บทที่ 8
เครื่องทัวริง
(Turing Machine (TM))

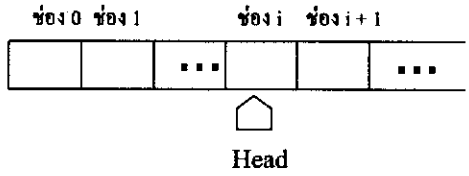
บทนี้จะศึกษาถึงเครื่องหรือตัวแบบออโตมาตาอีกชนิดหนึ่ง ซึ่งถือว่าเป็นแม่แบบของสถาปัตยกรรมของเครื่องคอมพิวเตอร์ชนิดที่มีหน่วยประมวลผลเดี่ยว เครื่องนี้ถูกคิดขึ้นเป็นครั้งแรกเมื่อปี ค.ศ. 1936 โดย อลัน ทัวริง (Alan Turing) และเรียกเครื่องหรือตัวแบบนี้ว่า เครื่องทัวริง (Turing Machine (TM))

8.1 เครื่องทัวริง (Turing Machine)

คุณลักษณะพื้นฐานของเครื่องทัวริง (TM) จะเหมือนกับออโตมาตาจำกัดหรือออโตมาตากดลง คือมันจะมีเซตจำกัดของสถานะ สำหรับส่วนที่แตกต่างออกไปคือเครื่องทัวริงจะมีเทปซึ่งเป็นแนวยาว โดยมีปลายอยู่ด้านซ้ายและมีความยาวแบบไม่จำกัดไปทางด้านขวา เทปจะถูกทำเครื่องหมายลงไปในช่องสี่เหลี่ยมจัตุรัสโดยแต่ละช่องสามารถเก็บสัญลักษณ์ในชุดตัวอักษรได้ 1 ตัว ถ้าช่องไม่มีสัญลักษณ์บรรจุอยู่จะกล่าวได้ว่ามันบรรจุสัญลักษณ์ว่างไว้ (Blank Symbol)

ทีเอ็มจะมีการแยกชุดตัวอักษรนำเข้า ซึ่งจะเป็นสัญลักษณ์ไม่ว่างทั้งหมดซึ่งจะอยู่บนเทปตั้งแต่ตอนต้นออกจากชุดตัวอักษรของเทป ซึ่งอาจจะรวมสัญลักษณ์ไม่ว่างที่จะถูกใช้ระหว่างการทำงานหรือระหว่างการคำนวณผลลัพธ์

ตัวเครื่องของทีเอ็มจะมีหัวเทปที่ขณะใดขณะหนึ่งจะชี้ไปที่จุดใด ๆ ในช่องสี่เหลี่ยมของเทปดังแสดงได้ดังภาพ



หัวเทปนี้จะสามารถอ่านสัญลักษณ์ที่ช่องปัจจุบันเมื่ออยู่ที่สถานะปัจจุบัน โดยจะถือเป็นส่วนหนึ่งที่จะใช้แสดงการเดินของเครื่องทัวริง ซึ่งการเดินของเครื่องจะประกอบด้วย 3 ส่วนดังนี้

1. การเปลี่ยนสัญลักษณ์ ในช่องปัจจุบัน
2. การย้ายหัวเทปไป 1 ช่อง ไปทางซ้ายหรือทางขวา (ในกรณีที่มันอยู่ช่องซ้ายสุดแล้วจะไม่อนุญาตให้ย้ายหัวเทปไปทางซ้ายได้อีก)
3. การเปลี่ยนสถานะ

ตัวเทปนี้จะเปรียบเสมือนอุปกรณ์นำเข้า (เป็นสายอักขระจำกัด) เป็นหน่วยความจำ และเป็นอุปกรณ์นำออก (เป็นสายอักขระของสัญลักษณ์ที่เหลือบนเทป หลังจากการทำงานหรือการคำนวณสิ้นสุด)

คุณลักษณะที่สำคัญคือ หัวเทปจะสามารถย้ายไปทางขวาหรือทางซ้ายก็ได้ และสามารถจะลบหรือแก้ไขสัญลักษณ์ใดๆ ที่มันต้องการได้

