บทที่ 6

ทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมของผู้บริโภค

THE THEORY OF CONSUMER BEHAVIOR

บทที่ 6

ทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมของผู้บริโภค

(The Theory of Consumer Behavior)

1 กล่าวนำ (Introduction)

ทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมของผู้บริโภค เป็นทฤษฎีที่พยายามอธิบายว่า ถ้าผู้บริโภคมีรายได้สำหรับใช้จ่ายเพื่อซื้อสินค้าอยู่จำนวนหนึ่ง เขาจะเลือกซื้อ(บริโภค) สินค้า (หรือกลุ่มของสินค้า)อย่างไรจึงจะได้รับความพอใจสูงสุดและ เมื่อรายได้หรือราคาสินค้าเปลี่ยนแปลงไปจะมีผลต่อการบริโภคสินค้าของผู้บริโภคอย่างไร ฉะนั้นทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมของผู้บริโภคจึงมีความสำคัญในการอธิบายเบื้องหลังของเส้นอุปสงค์

เราทราบแล้วว่าทฤษฎีใด ๆ ก็ตามจำเป็นต้องมีข้อสมมติต่าง ๆ เสมอ และข้อสมมติต่าง ๆ นั้นมักจะกำหนดขึ้นให้ใกล้เคียงกับความเป็นจริงมากที่สุด สำหรับทฤษฎีเกี่ยวกับพฤติกรรมของผู้บริโภคนั้นข้อสมมติที่สำคัญคือ ผู้บริโภคเป็นผู้ที่มีเหตุผลสามารถเลือกบริโภคสินค้าต่าง ๆ (หรือกลุ่มของสินค้าต่าง ๆ) ที่ให้ความพอใจหรืออรรถประโยชน์แก่ตนมากที่สุดก่อนได้ เช่น มีสินค้าอยู่ 3 ชนิด คือ ก ข และ ค นำมาให้ผู้บริโภคคนหนึ่งเลือกบริโภค ถ้าผู้บริโภคเป็นผู้ที่มีเหตุผลเขาจะเลือกบริโภคสินค้าที่ให้อรรถประโยชน์แก่ตนสูงสุดก่อนได้ เช่น เขาอาจเลือกบริโภคสินค้า ก ก่อน แล้วจึงเลือกบริโภค ข และ ค ตามลำดับ แต่ถ้ากำหนดว่าผู้บริโภคนั้นสามารถเลือกบริโภคสินค้าได้เพียงชนิดเดียวจากสินค้า 3 ชนิดที่กำหนดให้ผู้บริโภคก็จะเลือกบริโภคสินค้า ก จึงเห็นได้ว่าในการเลือกบริโภคสินค้า ผู้บริโภคจะเลือกบริโภคสินค้าใดก่อนนั้นขึ้นอยู่กับชนิดของสินค้าที่มีให้ผู้บริโภคเลือกบริโภคว่ามีจำนวนมากน้อยเท่าใด

เนื่องจากผู้บริโภคเป็นผู้ที่มีเหตุผลและสามารถเลือกบริโภคสินค้าที่ให้อรรถประโยชน์หรือความพอใจแก่ตนมากที่สุดก่อนได้ กลุ่มนักเศรษฐศาสตร์ในศตวรรษที่ 19 (W.Stanley Jevons,Le'on Warlas และ Alfred Marshall) จึงมีความคิดว่าผู้บริโภคสามารถบอกได้ว่า สินค้า(หรือกลุ่มสินค้า) แต่ละชนิดมีอรรถประโยชน์กี่หน่วย นั่นคือ พวกเขาเชื่อว่าอรรถประโยชน์ของสินค้า(หรือกลุ่มของสินค้า) สามารถวัดได้เป็นหน่วยคล้าย ๆ กับน้ำหนักของสิ่งของ การวัดอรรถประโยชน์ของสินค้า(หรือกลุ่มของสินค้า) ตามแนวความคิดของนักเศรษฐศาสตร์กลุ่มนี้เราเรียกว่า การวัดแบบ "หน่วย"

(Cardinal Utility) เช่น ผู้บริโภคสามารถบอกได้ว่า สินค้า ก มีอรรถประโยชน์เท่ากับ 20 หน่วย สินค้า ข มีอรรถประโยชน์เท่ากับ 10 หน่วย และสินค้า ค มีอรรถประโยชน์เท่ากับ 5 หน่วย นอกจากนั้นเขายังบอกได้อีกว่าเขาชอบสินค้าอะไรเป็นกี่เท่าของสินค้าอะไรโดยการเปรียบเทียบหน่วยของอรรถประโยชน์ที่เขากำหนดให้แก่สินค้านั้น ๆ จากตัวอย่างข้างต้นเขาจะบอกได้ว่าเขาชอบสินค้า ก เป็น 4 เท่าของสินค้า ค และเป็น 2 เท่าของสินค้า ข เป็นต้น

ต่อมาในศตวรรษที่ 20 (1930's) มีนักเศรษฐศาสตร์ชาวอังกฤษสองคน คือ R.G.D. Allen และ J.R. Hicks ได้วิจารณ์ว่า ไม่มีความจำเป็นแต่ประการใดที่ต้องกำหนดอรรถประโยชน์ของสินค้า(หรือกลุ่มของสินค้า) ให้เป็นหน่วยที่แน่นอน เขาทั้งสองเชื่อว่า ผู้บริโภคสามารถจัดลำดับสินค้า (หรือกลุ่มของสินค้า) ที่กำหนดให้ได้ว่าเขาชอบสินค้า(หรือกลุ่มของสินค้า) อะไรมากที่สุด และสามารถจัดเรียงลำดับสินค้าที่ให้ความพอใจหรืออรรถประโยชน์สูงสุดแก่ตนและรอง ๆ ลงมาได้ การจัดลำดับของสินค้า(หรือกลุ่มของสินค้า) ตั้งแต่สินค้า (หรือกลุ่มของสินค้า) ที่ผู้บริโภคพอใจมากที่สุดลงมาตามลำดับจนถึงสินค้าที่ผู้บริโภคพอใจน้อยที่สุดนี้เรียกว่า การวัดอรรถประโยชน์แบบ "จัดลำดับ" (Ordinal Utility) จะเห็นได้ว่าการวัดอรรถประโยชน์ของสินค้า (หรือกลุ่มของสินค้า) แบบ Ordinal ให้ผลในการวิเคราะห์พฤติกรรมของผู้บริโภคได้เช่นเดียวกันกับวิธีวัดอรรถประโยชน์แบบ Cardinal คือ ผู้บริโภคสามารถเลือกบริโภคสินค้าที่ให้อรรถประโยชน์หรือความพอใจสูงสุดแก่ตนก่อนได้ แต่วิธีวัดแบบ Ordinal มีข้อสมมติที่เข้มงวดน้อยกว่าแบบ Cardinal คือไม่ต้องระบุหน่วยของอรรถประโยชน์ที่แน่นอนลงไป เพียงแต่จัดลำดับความพอใจที่สินค้าให้แก่ผู้บริโภคเท่านั้น เนื่องจากการวัดอรรถประโยชน์แบบ Ordinal นั้นง่ายต่อการวิเคราะห์พฤติกรรมของผู้บริโภค เพราะฉะนั้นในการวิเคราะห์ในบทนี้เราจะอาศัยการวัดอรรถประโยชน์แบบนี้เป็นพื้นฐาน

