาดของรายเดือน"  
 ( annual increment in monthly magnitude ) ก็หมายถึง ค่าเฉลี่ยรายเดือนต่อปี  
 เมื่อหารด้วย 12 อีกครั้งหนึ่ง การเพิ่มรายปีในขนาดของรายเดือนจะลดลงเป็น  
 "การเพิ่มรายเดือนในขนาดของรายเดือน" ( monthly increment in monthly magnitude)

ความจำเป็นที่ต้องหาร  $\hat{b}$  ด้วย 12 อีกครั้งหนึ่ง อาจจะเข้าใจดีขึ้นโดย  
 ตารางที่ ๕.๖ โดยใช้แนวโน้มนำรายเดือนของมูลค่าข้าวส่งออกของ 2 ปี คือ ปี 2515 และปี 2516  
 คิดมาจากสมการรายปี คือ

$$\hat{Y} = 4.9091 + 0.4636 X$$

$$x = 1 \text{ ปี } \quad \text{Origin ที่ } 1 \text{ ก.ค. 2514}$$

และสมการรายเดือน จะเป็น

$$\hat{Y} = 0.40909 + 0.00322 X$$

$$X = 1 \text{ ด. } \quad \text{Origin ที่ } 1 \text{ ก.ค. 2514}$$

## ตารางที่ ๕.๖

แสดงค่า  $\hat{b}$  ของแนวโน้มรายปี เฉลี่ยรายเดือนและรายเดือน  
โดยใช้แนวโน้มรายเดือนของมูลค่าส่งออกข้าวปี 2515 และปี 2516

	แนวโน้มรายเดือน		การเพิ่มราย ปีในขนาด ของรายเดือน	
	2515	2516		
มกราคม	0.42680	0.46543	0.03863	$\frac{0.4636}{12} = 0.03863$
กุมภาพันธ์	0.43002	0.46865	0.03863	
มีนาคม	0.43324	0.47187	0.03863	คือการเพิ่มรายปีในขนาดของ
เมษายน	0.43646	0.47509	0.03863	รายเดือน (เฉลี่ยรายเดือน
พฤษภาคม	0.43968	0.47831	0.03863	ต่อปี)
มิถุนายน	0.44290	0.48153	0.03863	
กรกฎาคม	0.44612	0.48475	0.03863	$\frac{0.4636}{12} = 0.00322$ $12 \times 12$
สิงหาคม	0.44934	0.48797	0.03863	คือการเพิ่มรายเดือนในขนาด
กันยายน	0.45256	0.49119	0.03863	ของรายเดือน (ค่า $\hat{b}$ รายเดือน)
ตุลาคม	0.45578	0.49441	0.03863	
พฤศจิกายน	0.45900	0.49761	0.03863	0.4636 คือการเพิ่มรายปีใน
ธันวาคม	0.4622	0.50083	0.03863	ขนาดของรายปี (ค่า $\hat{b}$ รายปี)
			<b>0.46356</b>	

จากตารางที่ ๕.๖ ความแตกต่างระหว่างแนวโน้มเดือนมกราคม 2515 กับ  
มกราคม 2516 คือ  $0.46543 - 0.42680 = 0.03863$  (ค่า  $\hat{b}$  ของสมการเฉลี่ย  
รายเดือน) ค่านี้เป็นความแตกต่างระหว่างค่าแนวโน้มของเดือนเดียวกันในช่วง 1 ปี เรียกว่า  
การเพิ่มรายปีในขนาดของรายเดือน เมื่อรวมค่านี้เข้าด้วยกันทั้ง 12 เดือน จะเป็นการเพิ่ม  
รายปีในขนาดของรายปี ซึ่งเท่ากับ  $0.46356$  (ค่า  $\hat{b}$  ของสมการรายปี) สังเกตต่อไปว่า  
ความแตกต่างของค่าแนวโน้มระหว่างมกราคม 2515 กับกุมภาพันธ์ 2515 จะเท่ากับ  
 $0.00322$  (ค่า  $b$  ของสมการรายเดือน) ค่านี้จึงเป็นการเพิ่มรายเดือนในขนาดของรายเดือน  
และก็คือ ค่า  $\frac{b}{12 \times 12}$

