ดังนั้นแบบสมการกำไรก็คือ

๑) สมการเป้าหมาย (Objective Function)

$$\text{Maximize} \quad \Pi = \int_0^q P(q).\, dq - C(q)$$

ซึ่งในการผลิตเพื่อขายนี้ ผู้ผลิตผูกขาดต้องการกำไรสูงที่สุด ดังนั้นจะพิจารณาค่าวิกฤตของตัวแปรที่จะนำมาซึ่งค่าสูงสุดของเป้าหมาย ดังนี้

๒) ค่าวิกฤตของตัวแปร

First – Order Condition : หาค่าอนุพันธ์มุ่งต่อ q ในสมการเป้าหมาย (สมการกำไร) และเทียบค่าให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{d\Pi}{dq} = \Pi_q = P(q) - C'(q) = 0$$

หรือ

$$P(q) = C'(q)$$

ซึ่งก็คือค่าวิกฤตของตัวแปรนั่นเอง

ความหมาย : ผู้ขายผูกขาดจะได้กำไรสูงสุดเมื่อผลิตสินค้าจนกระทั่งราคาส่วนเหลื่อม{ Marginal price : P(q) } เท่ากับต้นทุนส่วนเหลื่อม { Marginal Cost : C'(q) } ของการผลิตพอดี

๓) ทดสอบเพื่อยืนยันค่าวิกฤต

Second – Order Condition : ค่าวิกฤตจะได้รับการยืนยันอย่างเพียงพอว่า เป้าหมายจะมีค่าสูงสุด ก็คือเมื่อ $|\bar{H}_{m+i}|$ มีเครื่องหมาย $(-1)^i$ หรือ $|H_i| \to (-1)^i$

ซึ่งคือ $\Pi_{qq} < 0$

ในที่นี้

$$\Pi_{qq} = P'(q) - C''(q)$$

ดังนั้นผู้ผลิตจะได้กำไรสูงสุดเมื่อ

$$P'(q) - C''(q) < 0$$

หรือ

$$P'(q) < C''(q)$$

ความหมาย การผลิตนี้จะต้องเกิดขึ้นในช่วงที่ อัตราการเปลี่ยนแปลงของราคามีค่าน้อยกว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของต้นทุนส่วนเหลื่อม หรืออีกนัยหนึ่งก็คือ เป็นช่วงที่ค่าความชัน (slope) ของเส้นการเสนอซื้อ มีค่าน้อยกว่าค่าความชัน (slope) ของเส้นต้นทุนส่วนเหลื่อมนั่นเอง

โดยสรุปแล้วผู้ผลิตผูกขาดจะได้กำไรสูงสุดจากการผลิตสินค้าในกรณีการตั้งราคาเลือกปฏิบัติแบบสมบูรณ์ (Perfect Price Discrimination) ก็ต่อเมื่อ

$$P(q) = MC \quad ; \quad C'(q) : MC$$

ผู้ผลิตผลิตขายจนกระทั่ง ราคาส่วนเหลื่อม Marginal price : $P(q)$ เท่ากับต้นทุนส่วนเหลื่อมของการผลิต Marginal cost : $C'(q)$ พอดี และการผลิตจะต้องเกิดขึ้นในช่วงที่

$$P'(q) < C''(q)$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของราคา มีค่าน้อยกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของต้นทุนส่วนเหลื่อม หรือในช่วงที่ ความชันของเส้นการเสนอซื้อ มีค่าน้อยกว่าความชันของเส้นต้นทุนส่วนเหลื่อม

ตัวอย่าง ๘.๕ ราคาเลือกปฏิบัติระดับที่หนึ่ง

ผู้ผลิตผู้หนึ่งผลิตสินค้าไว้เพื่อขายแก่ลูกค้าซึ่งมีลักษณะการเสนอซื้อ (demand) เป็น

$$P = 100 - 4q$$

ถ้าหากว่าต้นทุนการผลิต คือ $C = 50 + 20q$

อยากทราบว่า :

ก) เขาจะได้กำไรอย่างสูงที่สุดจากการขายผูกขาดเท่าไร

ข) ถ้าเขาปฏิบัติการขายด้วยราคาที่เลือกปฏิบัติแบบสมบูรณ์ เขาจะได้กำไรสูงสุดเท่าไร

วิธีทำ

ก) **การผูกขาด**

๑) แบบสมการเป้าหมาย

$$\text{Maximize} \quad \Pi = R - C$$

$$= P.q - c$$

$$= (100 - 4q)q - (50 + 20q)$$

$$= -4q^2 + 80q - 50$$

๒) พิจารณาค่าวิกฤต

First - Order Condition : หาค่าอนุพันธ์มุ่งต่อ q ในสมการเป้าหมายและเทียบค่าให้เท่ากับศูนย์