2 **ฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์** (The Utility Functions)

ฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ก็คือ รายละเอียดหรือข้อมูลที่บอกให้เราทราบว่าผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์หรือความพอใจจากการบริโภคสินค้าอะไรบ้าง เช่น

(1.1) $U = U(x,y)$

U หมายถึง ดัชนีอรรถประโยชน์ (utility index)

หมายถึง ปริมาณของสินค้า x

y หมายถึง ปริมาณของสินค้า y

จากฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ข้างบน บอกให้เราทราบว่าอรรถประโยชน์ (หรือความพอใจ) ที่ผู้บริโภคได้รับขึ้นอยู่กับปริมาณของสินค้า x และสินค้า y(Commodity combination of x and y) สำหรับดัชนีอรรถประโยชน์นั้นไม่จำเป็นต้องเป็นตัวเลขที่แน่นอนตายตัว (not unique) ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับการจัดลำดับของอรรถประโยชน์ของกลุ่มสินค้าที่เปิดโอกาสให้ผู้บริโภคเลือกบริโภค การเปลี่ยนแปลงของปริมาณของ x และหรือของ y ในทางที่เพิ่มขึ้นหรือลดลงจะทำให้เกิดฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ใหม่ขึ้น โดยทั่วไปแล้วถ้า U^{o} หมายถึงอรรถประโยชน์ระดับหนึ่งของสินค้ากลุ่มหนึ่ง (particular commodity combination) จะบอกให้เราทราบว่าอรรถประโยชน์ของสินค้ากลุ่มนั้นมีมากกว่าอรรถประโยชน์ของสินค้ากลุ่มอื่นที่มีปริมาณสินค้าน้อยกว่าและบอกให้ทราบว่าอรรถประโยชน์ของสินค้ากลุ่มนั้นมีน้อยกว่าอรรถ-ประโยชน์ของสินค้าอีกกลุ่มหนึ่งที่มีปริมาณสินค้ามากกว่า คุณสมบัติที่สำคัญของฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ คือต้องเป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่อง (continuous function) ซึ่งสามารถหา first-order และ second-order partial derivative ได้

ในการพิจารณากำหนดฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์นั้นเราต้องคำนึงถึงช่วงของระยะเวลาด้วย ถ้าช่วงของระยะเวลาสั้นเกินไปก็จะทำให้ผู้บริโภคไม่สามารถได้รับความพอใจจากการบริโภคสินค้าเท่าที่ควรจะเป็น และถ้าช่วงของระยะเวลายาวเกินไปก็อาจทำให้การพิจารณาอรรถประโยชน์ของผู้บริโภคผิดไปจากความเป็นจริงได้ เพราะในช่วงระยะเวลายาวนั้นรสนิยมของผู้บริโภคอาจเปลี่ยนไปได้ ฉะนั้นการกำหนดช่วงของระยะเวลาควรเป็นช่วงที่เหมาะสมสำหรับการวิเคราะห์เป็นกรณี ๆ ไป ฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ที่เราจะศึกษากันต่อไปนั้นจะเป็นการวิเคราะห์ในแง่ของสถิตยาศาสตร์ (static) เท่านั้น ฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์จะถูกพิจารณากำหนดขึ้นภายในช่วงเวลาที่เหมาะสมช่วงหนึ่ง มิได้มีการพิจารณาถึงอรรถประโยชน์ที่เกิดจากการเลื่อนการบริโภคจากช่วงเวลาหนึ่งไปยังอีกช่วงเวลาหนึ่ง

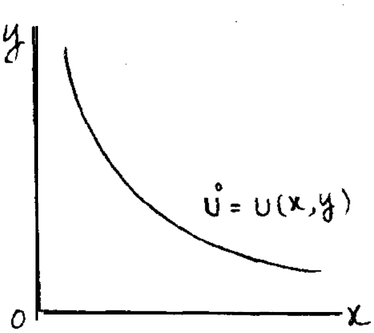
3 <u>เส้นความพอใจเท่ากัน</u> (Indifference Curve)

เนื่องจากกลุ่มของสินค้าหลายกลุ่ม (commodity combinations) อาจให้ความพอใจ

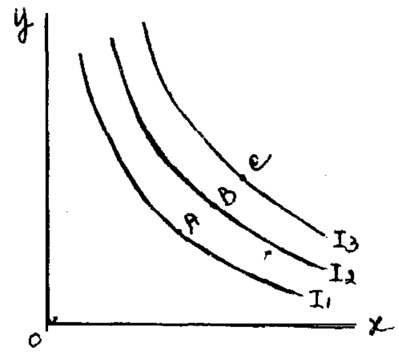
(หรืออรรถประโยชน์) ในระดับที่เท่ากันแก่ผู้บริโภคได้ ถ้าสมมติว่ากลุ่มของสินค้าประกอบไปด้วยสินค้าเพียงสองชนิด คือ x และ y เราสามารถเขียนฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ระดับหนึ่งที่ได้รับจากการบริโภคสินค้าสองชนิดนั้นได้ดังนี้