ดังนั้นอาจจะสรุปค่าของ  $\hat{b}$  ได้ว่า

๑. ถ้าเป็นสมการแนวโน้มรายปี  $\hat{b}$  จะคือ การเพิ่มรายปีในขนาดของรายปี
๒. ถ้าเป็นสมการแนวโน้มเฉลี่ยรายเดือนต่อปี  $\hat{b}$  คือ การเพิ่มรายปีในขนาด  
ของรายเดือน
๓. ถ้าเป็นสมการแนวโน้มรายเดือน  $\hat{b}$  คือ การเพิ่มรายเดือนในขนาดของ  
รายเดือน

การปรับค่าแนวโน้มรายปีที่กล่าวมาข้างต้น  $X$  มีหน่วยเป็น 1 ปี ซึ่งเป็นวิธีการ  
หาสมการแนวโน้มที่มีจำนวนปีเป็น เลขสี่ ในกรณีที่มีจำนวนปีเป็น เลขคู่ วิธีการหาสมการแนวโน้ม  
จะทำให้หน่วยของ  $X = 6$  เดือน ในกรณีนี้  $\hat{a}$  จะหารด้วย 12 เหมือนคราวแรก แต่  $\hat{b}$   
จะหารด้วย  $6 \times 12$  เมื่อ  $X = 6$  เดือน  $\hat{b}$  หารด้วย 6 จะได้การเพิ่มรายปี  
ในขนาดของรายเดือน แล้วหารด้วย 12 จะได้การเพิ่มรายเดือนในขนาดรายเดือน

ในกรณีนี้จำเป็นต้องให้ค่า trend ไว้กลางเดือนเหมือนกัน เพราะว่า เมื่อ  
จำนวนปีเป็นคู่  $x = 6$  เดือน Origin จะอยู่ต้นปี ฉะนั้นการคำนวณค่าแนวโน้มรายเดือน ก็ต้อง  
บวก 0.5 ของเดือนเข้าด้วยเสมอ เพื่อหาจุดกลางหรือ Origin ของอนุกรม ส่วนวิธีการอื่น  
ก็คล้าย ๆ กับวิธีที่กล่าวมาแล้ว

## ๒. แนวโน้มที่เป็นเส้นโค้ง

ถ้าหากเราเขียนจุดข้อมูลของตัวแปร ( X, Y ) ลงบนกระดาษกราฟแล้ว แผนภาพกระจุกกระจาย ( Scatter diagram ) ที่ได้ไม่อยู่ในแนวเส้นตรง แสดงว่าปรับข้อมูลชนิดนี้เป็นเส้นตรงไม่ได้ ถ้าปรับเป็นเส้นตรงจะให้ผลผิดพลาดมาก ฉะนั้นจะต้องเปลี่ยนเป็นปรับเส้นโค้งแทน โดยผู้ปรับต้องมีความรู้ว่า เส้นโค้งรูปใดควรมีสมการแบบใด จากรูปร่างคร่าว ๆ ของ Scatter diagram ก็พอจะทราบว่า ข้อมูลคู่หนึ่งควรจะปรับเข้ากับสมการใด ข้อมูลเหล่านี้มักจะได้แก่ ความเจริญเติบโตทางเศรษฐกิจ การเติบโตของประชากร ซึ่งมีระยะยาวมาก ๆ รวมทั้งพวกสินค้าบางอย่างที่ต้องใช้เวลามากในการค้นคว้า วิจัย โฆษณามากก่อนนำออกขาย แนวของการผลิตมักจะเป็นเส้นโค้ง

การวิเคราะห์แนวโน้มที่ไม่เป็นเส้นตรงนี้ มีอยู่หลายรูปแบบตามลักษณะของเส้นโค้ง คือ

๒.๑ A Second - and Third - degree Parabolas

๒.๒ A Gompertz Curve and Logistic Curve

๒.๓ A Exponential Curve

๒.๔ A Modified Exponential Curve

ในที่นี้จะกล่าวแต่ละห้วงอย่างย่อ ๆ ดังนี้

๒.๑ A Second - and Third degree Parabolas

A Second degree Parabola เป็นสมการแนวโน้มที่มีกำลัง ๒ ของ X เป็นกำลังสูงสุด มีรูปสมการคือ

$$Y = a + bX + cX^2$$