$$\frac{d\Pi}{dq} = \Pi_q = -8q + 80 = 0$$

$$\therefore \quad q = 10$$

๓) ทดสอบเพื่อยืนยันค่าวิกฤต

Second - Order Condition : **พิจารณา** Hessian Determinant

ในที่นี้มี Hessian Determinant **ที่ต้องทดสอบ** $n - m = 1 - 0 = 1$

$$|H_1| = \Pi_{qq}$$

$$= -8 < 0$$

Hessian Determinant ที่ได้เป็นไปตามเงื่อนไขการหาค่าสูงสุด ซึ่งแสดงว่า ถ้าผู้ผลิตผลิตสินค้าขายทั้งหมด ๑๐ หน่วยสินค้า และขายในราคาหน่วยละ

$$P = 100 - 4q$$
$$= 100 - 4(10)$$
$$= 60 \quad \text{หน่วยเงินตรา}$$

เขาก็จะได้กำไรที่สูงที่สุดเท่ากับ

$$\pi = -4q^2 + 80q - 50$$
$$= -4(10)^2 + 80(10) - 50$$
$$= 350 \quad \text{หน่วยเงินตรา}$$

ข) ขายด้วยราคาเลือกปฏิบัติแบบสมบูรณ์

๑) แบบสมการ

Maximize $\Pi = R - C$

$$= \int_0^q P(q)\, dq - C(q)$$
$$= \int_0^q (100 - 4q)\, dq - (50 + 20q)$$
$$= 100q - 2q^2 - 50 - 20q$$

๒) พิจารณาค่าวิกฤต

First - Order Condition : หาค่าอนุพันธ์มุ่งต่อ q แล้วเทียบให้เท่ากับศูนย์

$$\Pi_q = 100 - 4q - 20 = 0$$

$$\therefore \quad q = 20$$

๓) ทดสอบเพื่อยืนยันค่าวิกฤต

Second - Order Condition : พิจารณา Hessian Determinant ซึ่งต้องพิจารณา

ทดสอบทั้งหมด n - m = 1-o = 1 ชุด คือ

$$\Pi_{qq} = -4 < 0$$

Hessian Determinant ที่พิจารณาเป็นไปตามเงื่อนไขของการหาค่าสูงสุด แสดงว่า ผู้ผลิตจะได้กำไรสูงสุดเมื่อผลิตสินค้าขายทั้งหมด ๒๐ หน่วยสินค้า

โดยมีราคาส่วนเหลื่อมเป็น:

$$P = 100 - 4q$$

$$= 100 - 4(20)$$

$$= 20$$

กำไรรวมสูงสุดเป็น:

$$\Pi = \int_o^q (100 - 4q).\, dq - (50 + 20q)$$

$$= \int_o^{20} 100dq - 4q.dq - 50 - 20q$$

$$= 100(q) - 2q^2 \Big]_o^{20} - 50 - 20q$$

$$= 100(20) - 2(20)^2 - 50 - 20(20)$$

$$= 750 \quad \text{หน่วยเงินตรา}$$

ตอบ

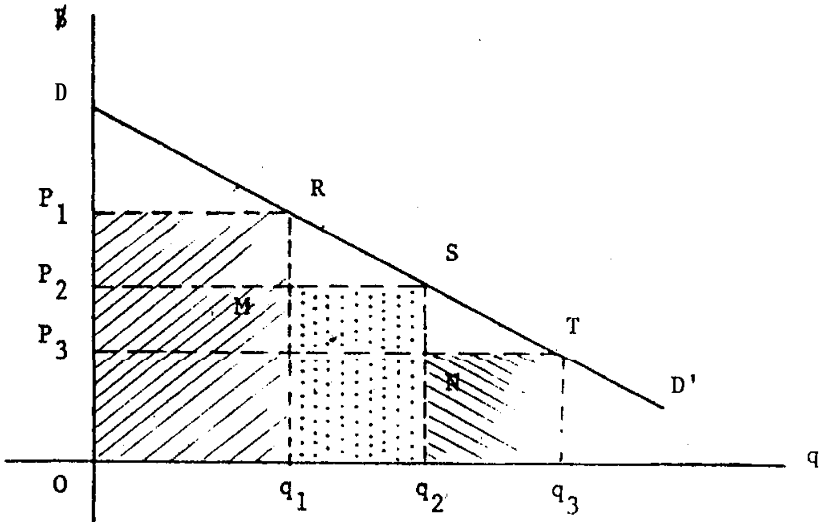
๔.๒ ราคาเลือกปฏิบัติระดับที่สอง

(Second-Degree Price Descrimination)

ในกรณีที่ผู้ซื้อมีเป็นจำนวนมาก (Many buyers) ผู้ขายผูกขาดย่อมไม่สามารถจะทราบได้ว่าลูกค้าแต่ละรายจะสมยอมซื้อสินค้าแต่ละหน่วยด้วยราคาสูงที่สุดเท่าไร หรือถึงแม้จะพยายามก็คงต้องเสียค่าใช้จ่ายมากเกินกว่าประโยชน์ที่จะได้รับ ดังนั้นการที่ผู้ขายผูกขาดจะลดทอนส่วนเกินของผู้บริโภคแต่ละรายให้มาเป็นส่วนรายได้ของเขาทั้งหมดก็ย่อมทำไม่ได้ นอกเสียจากว่าลูกค้าบางรายจะมีความต้องการสินค้านั้นอย่างยิ่งยวด และมีรายได้สูงมากเท่านั้น