(1.2) $U^{o} = U(x,y)$

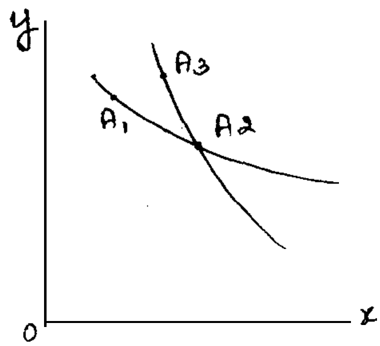
การที่อรรถประโยชน์จากการบริโภคสินค้าสามารถคงอยู่ ณ ระดับหนึ่งได้นั้น เนื่องจากเมื่อผู้บริโภคลดการบริโภคสินค้าชนิดหนึ่งลงไปแล้วบริโภคสินค้าอีกชนิดหนึ่งเพิ่มขึ้นจนทำให้อรรถประโยชน์ที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากบริโภคสินค้าเพิ่มสามารถไปทดแทนได้พอดีกับอรรถประโยชน์ที่ลดไปเนื่องจากการบริโภคสินค้าชนิดแรกลดลง เช่น กลุ่มสินค้า A (ซึ่งประกอบด้วยสินค้า x 3 หน่วย และสินค้า y 2 หน่วย) อาจมีอรรถประโยชน์เท่ากับอรรถประโยชน์ของกลุ่มสินค้า B (ซึ่งประกอบด้วยสินค้า x 2 หน่วย และสินค้า y 4 หน่วย) ได้ ถ้าอรรถประโยชน์ที่ลดไปเนื่องจากการบริโภค x ลดลง 1 หน่วย สามารถทดแทนได้พอดีด้วยอรรถประโยชน์ที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการบริโภค y เพิ่มขึ้น 2 หน่วย ในทำนองเดียวกันเราอาจสามารถหากลุ่มสินค้า C,D และอื่น ๆ ที่มีอรรถประโยชน์เท่ากับกลุ่มสินค้า A และ B ได้ (เพราะเราสมมติในตอนต้นแล้วว่าฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์เป็นฟังก์ชั่นต่อเนื่อง (Continuous function) เมื่อเราเอากลุ่มสินค้าต่าง ๆ ที่ให้อรรถประโยชน์แก่ผู้บริโภคเท่ากันมาเขียนลงบนกระดานกราฟเราจะได้โลกัสของจุด (locus) ซึ่งเป็นเส้นแสดงความพอใจเท่ากันหรืออรรถประโยชน์เท่ากัน ดังรูป 6.1



รูปที่ 6.1



รูปที่ 6.2



รูปที่ 6.3

ถ้าเราเขียนเส้นความพอใจเท่ากันที่มีระดับความพอใจต่างกันลงบนกราฟเดียวกันเราจะได้กลุ่มของเส้นความพอใจเท่ากัน ซึ่งเรียกว่า indifferrence map (ดูรูป 6.2) จากรูป 6.2 เส้น I_3 แสดงถึงระดับของความพอใจที่สูงสุดในบรรดาเส้นความพอใจทั้ง 3 เส้นนั้น I_2 แสดงถึงระดับความพอใจที่น้อยกว่า I_3 แต่มากกว่า I_1 I_1 แสดงถึงระดับความพอใจที่ต่ำที่สุดในบรรดาเส้นความพอใจเท่ากันทั้งสามเส้นนั้น ฉะนั้นจึงกล่าวได้ว่าเส้นความพอใจเท่ากันที่ยิ่งอยู่สูงขึ้นไปและเยื้องไปทางขวามือ (Northeast direction จึงยิ่งมีระดับความพอใจที่สูงขึ้น ด้วยเหตุนี้เองเส้นความพอใจเท่ากันจึงตัดกันไม่ได้ ซึ่งเราจะเห็นจริงได้ถ้าเราพิจารณารูป 6.3 ในการพิจารณารูป 6.3 สมมติให้ความพอใจที่ได้รับจากการบริโภคสินค้ากลุ่มA_1 เท่ากับ U_1 ความพอใจที่ได้รับจากการบริโภคสินค้ากลุ่ม A_2 เท่ากับ U_2 และความพอใจที่ได้รับจากการบริโภคสินค้ากลุ่ม A_3 เท่ากับ U_3 เนื่องจาก A_3 ประกอบด้วยปริมาณสินค้าทั้งสองชนิดมากกว่าสินค้ากลุ่ม A_1 เพราะฉะนั้น $U_3 > U_1$ แต่ A_3 อยู่บนเส้นความพอใจเดียวกันกับ A_2 เพราะฉะนั้น $U_3 = U_2$ และ A_2 อยู่บนเส้นความพอใจเส้นเดียวกันกับ A_1 เพราะฉะนั้น $U_2 = U_1$ ดังนั้นเราจึงสรุปได้ว่า $U_3 = U_1$ ซึ่งขัดกับความจริงข้างต้นที่ว่า $U_3 > U_1$ ฉะนั้นเส้นความพอใจเท่ากันจึงไม่อาจตัดกันได้

4 <u>อัตราการทดแทนกันของสินค้า</u> (The Rate of Commodity Substitution)

จากฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ $U = U(x,y)$ ถ้าเรา take total differential เข้ากับฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ เราจะได้ดังนี้

(1.3) $dU = U_x dx + U_y dy$

ซึ่ง U_x และ U_y คือ partial derivative ของ U มุ่งต่อ x และ y ตามลำดับ นั่นคือ U_x หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของอรรถประโยชน์ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของสินค้า x หนึ่งหน่วยและ U_y หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของอรรถประโยชน์ซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของสินค้า y หนึ่งหน่วย dU หมายถึงการเปลี่ยนของอรรถประโยชน์ทั้งหมดซึ่งเกิดขึ้นเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสินค้า x และ y dx หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของสินค้า x และ dy หมายถึงการเปลี่ยน

แปลงของสินค้า y ถ้าเราพิจารณาการเปลี่ยนแปลงของอรรถประโยชน์บนเส้นความพอใจเท่ากันเส้นเดียว เราจะพบว่าไม่ว่าปริมาณของสินค้า x และ y จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรจะไม่ทำให้อรรถประโยชน์รวมเปลี่ยนแปลง นั่นคือ $dU = 0$ เพราะฉะนั้น

$$U_x dx + U_y dy = 0$$

นั่นคือ

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-U_x}{U_y} \qquad (1.4)$$

$\frac{dy}{dx}$ คือ slope ของเส้นระดับความพอใจเท่ากันซึ่งมีค่าเป็นลบ (negative) นั่นคือเส้นความพอใจเท่ากันจะต้องทอดลงจากซ้ายมาขวา

ถ้าเราคูณตลอด (1.4) ด้วยเครื่องหมายลบ เราจะได้

$$-\frac{dy}{dx} = \frac{U_x}{U_y} \qquad (1.5)$$

ซึ่ง $-\frac{dy}{dx}$ คืออัตราการทดแทนของสินค้า (R.C.S) ฉะนั้นจึงพูดได้อีกอย่างหนึ่งว่า R.C.S. คือ negative of the slope of an indifference curve เนื่องจาก R.C.S. ณ จุดหนึ่งบนเส้นความพอใจเท่ากันจะมีค่าเท่ากันไม่ว่าจุดนั้นจะเคลื่อนไปหาแกนของสินค้า y หรือแกนของสินค้า x เพราะฉะนั้น $-\frac{dy}{dx}$ จึงแทนอัตราการทดแทนของสินค้า y ด้วยสินค้า x หรืออัตราการทดแทนของสินค้า x ด้วยสินค้า y

5 <u>อรรถประโยชน์สูงสุดของผู้บริโภค</u> (Utility Maximization)