จากลักษณะของเครื่องทัวริงดังกล่าว จะได้มีการนิยามอย่างเป็นทางการได้ดังนี้

บทนิยามที่ 8.1

เครื่องทัวริง (TM) ประกอบด้วยลำดับของสมาชิก 5 ตัว (5-Tuple) คือ

$T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta)$ ที่ซึ่ง

Q คือ เซตจำกัดของสถานะ ไม่รวมสถานะหยุด h (สถานะหยุด h จะใช้เป็นสัญลักษณ์แทนสถานะหยุดของทุกๆ เครื่องทัวริง)

Σ คือ ชุดตัวอักษรของสัญลักษณ์รับเข้า

Γ คือ ชุดตัวอักษรของสัญลักษณ์ของเทป

$\Sigma \in \Gamma$, Γ จะไม่รวมสัญลักษณ์ Δ (Blank Symbol)

q_0 คือ สถานะเริ่มต้น (start state) และเป็นสมาชิกของ Q; $q_0 \in Q$

δ คือ เซตจำกัดของฟังก์ชันการผ่าน (Transitions function) ที่จะอธิบายขั้นตอนการเดินของเครื่องทัวริงซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์ได้เป็น

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \{\Delta\}) \rightarrow (Q \cup \{h\}) \times (\Gamma \cup \{\Delta\}) \times \{R, L, S\}$$

โดย δ จะเป็นฟังก์ชันส่วนประกอบ (Partial Function) และ R, L, และ S เป็นสัญลักษณ์แทนการเดินขวา ซ้าย และ อยู่ที่เดิมตามลำดับ

■

เครื่องทัวริง จะมีหัวเทป โดยมันจะอ่านและเขียนช่องแต่ละช่องบนเทปถ้ามีการกำหนดให้ $q \in Q$, $r \in Q \cup \{h\}$, X และ $Y \in \Gamma \cup \{\Delta\}$ และ $D \in \{R, L, S\}$ จะสามารถตีความฟังก์ชันการผ่านต่อไปนี้

$$\delta(q, X) = (r, Y, D)$$

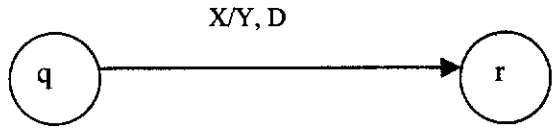
โดยจะตีความได้ว่า เมื่อทีเอ็มอยู่ที่สถานะ q และสัญลักษณ์บนช่องเทปปัจจุบันคือ X เครื่องจะแทน X ด้วย Y ลงบนช่องนั้นและเปลี่ยนสถานะเป็น r โดยการย้ายหัวเทปไปซ้าย 1 ช่อง (L) หรือขวา 1 ช่อง (R) หรืออยู่กับที่ไม่มีการย้าย (S) ที่ซ้ายสุดของเทปจะให้ชื่อว่าเป็นช่องที่ 0 โดยถ้าหัวเทปอยู่ในตำแหน่งดังกล่าว หัวเทปจะไม่สามารถเดินไป

ทางซ้ายตามการย้ายที่มันกำลังทำงานอยู่ได้ ซึ่งจะทำให้มันอยู่ในสถานการณ์ที่เรียกว่า เครื่องล้มเหลวไม่ยอมรับ (Crash) ในกรณีที่เครื่องอยู่ที่สถานะ h (halt) เครื่องจะไม่สามารถเดินต่อไปอีกได้ เนื่องจากไม่ได้มีการนิยามฟังก์ชันการผ่านของคู่ใดๆ ใน $\delta(h, X)$

เครื่องทัวริงสามารถสร้างเป็นแผนภาพการผ่านซึ่งจะแสดงรูปแบบเส้นทางการทำงานของเครื่องทังริงได้ชัดเจนยิ่งขึ้นดังนิยามต่อไปนี้

<u>บทนิยามที่ 8.2</u>

แผนภาพการผ่าน (Transition diagram) ของเครื่องทัวริง $T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta)$ คือกราฟระบุทิศทางที่มี Q เป็นเซตของสถานะทั้งหมด มีลูกศรชี้เข้าที่สถานะเริ่มต้น q_0 สถานะหยุด h จะมีเพียงลูกศรชี้เข้าเท่านั้นและถ้า $\delta(q, X) = (r, Y, D)$ แล้วจะต้องมีเส้นเชื่อม (Arc) ที่เชื่อมจากสถานะ q ไปยังสถานะ r โดยมี X/Y, D เขียนกำกับดังรูป