ดังนี้แล้วความพยายามที่จะลดทอนส่วนเกินของผู้บริโภค โดยผู้ขายผูกขาดก็จะอาศัยความแตกต่างของรสนิยมและรายได้ของผู้บริโภคเป็นหลักเกณฑ์นั่นเอง กล่าวคือ ผู้ผลิตขายผูกขาดจะเรียกราคาขายสินค้าในระดับใดระดับหนึ่ง สำหรับผู้ซื้อทุก ๆ คนที่ซื้อสินค้าในจำนวนหนึ่ง และจะเรียกคิดราคาสินค้าอีกระดับหนึ่ง สำหรับการซื้อในจำนวนต่อมา นั่นคือการเรียกคิดราคาของผู้ขายผูกขาดขึ้นอยู่กับจำนวนการซื้อของผู้บริโภคนั่นเอง และปกติแล้วถ้าซื้อในปริมาณจำนวนมากก็ขายถูกลง (ราคาเฉลี่ยต่อหน่วยถูกกว่าซื้อในจำนวนน้อย)

โดยเรขาคณิต:



พิจารณาจากรูป

DD' คือเส้นการเสนอซื้อของผู้บริโภค ซึ่งผู้ขายผูกขาดจะขายสินค้าจำนวน q_1 หน่วยด้วยราคาหน่วยละ P_1 หน่วยเงินตรา จำนวนต่อมา q_1q_2 หน่วยสินค้าด้วยราคาหน่วยละ P_2 หน่วยเงินตรา และจำนวนต่อมา q_2q_3 หน่วยสินค้าด้วยราคา P_3 หน่วยเงินตรา ดังนั้นรายได้ทั้งหมดของผู้ขายผูกขาดเมื่อขายทั้งหมด q_3 หน่วย ก็คือ พื้นที่รวมของ $OP_1Rq_1 + q_1MSq_2 + q_2NTq_3$

อนึ่งจะเห็นได้ว่า รายได้รวมของผู้ขายผูกขาดในกรณีการเลือกปฏิบัติทางราคาระดับที่สองนี้ น้อยกว่า รายได้รวมของการเลือกปฏิบัติทางราคาแบบสมบูรณ์ ซึ่งได้รายได้รวมทั้งหมดเท่ากับพื้นที่ใต้เส้นการเสนอซื้อทั้งหมดเท่ากับ $ODTq_3$ แต่อย่างไรก็ตามก็ยังดีเสียกว่าไม่มีการเลือกปฏิบัติทางราคาเสียเลย เพราะเมื่อไม่มีการเลือกปฏิบัติทางราคาเลย ผู้ขายผูกขาดจะได้รายได้รวมเพียง OP_3Tq_3 เท่านั้นเอง

ตัวอย่าง ของสินค้าซึ่งมักพบบ่อย ๆ ในกรณีการเลือกปฏิบัติทางราคาระดับสองนี้ได้แก่ บริการทางสาธารณูปโภค (Public Utilities) เช่น ไฟฟ้า น้ำประปา โทรศัพท์ เป็นต้น

๔.๓ ราคาเลือกปฏิบัติระดับที่สาม

(Third-Degree Price Discrimination)

ดังได้กล่าวมาแล้วว่า ถ้าผู้บริโภคมีเป็นจำนวนมากจนทำให้ผู้ขายผูกขาดไม่สามารถทราบพฤติกรรมของผู้บริโภคแต่ละรายได้ ผู้ขายผูกขาดก็อาจจะตั้งราคาเลือกปฏิบัติระดับที่สองได้ อย่างไรก็ตามถึงแม้ว่าผู้ผลิตขายผูกขาดไม่สามารถทราบพฤติกรรมของผู้บริโภคแต่ละราย แต่ถ้าหากสามารถแบ่งแยกผู้บริโภคออกเป็นกลุ่ม ๆ ได้ และทราบว่าแต่ละกลุ่มมีพฤติกรรมซึ่งแสดงโดยการเสนอซื้อ (demand) ภายในกลุ่มเหมือนกัน และพฤติกรรมนี้จะต่างกันระหว่างกลุ่มแล้วละก็ผู้ขายผูกขาดก็จะสามารถทำการเลือกปฏิบัติทางราคาระหว่างกลุ่มได้

กล่าวคือ :ขายสินค้าชนิดเดียวกันด้วยราคาต่างกันสำหรับผู้บริโภคต่างกลุ่มกัน แต่ขายสินค้านี้ด้วยราคาเท่า ๆ กัน แก่ผู้บริโภคทุกรายที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน ซึ่งการเลือกปฏิบัติทางราคาชนิดนี้ เราเรียกว่า "ราคาเลือกปฏิบัติระดับที่สาม" (Third - degree Price Discrimination)