เนื่องจากผู้บริโภคที่มีเหตุผลจะพยายามบริโภคทำให้ตนเองได้รับอรรถประโยชน์มากที่สุด แต่เนื่องจากงบประมาณสำหรับซื้อสินค้าของผู้บริโภคมีอยู่จำกัด เพราะฉะนั้นผู้บริโภคจึงต้องพยายามเลือกซื้อสินค้าให้ได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดด้วยงบประมาณอันจำกัดนั้น ถ้าฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์ของการบริโภคสินค้า x และสินค้า y คือ

$$U = U(x,y)$$

ซึ่ง marginal utility ของสินค้า x และ y เป็นบวก (U_x, $U_y > 0$) และถ้างบประมาณสำหรับซื้อสินค้าของผู้บริโภคเท่ากับ B ดังนั้นปัญหาที่จะต้องพิจารณาก็คือจะต้อง maximize $U = U(x,y)$ subject to $B = P_xX + P_yY$ โดยที่ P_x (ราคาของสินค้า x) และ Py (ราคาของสินค้า y) เป็น exogenous variable คือถูกกำหนดให้โดยอุปสงค์และอุปทานของตลาด ถ้าเราต้องการ maximize $U = U(x,y)$ subject to $B = P_xX + P_yY$ ด้วยวิธี Lagrange Multiplier เราสามารถเขียน augmented objective function ได้ดังนี้

$$Z = U(x,y) + \lambda(B - P_xX - P_yY)$$

ซึ่ง λ คือ Iagrange Multiplier

จาก augmented objective function เราสามารถเขียน first-order condition for **maximum** ได้ดังนี้

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = Z_x = U_x - \lambda P_x = 0 \qquad \dots\dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial y} = Z_y = U_y - \lambda P_y = 0 \qquad \dots\dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = Z_\lambda = B - P_xX - P_yY = 0 \qquad \dots\dots\dots\dots (3)$$

จาก(1) $\frac{U_x}{P_x} = \lambda$ และจาก (2) $\frac{U_y}{P_y} = \lambda$ เพราะฉะนั้น

$$\frac{U_x}{P_x} = \frac{U_y}{P_y} = \lambda \qquad (1.6)$$

ซึ่ง (1.6) ก็คือเงื่อนไข (**condition**) ที่ทำให้ผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด นั่นคือ ผู้บริโภคจะได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดก็ต่อเมื่อเขาพยายามจัดสรรงบประมาณในการซื้อสินค้าจนทำให้อัตราส่วนของ **marginal utility** ต่อราคาของสินค้าทุกชนิดเท่ากันและเท่ากับ **marginal utility money** (λ)

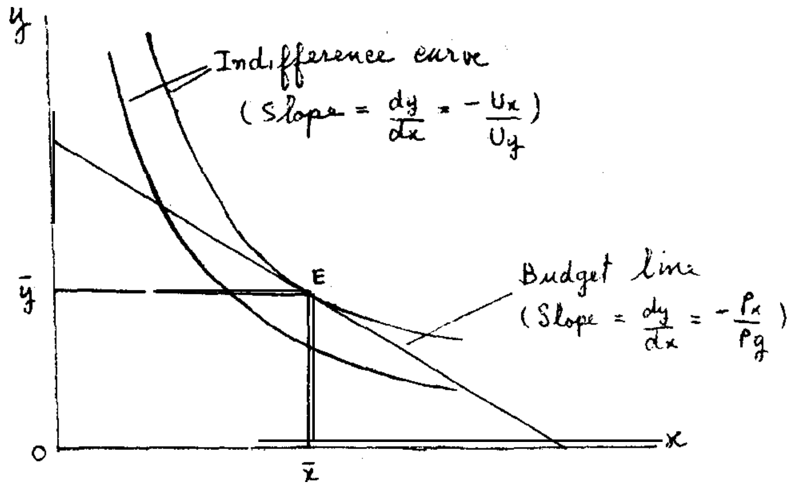
ถ้าเราเขียน (1.6) เสียใหม่ ดังนี้

$$(1.7) \qquad \frac{U_x}{U_y} = \frac{P_x}{P_y}$$

แล้วคูณตลอดด้วยเครื่องหมายลบ เราจะได้

$$(1.7)' \qquad -\frac{U_x}{U_y} = -\frac{P_x}{P_y}$$

จาก (1.4) เราทราบว่า $-\frac{U_x}{U_y}$ คือ slope ของเส้นความพอใจเท่ากัน ถ้าเราพิจารณา $-\frac{P_x}{P_y}$ เราจะพบว่า $-P_x/P_y$ ก็คือ slope ของเส้น budget line นั่นเอง 1/ ดังนั้นจึงสรุปได้ว่าผู้บริโภคจะได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดเมื่อ slope ของเส้น indifference curve เท่ากับ slope ของเส้น budget line จากรูป6.4 จุด E คือจุดที่ผู้บริโภคได้รับประโยชน์สูงสุด



รูป ที่ 6.4

สำหรับการพิจารณาในชั้น second-order condition นั้น ผู้บริโภคจะได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด ถ้า Bordered Hessian Determinant มีเครื่องหมายเป็นบวก นั่นคือ

1/ สมการ Budget line คือ $y = \frac{B}{P_Y} - \frac{P_x}{P_Y} X$ ซึ่ง $\frac{dy}{dx} = -\frac{P_x}{P_y}$

$$(1.8)\quad |\bar{H}| = \begin{vmatrix} 0 & -P_x & -P_y \\ -P_x & U_{xx} & U_{xy} \\ -P_y & U_{yx} & U_{yy} \end{vmatrix} = 2P_xP_yU_{xy} - P_y^2U_{xx} - P_x^2U_{yy} > 0$$

การที่ $|\bar{H}|$ เป็นบวกแสดงให้เราทราบว่าเส้น indifference curve ที่จุด E จะต้องโค้งเข้าหาจุด Origin (Convex to origin) ซึ่งเราสามารถแสดงให้เห็นจริงได้ดังนี้

เนื่องจาก slope ของ indifference curve คือ $\frac{dy}{dx}$ ($= -\frac{U_x}{U_y}$) ดังนั้นเส้น indifference curve จะโค้งเข้าหา origin ก็ต่อเมื่อ $d^2y/d^2x > 0$ ซึ่ง d^2y/dx^2 ได้จากการ differentiate $-\frac{U_x}{U_y}$ โดยมุ่งต่อ x (with respect to x) ในการ differentiate $-\frac{U_x}{U_y}$ นั้น เราจะต้องระลึกไว้ในใจว่า U_x และ U_y เป็นฟังก์ชั่นของ x และ y แต่บนเส้น indifference curve ใด ๆ y เป็นฟังก์ชั่น x ดังนั้น U_x และ U_y จึงเป็นฟังก์ชั่นของ x เพียงตัวเดียว ดังนั้น

$$(1.9)\qquad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(-\frac{U_x}{U_y}\right) = \frac{-1}{U_y^2}\left(U_y\frac{dU_x}{dx} - U_x\frac{dU_y}{dx}\right)$$