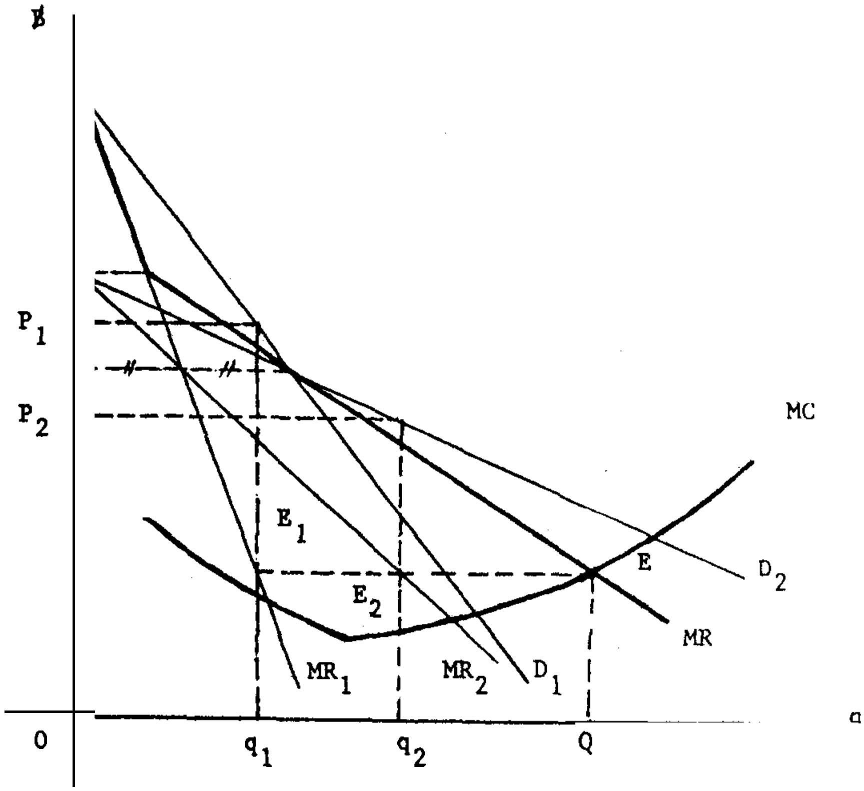
นิยาม : ราคาเลือกปฏิบัติระดับที่สาม หมายถึงการขายสินค้าของผู้ขายผูกขาดแก่ผู้บริโภคซึ่งถูกแบ่งออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยขายสินค้าด้วย ราคาเดียวกันสำหรับผู้บริโภคทุกรายที่อยู่ในกลุ่มเดียวกัน แต่จะขายสินค้านี้ด้วยราคาต่างกัน สำหรับผู้บริโภคที่อยู่ต่างกลุ่มกัน และการเลือกปฏิบัติทางราคาระดับที่สามนี้จะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อ

๑) ผู้บริโภคแต่ละกลุ่ม ซึ่งต่อไปนี้ จะเรียกว่า "ตลาด" จะต้องไม่สามารถซื้อสินค้าจากตลาดหนึ่งซึ่งมีราคาถูกกว่าไปขายในอีกตลาดหนึ่ง ซึ่งมีราคาสูงกว่า เพราะมิฉะนั้นแล้วราคาในตลาดทุกตลาดก็จะปรับตัวจนสินค้ามีราคาเท่ากันหมด หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ ทุก ๆ ตลาดจะต้องแยกจากกันโดยเด็ดขาด (Perfect Separated Market)

๒) ผู้บริโภคแต่ละกลุ่มหรือแต่ละตลาดจะต้องมีการเสนอซื้อ (demand) ในลักษณะต่างกัน กล่าวคือ แต่ละตลาดจะต้องมีความยืดหยุ่นทางการเสนอซื้อ (price elasticity of demand) ต่างกัน เพราะถ้าหากว่าทุกตลาดมีความยืดหยุ่นเท่ากันแล้วการเลือกปฏิบัติทางราคาก็เป็นไปไม่ได้ เพราะทุก ๆ ตลาดก็จะคือตลาดเดียวกันนั่นเอง

๓) ต้นทุนการผลิตโดยเฉลี่ยต่อหน่วยของสินค้า ที่ผู้ขายผูกขาดจะขายแก่ทุก ๆ ตลาดจะต้องเท่ากันหมด มิฉะนั้นการขายราคาที่ต่างกันในแต่ละตลาดก็มิใช่การเลือกปฏิบัติทางราคาแต่อย่างใด (เพราะต้นทุนสินค้าต่างกัน)

โดยเรขาคณิต :



พิจารณาจากรูป :

สมมุติว่า ผู้ขายผูกขาดสามารถแบ่งแยกผู้บริโภคออกเป็น ๒ กลุ่ม หรือ ๒ ตลาด ซึ่งแต่ละตลาดมีการเสนอซื้อแสดงโดยเส้น D_1 และ D_2 ตามลำดับ

ดุลยภาพของผู้ขายผูกขาด จะอยู่ที่ ต้นทุนส่วนเหลื่อม (MC) ของการผลิตเท่ากับรายได้ส่วนเหลื่อมรวม (MR) ของทั้งสองตลาด และปริมาณการผลิตรวมทั้งหมดเท่ากับ Q หน่วยสินค้า โดยที่ดุลยภาพของแต่ละตลาดคือ

ตลาดที่ ๑ : $MC = MR_1$: ขายด้วยราคา P_1 ในจำนวน q_1 หน่วยสินค้า

ตลาดที่ ๒ : $MC = MR_2$: ขายด้วยราคา P_2 ในจำนวน q_2 หน่วยสินค้า

สรุป :

$$MR = MR_1 + MR_2$$

$$Q = q_1 + q_2$$

ดุลยภาพของผู้ขายผูกขาด :

$$MC = MR$$

ดุลยภาพอยู่ ณ จุด E ปริมาณการผลิต Q

ดุลยภาพของแต่ละตลาด (ตลาดย่อย) :

ตลาดที่ ๑ : $MC = MR_1$

ดุลยภาพอยู่ ณ จุด E_1 ปริมาณการผลิต q_1 ราคา P_1

ตลาดที่ ๒ : $MC = MR_2$

ดุลยภาพอยู่ ณ จุด E_2 ปริมาณการผลิต q_2 ราคา P_2

โดยคณิตศาสตร์

ดังได้ทราบแล้วว่าผู้ผลิตผูกขาดสามารถจะเลือกปฏิบัติทางราคาระดับที่สามได้โดยแบ่งผู้บริโภคออกเป็นกลุ่ม ๆ (ตลาด) ในที่นี้สมมุติว่า ตลาดสินค้านี้ถูกแบ่งย่อยออกทั้งหมด n ตลาด ซึ่งแต่ละตลาดมีการเสนอซื้อต่างกัน (ความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อในแต่ละตลาดต่างกัน)

ดังนั้นรายได้รวมของผู้ผลิตผูกขาดนี้ก็คือ ผลรวมของรายได้จากแต่ละตลาดย่อย ทั้งหมด n ตลาดนั้นรวมกัน

$$R = R_1(q_1) + R_2(q_2) + R_3(q_3) + - - - - + R_n(q_n)$$

โดยที่ q_i คือปริมาณการผลิต เพื่อขายในตลาดที่ i และต้นทุนการผลิต คือ

$$C = C(Q)$$

โดยที่ $Q = q_1 + q_2 + q_3 + --- + q_n$

เช่นนี้แล้ว กำไรจากการผลิตรวมของผู้ผลิตผูกขาดก็คือ

๑) สมการเป้าหมาย

$$\text{Maximize } \Pi = R - C$$

$$= R_1(q_1) + R_2(q_2) + R_3(q_3) + --- + R_n(q_n) - C(Q)$$

ในการผลิตนี้ ผู้ผลิตขายผูกขาดต้องการกำไรสูงสุดจากการเลือกปฏิบัติทางราคา ดังนั้นจะหาค่าวิกฤตของตัวแปร $(q_1, q_2, q_3, ---, q_n)$ ที่จะนำมาซึ่งค่าสูงสุดของเป้าหมาย (กำไร)

๒) พิจารณาค่าวิกฤตของตัวแปร

First - Order Condition : หาอนุพันธ์บางส่วนมุ่งต่อตัวแปรทั้งหมด $q_1, q_2, q_3, --, q_n$ ในสมการเป้าหมาย และเทียบค่าให้เท่ากับศูนย์ เพื่อหาค่าวิกฤตของตัวแปร

$$\frac{\partial \Pi}{\partial q_1} = \Pi_1 = \frac{\partial\{R_1(q_1)\}}{\partial q_1} - \frac{\partial\{C(Q)\}}{\partial q_1}$$

$$= \frac{\partial\{R_1(q_1)\}}{\partial q_1} - \frac{\partial\{C(Q)\}}{\partial Q} \cdot \frac{\partial Q}{\partial q_1} \quad : \text{(chain Rule)}$$

สัญญลักษณ์

$$\Pi_1 = R_1'(q_1) - C'(Q) = 0 \quad \text{--------- (1)}$$

$$\Pi_2 = R_2'(q_2) - C'(Q) = 0 \quad \text{------- (2)}$$

$$\Pi_3 = R_3'(q_3) - C'(Q) = 0 \quad \text{------ (3)}$$

-- --- ------------------------------------

$$\Pi_n = R_n'(q_n) - C'(Q) = 0 \quad \text{-------- (n)}$$

โดยสรุป จะได้ค่าวิกฤตเป็น

$$R_i'(q_i) = C'(Q)$$

หรือ $$R_1'(q_1) = R_2'(q_2) = R_3'(q_3) = \ldots = R_n'(q_n) = C'(Q)$$

หมายความว่า ผู้ผลิตผูกขาดโดยเลือกปฏิบัติทางราคา จะได้กำไรจากการผลิตรวมสูงสุดก็ต่อเมื่อ เขาผลิตสินค้าไว้เพื่อขายสำหรับตลาดย่อยแต่ละตลาดจนกระทั่ง รายได้ส่วนเหลื่อมของทุก ๆ ตลาด $\{MR_i : R_i'(q_i)\}$ เท่ากันหมดและเท่ากับต้นทุนส่วนเหลื่อม $\{MC : C'(Q)\}$ ของการผลิตพอดี