แต่เนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของ x นอกจากมีผลต่อ U_x และ U_y โดยตรงแล้วยังมีผลต่อ U_x และ U_y โดยอ้อมอีกด้วย โดยส่งผลของการเปลี่ยนแปลงผ่าน y เพราะฉะนั้น

$$(1.10)\qquad \frac{dU_x}{dx} = U_{xx} + U_{yx}\frac{dy}{dx} \quad \text{and} \quad \frac{dU_y}{dx} = U_{xy} + U_{yy}\frac{dy}{dx}$$

แต่ $\frac{dy}{dx}$ คือ slope ของเส้น indifference curve ซึ่งที่จุดE (จุดที่ผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด $\frac{dy}{dx} = -\frac{P_x}{P_y}$ ดังนั้นเราจึงสามารถเขียน (1.10) เสียใหม่ได้ ดังนี้

$$(1.10)'\qquad \frac{dU_x}{dx} = U_{xx} - U_{yx}\frac{P_x}{P_y} \quad \text{*and} \quad \frac{dU_y}{dx} = U_{xy} + U_{yy}\frac{P_x}{P_y}$$

แทนค่า (1.10) ลงใน (1.9) จะได้

$$(1.11) \quad \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{U_y^2}\left\{ U_y \left(U_{xx} - U_{yx}\frac{P_x}{P_y}\right) - U_x\left(U_{xy} - U_{yy}\frac{P_x}{P_Y}\right)\right.$$

จาก (1.7) เราได้ว่า

$$(1.12) \quad U_x = \frac{U_y P_x}{P_y}$$

เพราะฉะนั้นแทนค่า (1.12) ลงใน (1.11) จะได้ดังนี้

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{-1}{U_y^2}\left\{ U_y\left(U_{xx} - U_{yx}\frac{P_x}{P_y}\right) - \frac{U_y P_x}{P_y}\left(U_{xy} - U_{yy}\frac{P_x}{P_y}\right)\right\}$$

$$= \frac{1}{U_y}\left(-U_{xx} + U_{yx}\frac{P_x}{P_y} + U_{xy}\frac{P_x}{P_y} - U_{yy}\frac{P_x^2}{P_y^2}\right)$$

$$= \frac{1}{U_Y P_Y^2}\left(2P_x P_y U_{xy} - P_y^2 U_{xx} - P_x^2 U_{yy}\right)$$

$$= \frac{|\bar{H}|}{U_y P_y^2} > 0$$

เนื่องจาก U_y (marginal utility of y) เป็นบวก (> 0) เพราะฉะนั้นจึงสรุปได้ว่า ถ้าผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด ($|\bar{H}| > 0$) เส้น indifference curve ณ จุด E (ดูรูป 6.4) จะโค้งเข้าหาจุด Origin (Convex to origin)

6 ผลของรายได้และผลของการทดแทนของสินค้า (Income and Substitution Effects)

ใน section 6.5 เราได้วิเคราะห์แล้วว่าผู้บริโภคจะได้อรรถประโยชน์สูงสุดเมื่อมีเงื่อนไข (Condition) อย่างไร และถ้ากำหนดค่าของ Parameters ต่าง ๆ มาให้ เราจะสามารถหาได้ว่าปริมาณของสินค้า x และสินค้า y (ที่ทำให้ผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด) เป็นจำนวนเท่าใด ใน section นี้เราจะพิจารณาว่าการเปลี่ยนแปลงของงบประมาณสำหรับใช้จ่ายซื้อสินค้า (รายได้) และหรือ การเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้า (P_x, P_y) จะมีผลต่อการบริโภคสินค้า x และสินค้า y อย่างไร

ในตอนแรกขอให้เราพิจารณากรณีของการเปลี่ยนแปลงของรายได้ (B) เสียก่อนดังนี้ ถ้าสมมติว่า second-order condition ยืนยันว่าผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดจริง ($|\bar{H}_2|>0$) เราก็สามารถหาปริมาณของ x และ y ที่ดุลยภาพได้ ($\bar{x}$, $\bar{y}$) นั่นคือ เราสามารถเขียน first - order condition เสียใหม่ได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
& U_x \ (\bar{x},\bar{y}) - \bar{\lambda} P_x &= 0 \\
(1.13) \qquad & U_y \ (\bar{x},\bar{y}) - \bar{\lambda} P_y &= 0 \\
& B - \bar{x}P_x - \bar{y}P_y &= 0
\end{aligned}
$$

ขีดบนตัวอักษร x,y และ λ เป็นเพียงเครื่องหมายเตือนให้เราทราบว่าเป็นตัวแปรที่เราต้องการหาค่า และใน (1.13) เราได้เขียนให้ชัดแจ้งเพื่อเตือนความจำของเราว่า U_x และ U_y เป็นฟังก์ชันของสินค้าทั้งสองชนิด คือ x และ y ผลของการเปลี่ยนแปลงของรายได้สามารถหาได้โดยการ take partial total differentiation เข้ากับ (1.13) ซึ่งจะได้ดังนี้

$$
\begin{aligned}
U_{xx} \frac{\partial \bar{x}}{\partial B} + U_{yx} \frac{\partial \bar{y}}{\partial B} - P_x \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial B} &= 0 \\
U_{xy} \frac{\partial \bar{x}}{\partial B} + U_{yy} \frac{\partial \bar{y}}{\partial B} - P_y \frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial B} &= 0 \\
1 - P_x \frac{\partial \bar{x}}{\partial B} - P_y \frac{\partial \bar{y}}{\partial B} &= 0
\end{aligned}
$$

ซึ่งสามารถเขียนให้อยู่ในรูปของ matrix ได้ดังนี้

$$
(1.14) \qquad
\begin{bmatrix} 0 & -P_x & -P_y \\ -P_x & U_{xx} & U_{xy} \\ -P_y & U_{yx} & U_{yy} \end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \left(\frac{\partial \bar{\lambda}}{\partial B}\right) \\ \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial B}\right) \\ \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial B}\right) \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
$$

ซึ่งจะเห็นได้ว่า the coefficient matrix คือ Bordered Hessian **Determinant**($|\bar{H}|$) นั่นเอง