ค) ทดสอบเพื่อยืนยันค่าวิกฤต

Second - Order Condition :โดยการพิจารณา Hessian Determinant

ค่าวิกฤตจะได้รับการยืนยันอย่างเพียงพอว่าเป้าหมายจะมีค่าสูงสุดก็ต่อเมื่อ Hessian Determinant ชุดที่ i ใด ๆ จะต้องมีเครื่องหมาย $(-1)^{m+i}$ ซึ่ง Hessian Determinant ชุดที่ i ใด ๆ ในกรณีนี้ (m = 0) คือ

$$|H_i| = \begin{vmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} & \cdots & \Pi_{1i} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} & \cdots & \Pi_{2i} \\ \vdots & & & \vdots \\ \Pi_{i1} & \Pi_{i2} & \cdots & \Pi_{ii} \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} R_1''(q_1) - c'' & -c'' & \cdots & -c'' \\ -c'' & R_2''(q_2) - c'' & \cdots & -c'' \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -c'' & -c'' & \cdots & R_i''(q_i) - c'' \end{vmatrix}$$

โดยที่ :

$c'' = c''(0)$

การที่ $|\bar{H}_{m+i}|$ จะต้องมีเครื่องหมาย $(-1)^{m+i}$

โดยที่ ~~m~~ คือ จำนวนสมการเงื่อนไข แต่ในที่นี้ $m = 0$

ดังนั้น $|H_i|$ จะต้องมีเครื่องหมาย $(-1)^i$ จึงจะยืนยันได้ว่าค่าวิกฤตนั้นจะนำมาซึ่งค่าสูงสุดของเป้าหมาย

ขยายความ :

$|H_i|$ มีเครื่องหมาย $(-1)^i$

หรือ $|H_1| < 0$

$|H_2| > 0$

$|H_3| < 0$

$\vdots$

และสลับกันไป

พิจารณา Hessian Determinant ชุดที่หนึ่ง

จาก $|H_1| < 0$

หรือ $\Pi_{11} < 0$

นั่นคือ $R_1''(q_1) - c'' < 0$

ดังนั้น $R_1''(q_1) < C''$

หมายความว่า การผลิตจะต้องเกิดขึ้นในช่วงที่ อัตราการเปลี่ยนแปลงของรายได้ส่วนเหลื่อมของสินค้าในตลาดที่หนึ่ง $\{ R_1'' : \frac{\partial MR_1}{\partial q_1} \}$ มีค่าน้อยกว่า อัตราการเปลี่ยนแปลงของต้นทุนส่วนเหลื่อม $\{ C'' ; \frac{dMC}{dQ} \}$ ของการผลิตทั้งหมด

Hessian Determinant ชุดที่สอง

หรือ $|H_2| > 0$

$$\begin{vmatrix} \Pi_{11} & \Pi_{12} \\ \Pi_{21} & \Pi_{22} \end{vmatrix} > 0$$

หรือ $$\begin{vmatrix} R_1''(q_1) - c'' & - c'' \\ - c'' & R_2''(q_2) - c'' \end{vmatrix} > 0$$

$$\{ R_1''(q_1) - c'' \} \{ R_2''(q_2) - c'' \} - (c'')^2 > 0$$

แต่ $(C'')^2 > 0$ เสมอไม่ว่า C'' จะมากกว่าหรือน้อยกว่าศูนย์

ดังนั้น $\{R_1''(q_1) - C''\}\{R_2''(q_2) - C''\} - (C'')^2 > 0$ จะเป็นไปได้ก็ต่อเมื่อ

$$\{R_1''(q_1) - C''\}\{R_2''(q_2) - C''\} > (C'')^2$$

และ $\{R_1''(q_1) - C''\}\{R_2''(q_2) - C''\} > 0$ (เป็นบวก) ด้วย

แต่จาก $|H_1|$ พบว่า $R_1''(q_1) - C'' < 0$

ดังนั้น $\{R_1''(q_1) - C''\}\{R_2''(q_2) - C''\} > 0$ จะเป็นไปได้ก็ต่อ do

$\{R_1''(q_1) - C''\}$ และ $\{R_2''(q_2) - C''\}$ มีเครื่องหมาย เหมือนกัน ซึ่งในที่นี้

$\{R_1''(q_1) - C''\} < 0$

เช่นนี้แล้ว $R_2''(q_2) - C'' < 0$ ด้วย

หรือ $R_2''(q_2) < C''$

ซึ่งหมายความว่า การผลิตจะต้องเกิดขึ้นในช่วงที่อัตราการเปลี่ยนแปลงรายได้ส่วนเหลือมของสินค้าที่ขายในตลาดที่สอง (R_2'' ; $\frac{\partial MR_2}{\partial q_2}$) มีค่าน้อยกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงต้นทุนส่วนเหลือม (C'' : $\frac{dMC}{dQ}$) ของการผลิตทั้งหมด

ในทำนองเดียวกัน สำหรับ Hessian Determinant ชุดที่ i ใด ๆ จะต้องมีเครื่องหมาย $(-1)^i$ ก็จะหมายความว่า การผลิตสินค้านี้จะต้องเกิดขึ้นในช่วงที่ อัตราการเปลี่ยนแปลงของรายได้ส่วนเหลือมของสินค้าที่ขายในทุก ๆ ตลาด (R_i'') มีค่าน้อยกว่า อัตราการ

เปลี่ยนแปลงของต้นทุนการผลิตทั้งหมด (C'') : $R_i''(q_i) < C''$

เช่นนี้แล้ว จะสามารถสรุปได้ว่า ผู้ผลิตขายผูกขาดจะได้กำไรสูงสุดจากการเลือกปฏิบัติทางราคาก็ต่อเมื่อ ได้จัดสรรการผลิตจนกระทั่ง

$$R_1'(q_1) = R_2'(q_2) = R_3'(q_3) = \ldots = R_n'(q_n) = C'(Q)$$

หรือ $$MR_1 = MR_2 = MR_3 = \cdots = MR_n = MC$$

ผลิตสินค้าไว้เพื่อขายสำหรับตลาดย่อยแต่ละตลาด จนกระทั่งรายได้ส่วนเหลื่อมของทุกตลาดเท่ากันหมด และเท่ากับต้นทุนส่วนเหลื่อมพอดี

และการผลิตจะต้องเกิดขึ้นในช่วงที่

$$R_i''(q_i) < C''$$

อัตราการเปลี่ยนแปลงของรายได้ส่วนเหลื่อมของแต่ละตลาดมีค่าน้อยกว่าอัตราการเปลี่ยนแปลงของ ต้นทุนส่วนเหลื่อมของการผลิตทั้งหมด หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือต้องเป็นช่วงที่ ความชันของรายได้ส่วนเหลื่อมของสินค้าที่ขายในแต่ละตลาด ($R_2'' = \frac{\partial MR_i}{q_i}$) มีค่าน้อยกว่าความชันของเส้นต้นทุนส่วนเหลื่อมของการผลิตทั้งหมด ($C'' : \frac{dMC}{dQ}$)

อนึ่ง จากข้อสรุปหลักเกณฑ์การผลิตเมื่อตั้งราคาเลือกปฏิบัติที่ว่า ผู้ผลิตขายผูกขาดจะได้กำไรสูงสุดเมื่อผลิตจนกระทั่ง

$$MR_1 = MR_2 = MR_3 = \cdots = MR_n = MC$$

นั่นย่อมหมายความว่า ถ้า MR ของแต่ละตลาดไม่เท่ากัน ผู้ผลิตก็ยังไม่ได้กำไรสูงที่สุด แต่ก็จะสามารถเพิ่มผลกำไรให้สูงที่สุดได้โดยเปลี่ยนแปลงจัดสรรปริมาณการขายในแต่ละตลาดเสียใหม่ โดยการลดปริมาณการขายของตลาดซึ่งมี MR มาก และไปเพิ่มปริมาณการขายในตลาดที่มี MR ต่ำกว่าแทน ซึ่งการจัดสรรปริมาณการขายใหม่นี้จะไม่ทำให้ต้นทุนการผลิตเปลี่ยนแปลงแต่อย่างใด (ต้นทุนการผลิตต่อหน่วยของสินค้าที่ขายในแต่ละตลาดเท่ากันหมด)

นอกจากนี้การที่ MR ของแต่ละตลาดจะต้องเท่ากันนั้นก็มิได้หมายความว่า ราคาขายในแต่ละตลาดจะต้องเท่ากันด้วย หากแต่มีความหมายโดยนัยว่า สินค้าในตลาดที่มีความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อสูง จะมีราคาถูกกว่าสินค้าในตลาดที่มีความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อต่ำ นั่นคือตลาดใดที่มีความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อสูงผู้ขายผูกขาดก็จะขายสินค้าในราคาที่ถูกกว่าตลาดซึ่งมีความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อต่ำ ซึ่งสามารถแสดงโดยรูปทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

จาก รายได้ของแต่ละตลาด (ตลาดที่ i) คือ :

$$R_i(q_i) = P_i q_i \quad \{ \text{โดยที่ : } P_i = P_i(q_i) \}$$

ดังนั้น

$$R_i'(q_i) = \frac{dR_i}{dq_i} = MR_i$$

$$= P_i \frac{dq_i}{dq_i} + q_i \frac{dP_i}{dq_i}$$

$$= P_i \{ 1 + \frac{q_i}{P_i} \cdot \frac{dP_i}{dq_i} \}$$

$$= P_i \{ 1 + \frac{1}{Ed_i} \} \qquad : (Ed_i = \frac{dq_i}{dP_i} \cdot \frac{P_i}{q_i})$$

หรือ

$$= P_i \{ 1 - \frac{1}{|Ed_i|} \} \qquad : (Ed_i < 0)$$

โดยที่ Ed_i คือ ความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อของตลาดที่ i

(point elasticity of demand in tbe i^{th} - market)