ด้วยวิธีแก้สมการแบบ Cramer's rule เราจะหาค่าของ $\frac{\partial \bar{x}}{\partial B}$ และ $\frac{\partial \bar{y}}{\partial B}$ ได้ดังนี้

$$(1.15)\qquad \left(\frac{\partial \bar{x}}{\partial B}\right) = \frac{1}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} 0 & -1 & -P_y \\ -P_x & 0 & U_{xy} \\ -P_y & 0 & U_{yy} \end{vmatrix} = \frac{1}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} -P_x & U_{xy} \\ -P_y & U_{yy} \end{vmatrix}$$

$$(1.16)\qquad \left(\frac{\partial \bar{y}}{\partial B}\right) = \frac{1}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} 0 & -P_x & -1 \\ -P_x & U_{xx} & 0 \\ -P_y & U_{yx} & 0 \end{vmatrix} = \frac{1}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} -P_x & U_{xx} \\ -P_y & U_{yx} \end{vmatrix}$$

เรารู้แล้วว่า $|\bar{H}|$, P_x และ P_y เป็นบวก แต่เราไม่รู้ว่า U_{xy} และ U_{yy} มีเครื่องหมายเป็นอะไร (ทั้งนี้เพราะเรายังไม่ได้กำหนด utility function ให้แน่นอนลงไป) เพราะฉะนั้นเราจึงไม่สามารถบอกได้ว่าการเปลี่ยนแปลงของรายได้ (B) จะมีผลกระทบกระเทือนต่อการบริโภคสินค้าทั้งสองชนิดอย่างไร อย่างไรก็ตามเมื่อเรากำหนดตัวเลขของ utility function ให้แน่นอนลงไปแล้วเราก็จะสามารถบอกได้ว่าการเพิ่มขึ้นหรือลดลงของรายได้จะมีผลต่อการบริโภคสินค้า x และ y อย่างไร

เราได้พิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงของรายได้ที่มีสินค้า x และ y แล้ว ตอนนี้ขอให้เราพิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้าบ้างว่าจะเป็นอย่างไร ในที่นี้ขอให้เราพิจารณาผลของการเปลี่ยนแปลงของ P_x ดังนี้ จากการ take total differentiation โดยมุ่งต่อ P_x เข้ากับ (1.13) จะได้ดังนี้

$$U_{xx}\frac{\partial\bar{x}}{\partial P_x} + U_{yx}\frac{\partial\bar{y}}{\partial P_x} - P_x\frac{\partial\bar{\lambda}}{\partial P_x} = \bar{\lambda}$$

$$(1.7)\qquad U_{xy}\frac{\partial\bar{x}}{\partial P_x} + U_{yy}\frac{\partial\bar{y}}{\partial P_x} - P_y\frac{\partial\bar{\lambda}}{\partial P_x} = 0$$

$$-P_x\frac{\partial\bar{x}}{\partial P_x} - P_y\frac{\partial\bar{y}}{\partial P_x} = \bar{x}$$

จัดรูป (1.7) เสียใหม่และเขียนให้อยู่ในรูปของ matrix ได้ดังนี้

$$(1.8)\qquad \begin{bmatrix} 0 & -P_x & -P_y \\ -P_x & U_{xx} & U_{xy} \\ -P_y & U_{yx} & U_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \partial\bar{\lambda}/\partial P_x \\ \partial\bar{x}/\partial P_x \\ \partial\bar{y}/\partial P_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ \bar{\lambda} \\ 0 \end{bmatrix}$$

จาก (1.8) ด้วยวิธีของ Cramer's rule เราจะได้ดังนี้

$$(1.9)\qquad \partial\bar{x}/\partial P_x = \frac{1}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} 0 & x & -P_y \\ -P_x & \bar{\lambda} & U_{xy} \\ -P_y & 0 & U_{yy} \end{vmatrix}$$

$$= \frac{-\bar{x}}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} -P_x & U_{xy} \\ -P_y & U_{yy} \end{vmatrix} + \frac{\bar{\lambda}}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} 0 & -P_y \\ -P_y & U_{yy} \end{vmatrix}$$

$$= -\bar{x}\left(\frac{\partial\bar{x}}{\partial B}\right) + \frac{-\bar{\lambda}P_y^2}{|\bar{H}|} \qquad (1.5)$$

$$= T_1 + T_2 \qquad (\text{ T หมายถึง term})$$

$$(1.20) \qquad \partial\bar{y}/\partial P_x = \frac{1}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} 0 & -P_x & \bar{x} \\ -P_x & U_{xx} & \bar{\lambda} \\ -P_y & U_{yx} & 0 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{\bar{x}}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} -P_x & U_{xx} \\ -P_y & U_{yy} \end{vmatrix} - \frac{\bar{\lambda}}{|\bar{H}|}\begin{vmatrix} 0 & -P_x \\ -P_y & U_{yx} \end{vmatrix}$$

$$= -\bar{x}\,(\partial\bar{y}/\partial B) + \frac{\bar{\lambda}P_x P_y}{|\bar{H}|} \quad [\text{ดู } (1.16)]$$

$$= T_3 + T_4 \qquad (T \text{ หมายถึง Term})$$

จาก (1.9) บอกให้เราทราบว่าการเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้า x(P_x) จะมีผลทำให้ปริมาณของสินค้า x ณ จุดดุลยภาพ (คือปริมาณของสินค้า x ที่ทำให้ผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด) เปลี่ยนแปลงไปอย่างไร พิจารณาจากด้านขวามือของสมการจะเห็นได้ว่ามี 2 เทอมด้วยกัน คือ T_1 และ T_2 สำหรับเทอม T_1 นั้นมี $\partial\bar{x}/\partial B$ อยู่ซึ่งแสดงว่าการเปลี่ยนแปลงของรายได้ (B) มีผลต่อปริมาณดุลยภาพของ x ($\bar{x}$) แต่เนื่องจากทางด้านซ้ายมือของสมการบอกให้ทราบว่าสมการ (1.9) เป็นการหาผลของการเปลี่ยนของ P_x ที่มีต่อ x เพราะฉะนั้นการเปลี่ยนแปลงของรายได้ใน T_1 นั้นจึงสืบเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของ P_x (มิใช่หมายถึงการเปลี่ยนแปลงของ B โดยตรง) นั่นคือ การที่ P_x เปลี่ยนแปลงไปจะทำให้รายได้ที่แท้จริง (real income) ของผู้บริโภคเปลี่ยนแปลงไป และการที่รายได้ที่แท้จริงของผู้บริโภคเปลี่ยนแปลงก็จะไปทำให้ปริมาณดุลยภาพของสินค้า x (optimal purchase of x) เปลี่ยนแปลงไปอีกทอดหนึ่ง ดังนั้น T_1 จึงเป็นการวัดผลของการเปลี่ยนแปลงของรายได้ที่แท้จริงของผู้บริโภค (ซึ่งเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของ P_x) ที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของ x เนื่องจากใน T_1 นั้นมี x คูณอยู่กับ $\partial\bar{x}/\partial B$ ด้วย จึงมีความหมายได้ว่า การเปลี่ยนแปลงของรายได้ที่แท้จริงของผู้บริโภคจะมีผลต่อการเปลี่ยนแปลงของปริมาณดุลยภาพของสินค้า x($\bar{x}$) มากน้อยเท่า

ใค้นั้นขึ้นอยู่กับความสำคัญของสินค้า x ที่มีต่อผู้บริโภค นั่นคือถ้าสินค้า x มีความสำคัญต่อผู้บริโภคมาก (คือ ส่วนของ $\bar{x}$ ในปริมาณสินค้าที่ผู้บริโภคบริโภคทั้งหมดมีมาก) การเปลี่ยนแปลงของ P_x จะทำให้ปริมาณดุลยภาพของสินค้า $x(\bar{x})$ เปลี่ยนแปลงไปมาก ในทางตรงข้ามถ้าสินค้า x มีความสำคัญต่อผู้บริโภคน้อย การเปลี่ยนแปลงของ P_x จะมีผลทำให้ปริมาณดุลยภาพของสินค้า x เปลี่ยนแปลงไปน้อยสำหรับเทอมที่ 2 T_2 นั้นเป็นการวัดผลของการทดแทนของสินค้า (substitution effect) ซึ่งเนื่องมาจากการเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้า x นั่นคือ เมื่อราคาของสินค้า x เปลี่ยนแปลงจะมีผลทำให้ราคาสัมพัทธ์ (relative price) ของสินค้า y เปลี่ยนแปลงไปด้วย เช่นถ้าราคาของสินค้า x สูงขึ้น(สินค้า x มีราคาแพงขึ้น)และถ้าราคาของสินค้า y ไม่เปลี่ยนแปลง ผู้บริโภคจะรู้สึกว่าราคาของสินค้า y ถูกลงเมื่อเปรียบเทียบกับราคาของสินค้า x ที่สูงขึ้นไป ผู้บริโภคก็จะซื้อสินค้า x น้อยลงและซื้อสินค้า y มากขึ้น สมการ(1.9) นี้เรียกว่า (Slutsky equation) ก็บอกให้ทราบว่าผลของการเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้าประกอบด้วยผลของรายได้(income effect) และผลของการทดแทนของสินค้า (Substitution effect)

สำหรับเครื่องหมายของ $\frac{\partial \bar{x}}{\partial P_x}$ จะเป็นอะไรนั้นเราพิจารณาได้ดังนี้ ประการแรกขอให้พิจารณา T_2 เสียก่อน เนื่องจาก $|\bar{H}|$ (ในกรณีที่ผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด) มีเครื่องหมายเป็นบวก ($|\bar{H}| > 0$) และ λ (marginal utility of money) มีเครื่องหมายเป็นบวก ($\lambda > 0$) เพราะฉะนั้น T_2 ต้องมีเครื่องหมายเป็นลบ ($T_2 \angle 0$) แต่สำหรับเครื่องหมายของ T_1 นั้นกำหนดลงไปให้แน่นอนในตอนนี้ไม่ได้เพราะเราไม่ทราบว่า $\frac{\partial \bar{x}}{\partial B}$ มีเครื่องหมายอะไร (ดู 1.15) อย่างไรก็ตามถ้า T_1 มีเครื่องหมายเป็นลบก็จะไปรวมกำลังกันกับ T_2 ทำให้การเปลี่ยนแปลงของ $\bar{x}$ เป็นไปในทางตรงข้ามกับ P_x มากขึ้น นั่นคือ slope ของเส้นอุปสงค์ก็จะชันขึ้น แต่ถ้า T_1 เป็นบวกแต่มีค่าน้อยกว่า T_2 ก็จะทำให้ T_2 อ่อนกำลังลง นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงของ P_x จะมีผลทำให้ x เปลี่ยนไป (ในทางตรงข้ามกัน) น้อยลง และเส้นอุปสงค์ของผู้บริโภคในกรณีนี้ก็จะมีความชันน้อยกว่ากรณีแรก แต่ถ้า T_1 เป็นบวกและมีค่ามากกว่า T_2 จะมีผลทำให้การเปลี่ยน

แปลงของ P_x และ x เป็นไปในทางเดียวกัน เช่นเมื่อ P_x สูงขึ้นผู้บริโภคจะซื้อสินค้า x มากขึ้น ซึ่งในกรณีเช่นนี้ x จะเป็นสินค้าประเภท inferior goods อย่างไรก็ตาม ถ้า x เป็น normal goods $\partial\bar{x}/\partial P_x$ จะเป็นลบเสมอ นั่นคือ การเปลี่ยนแปลงของปริมาณของสินค้า x ที่ผู้บริโภคซื้อจะเป็นไปในทางตรงกันข้ามกับราคาของสินค้า x เสมอ

ในสมการ(1.20) คือ $\partial y/\partial P_x = T_3 + T_4$ เป็นการวัดผลของการเปลี่ยนแปลงของราคาสินค้า x ที่มีต่อการเปลี่ยนแปลงของปริมาณสินค้า y ซึ่งเรียกว่า cross effect จะเห็นได้ว่า T_3 นั้นคล้ายคลึงกันกับ T_1 ฉะนั้น T_3 จึงเป็นการวัด income effect แต่ที่น่าสังเกตก็คือ $\bar{x}$ เป็นตัวถ่วงน้ำหนัก (weighting factor) แทนที่จะเป็น y ที่เป็นเช่นนี้เพราะการเปลี่ยนแปลงของ P_x มีผลทำให้รายได้ที่แท้จริงของผู้บริโภคเปลี่ยนแปลง และผลของการเปลี่ยนแปลงของ P_x จะมีต่อรายได้ที่แท้จริงของผู้บริโภคมากน้อยเพียงใดนั้นขึ้นอยู่กับความสำคัญของสินค้า x ที่มีต่อผู้บริโภคนั้น สำหรับ T_4 นั้นเป็นการวัดผลของการทดแทนของสินค้า (substitution effect)

สำหรับเครื่องหมายของ $\partial y/\partial P_x$ จะเป็นอะไรนั้นขึ้นอยู่กับเครื่องหมายของ T_3 และ T_4 เครื่องหมายของ T_3 นั้นยังกำหนดให้แน่นอนไม่ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับ $\partial y/\partial B$ ว่ามีเครื่องหมายอะไร (ดู 1.16) แต่ T_4 นั้นมีเครื่องหมายเป็นบวกเพราะ $\bar{\lambda}$, P_x, P_y และ $|\bar{H}|$ เป็นบวก ฉะนั้น ถ้า negative income effect ($T_3 < 0$) ไม่มากเกิน substitution effect (T_4) $\partial y/\partial P_x$ จะมีเครื่องหมายเป็นบวก (หมายความว่า เมื่อราคาของสินค้า x สูงขึ้นผู้บริโภคจะไม่ซื้อสินค้า y มากขึ้นเพราะว่าในโมเดลของเรามีสินค้า x และสินค้า y เท่านั้น)