นั่นคือ

$$MR_i = P_i \{ 1 - \frac{1}{Ed_i} \}$$

จากกฎเกณฑ์การเลือกปฏิบัติทางราคาระดับที่สามผู้ผลิตขายผูกขาดจะได้กำไรสูงสุดเมื่อ

$$MR_1 = MR_2 = MR_3 = \cdots = MR_n = MC$$

หรือ $$P_1\{1 - \frac{1}{|Ed_1|}\} = P_2\{1 - \frac{1}{|Ed_2|}\} = P_3\{1 - \frac{1}{|Ed_3|}\} = \cdots = P_n\{1 - \frac{1}{|Ed_n|}\} = MC$$

ซึ่งจะเห็นว่า ถ้าตลาดใดมีค่าของ Ed_i (โดยไม่คิดเครื่องหมาย) ต่ำกว่าตลาดอื่น ราคาของสินค้า (P_i) ก็จะต้องสูง และตลาดใดที่มีค่า Ed_j สูงกว่าตลาดอื่น ราคาขาย(P_j) ก็จะต่ำ แต่ถ้าตลาดใดมี Ed_s เท่ากัน ราคาขายก็จะเท่ากันด้วย

ขยายความ: พิจารณาเปรียบเทียบระหว่าง ตลาดที่ i และตลาดที่ j

ดุลยภาพ : $MR_i = MR_j$

$$P_i\{1 - \frac{1}{Ed_i}\} = P_j\{1 - \frac{1}{Ed_j}\}$$

$$\frac{P_i}{P_j} = \frac{\{1 - \frac{1}{Ed_j}\}}{\{1 - \frac{1}{Ed_i}\}}$$

ถ้า $|Ed_j| > |Ed_i|$:

แล้วจะได้ $$\frac{P_i}{P_j} = \frac{\{1 - \frac{1}{Ed_j}\}}{\{1 - \frac{1}{Ed_i}\}} > 1$$

นั่นคือ $$\frac{P_i}{P_j} > 1$$

หรือ $P_i > P_j$ (เอา P_j คูณเข้าทั้งสองข้าง)

สรุป ถ้า $|Ed_j| > |Ed_i|$

และแล้ว $P_j < P_i$

นั่นคือ ตลาด j ซึ่งมีความยืดหยุ่นของการเสนอซื้อสูงกว่า ความยืดหยุ่นของตลาด i ราคาขายในตลาด j ก็จะต่ำกว่าราคาขายของตลาด i

ตัวอย่าง : ราคาเลือกปฏิบัติระดับที่สาม

ผู้ผลิตขายผูกขาดผู้หนึ่ง ต้องการที่จะขายผลิตผลอย่างหนึ่งของเขาโดยแบ่งสินค้านี้ไปขายในสองตลาดซึ่งแต่ละตลาดมีการเสนอซื้อ (demand) เป็น

$$P_1 = 80 - 5q_1$$

และ

$$P_2 = 180 - 20q_2$$

ถ้าหากว่าต้นทุนการผลิตรวมของเขา คือ

$$C = 100 + 200 \quad (\text{โดยที่ } Q = q_1 + q_2)$$

อยากทราบว่า :

ก) ถ้าเขาแบ่งสินค้าขายในสองตลาดที่มีการเสนอซื้อต่างกันดังกล่าวข้างต้น เขาจะต้องขายสินค้าในแต่ละตลาดเป็นปริมาณและราคาเท่าไร จึงจะได้กำไรสูงสุด

ข) ถ้าเขาต้องการขายสินค้าในตลาดทั้งสองด้วยราคาเดียวกัน หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือ เขาไม่คำนึงถึงว่าแต่ละตลาดจะมีการเสนอซื้อต่างกัน หากแต่คำนึงเพียงว่าการเสนอซื้อรวมทั้งสิ้นเป็นเท่าไรเท่านั้น แล้วเขาควรจะต้องผลิตสินค้านี้เพื่อขายทั้งหมดเท่าไร และราคาขายจะต้องเป็นเท่าไร เขาจึงได้กำไรมากที่สุด

วิธีทำ:

โจทย์กำหนด :

$$P_1 = 80 - 5q_1$$

$$P_2 = 180 - 20q_2$$

และ $$C = 100 + 20Q$$

ก) ผู้ผลิตผูกขาดเลือกปฏิบัติทางราคาระดับที่สามจะได้แบบสมการกำไรของผู้ผลิตเป็น

$$\Pi = R-C$$

$$= R_1(q_1) + R_2(q_2) - C(Q)$$

$$= P_1q_1 + P_2q_2 - C(Q)$$

ดังนั้น

๑) แบบสมการเป้าหมาย

Maximize $$\Pi = (80-5q_1)q_1 + (180-20q_2)q_2 - (100+20Q)$$

$$= 80q_1-5q_1^2 + 180q_2 - 20q_2^2 - 100 - 20(q_1+q_2)$$

$$= 60q_1 + 160q_2 - 5q_1^2 - 20q_2^2 - 100$$

๒) พิจารณาค่าวิกฤตของตัวแปร

First - Order Condition : หาค่าอนุพันธ์บางส่วน มุ่งต่อ q_1 และ q_2 ในแบบสมการเป้าหมายและเทียบค่าให้เท่ากับศูนย์