ในกรณีที่ราคาสินค้า $y(P_y)$ เปลี่ยนแปลงเพียงอย่างเดียว เราก็สามารถหาผลของการเปลี่ยนแปลงของมันได้ ด้วยวิธีเดียวกันกับการหาผลของการเปลี่ยนแปลงของราคาของสินค้า $x(P_x)$ ดังได้กล่าวแล้วข้างต้น

สำหรับในกรณีที่รายได้และราคาสินค้าเปลี่ยนแปลงไปเท่ากันจะไม่มีผลต่อปริมาณดุลยภาพของสินค้า x และสินค้า y ($\bar{x}$, $\bar{y}$) ตัวอย่างเช่น สมมติว่าเดิมรายได้ของผู้บริโภค = B ราคาของสินค้า x = P_x ราคาของสินค้า y = P_y ซึ่ง constraint equation(Budget constraint) ในการหาปริมาณสินค้า x และสินค้า y ที่ผู้บริโภคได้รับอรรถประโยชน์สูงสุด คือ

$$B - XP_x - YP_y = 0$$

ถ้าสมมติว่า ทั้งรายได้และราคาของสินค้าทั้งสองชนิดเพิ่มขึ้น k เท่าของรายได้และราคาเดิม constraint equation ใหม่จะเป็นดังนี้

$$kB - kxP_x - kyP_y = 0$$

ซึ่งถ้าเอาตัวร่วม k ออกจะได้

$$k(B - xP_x - yP_y) = 0$$

และเมื่อหารตลอดด้วย k ก็จะเห็นได้ว่า constraint equation ใหม่เหมือนกับ Constraint equation เดิมทุกประการ จึงสรุปได้ว่า การที่รายได้และราคาสินค้าเปลี่ยนแปลงไปในสัดส่วนที่เท่ากันจะไม่ทำให้ปริมาณสินค้า x และ y ที่ให้อรรถประโยชน์สูงสุดแก่ผู้บริโภคเปลี่ยนแปลง

6.7 เส้นอุปสงค์ (Demand Curves)

ใน section 1.6 เราได้กล่าวแล้วว่าในการวิเคราะห์เกี่ยวกับอรรถประโยชน์สูงสุดของผู้บริโภคนั้นแบ่งออกเป็น 2 ขั้น (step) ด้วยกัน ในขั้นที่ 1 เป็นการวิเคราะห์ว่า critical value ของฟังก์ชั่นอรรถประโยชน์จะเกิดขึ้นได้อย่างไร และในขั้นที่ 1 นี้ เราสามารถแก้สมการหา critical numbers (คือ $\bar{x}$,$\bar{y}$ และ $\bar{\lambda}$) ได้ ส่วนในขั้นที่ 2 นั้นเป็นการวิเคราะห์ว่า critical value ที่เกิดขึ้นในขั้นที่ 1 นั้นจะเป็น maximum ได้หรือไม่ ถ้าสมมติว่าการวิเคราะห์ในขั้นที่ 2 ยืนยันว่า critical numbers($\bar{x}$, $\bar{y}$ และ $\bar{\lambda}$) ที่ได้ในขั้นที่ 1 ทำให้เกิด critical value ที่เป็น maximum ปริมาณของสินค้า x($\bar{x}$) และปริมาณของสินค้า y($\bar{y}$) ที่คำนวณได้จากการแก้สมการต่าง ๆ ในขั้นที่ 1 จะเป็นปริมาณดุลยภาพที่ทำให้ผู้บริโภค

ได้รับอรรถประโยชน์สูงสุดจากการบริโภคสินค้าเท่าที่งบประมาณ(รายได้) ที่กำหนดให้ นั่นคือ $\bar{x}$ และ $\bar{y}$ จะเป็นฟังก์ชั่นของ parameters 3 ตัว คือ รายได้(B) ราคาของสินค้า x(P_x) และราคาของสินค้า y(P_y) นั่นคือ เราจะได้สมการของเส้นอุปสงค์ของสินค้าดังนี้

$$(1.21) \qquad \bar{x} = \bar{x}\,(B,\ P_x,\ P_y)$$

$$(1.22) \qquad \bar{y} = \bar{y}\,(B,\ P_x\ ,\ P_y)$$

นั่นคือ ปริมาณดุลยภาพ (optimal quantity) ของสินค้า x และของสินค้า y จะเปลี่ยนแปลงไปอย่างไรนั้นขึ้นอยู่กับ B, P_x และ P_y อย่างไรก็ตาม ถ้าเรากำหนดให้ P_y และ B ใน(1.21) เป็นตัวแปรภายนอกโมเดล (exogenous variable) เราก็จะได้ฟังก์ชั่นของเส้นอุปสงค์ของสินค้า x ใหม่คือ

$$\bar{x} = \bar{x}\,(\overset{\circ}{B},\ P_x,\ \overset{\circ}{P}_y)$$

ซึ่ง $\overset{\circ}{B}$ และ $\overset{\circ}{P}_y$ หมายถึง ค่าที่กำหนดให้ (exogenous variable)

ในทำนองเดียวกัน ถ้า B และ P_x ในสมการ (1.22) เป็น exogenous variable ฟังก์ชั่นของเส้นอุปสงค์ของสินค้า y จะเป็นดังนี้

$$\bar{y} = \bar{y}\,(\overset{\circ}{B},\ \overset{\circ}{P}_x,\ P_y)$$

ซึ่ง $\overset{\circ}{B}$ และ $\overset{\circ}{P}_x$ หมายถึง ตัวแปรที่กำหนดค่าให้ (exogenous variable)

รายชื่อหนังสือที่ควรอ่านเพิ่มเติม

สมคิด แก้วสนธิ. <u>คณิตเศรษฐศาสตร์</u> (กรุงเทพ : ไทยวัฒนาพานิช, 1973) บทที่ 5

Chiang, Alpha C. <u>Fundamental Methods of Mathematical Economics</u>. 2nd ed. (McGraw-Hill Book Company, 1974) บทที่ 12

Henderson, James M. and Richard E. Quandt. <u>Microeconomics Theory : A Mathematical Approach.</u> 2nd cd. (McGraw-Hill Kogakusha, Ltd, 1971) บทที่ 2

Intriligator, Michael D. <u>Mathematical Optimization and Economic Theorv.</u> (Prentice - Hall, Inc., 1971) บทที่ 7

Malinvaud, E. <u>Lectures on Microeconomic Theory</u> (North - Holland Publishing Company, 1972) บทที่ 2