■

เครื่องทัวริงจากบทนิยามที่ 8.1 จะถือว่าเป็นเครื่องทัวริงเชิงกำหนดโดยสำหรับเครื่องทัวริงเชิงกำหนดนี้จะยอมให้ทุกๆ ฟังก์ชันการผ่าน $\delta(q, X)$ ที่ซึ่ง $q \in Q, X \in \Gamma \cup \{\Delta\}$ ไม่จำเป็นต้องมีการนิยาม โดยจะมีการนิยามเฉพาะการเดินที่จำเป็นต่อการตรวจสอบภาษาที่กำลังพิจารณาเท่านั้นและเมื่อมีการนิยามขึ้น ผลของการนิยามจะต้องอยู่ในรูปลำดับสมาชิก 3 ตัว (Triple) ซึ่งจะต้องได้ผลเพียงรูปแบบเดียวไม่ใช่เซต (เดินได้รูปแบบเดียว) แต่ถ้าผลลัพธ์ที่ได้อยู่ในรูปของเซตของลำดับสมาชิก 3 ตัวจะเรียกเครื่องทัวริงดังกล่าวว่าเป็นเครื่องทัวริงเชิงไม่กำหนด

ในกรณีที่พิจารณานำเอาเครื่องทัวริงมาเชื่อมต่อกันตั้งแต่ 2 ตัวโดยมีการทำงานเป็นลำดับต่อเนื่องกัน จะสามารถพิจารณาเครื่องทัวริงว่าเป็นอัลกอรทึมใดๆ ที่ถูกเรียกฟังก์ชันการผ่านของเครื่องทัวริง

ในกรณีที่พิจารณานำเอาเครื่องทัวริงมาเชื่อมต่อกันตั้งแต่ 2 ตัวโดยมีการทำงานเป็นลำดับต่อเนื่องกัน จะสามารถพิจารณาเครื่องทัวริงว่าเป็นอัลกอรึทึมใดๆ ที่ถูกเรียกฟังก์ชันการผ่านของเครื่องทัวริง

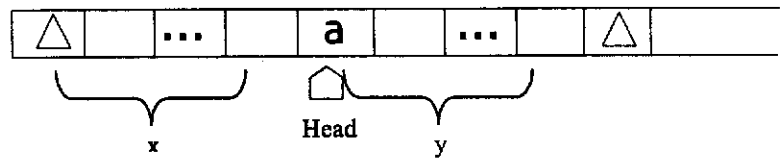
การแก้ปัญหาด้วยการเอาเครื่องทัวริงมากกว่า 1 เครื่องมาใช้โดยให้มันทำงานต่อกันเป็นลำดับดังกล่าวนั้น จะส่งผลต่อการทำงานของเครื่องทัวริง โดยอาจจะทำให้หัวเทปของเครื่องทัวริงไม่ได้อยู่ในตำแหน่ง 0 เมื่อเครื่องทัวริงเริ่มทำงาน อย่างไรก็ตาม กระบวนการการทำงานของเครื่องทัวริง ก็ยังคงต้องเหมือนกับเครื่องทัวริงที่เริ่มทำงานในช่องเริ่มต้นหรือต้นหัวเทปเช่นเดิม

ดังนั้นสำหรับการเริ่มต้นของการทำฟังก์ชันการผ่านของเครื่องทัวริงจึงไม่จำเป็นจะต้องเริ่มที่ต้นหัวเทปทุกครั้ง และจะอนุโลมให้การทำฟังก์ชันการผ่านของเครื่องทัวริงไม่จำเป็นต้องตรวจสอบว่าเดินตำแหน่งปัจจุบันเป็นตำแหน่งซ้ายสุดหรือไม่ ก่อนจะทำฟังก์ชันการผ่านต่อไป

การตรวจสอบหรือการทำงานของเครื่องทัวริงบนสายอักขระใด ๆ จะแสดงการตรวจสอบหรือทำงานได้โดยใช้การกำหนดโครงแบบตามนิยามต่อไปนี้

<u>บทนิยามที่ 8.3</u>

การกำหนดโครงแบบ (Configuration) ของเครื่องทัวริง $T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta)$ จะสามารถกำหนดได้เป็นคู่ของ (q, xay) โดย q จะเป็นสถานะ x และ y เป็นสายอักขระบน $\Gamma \cup \{\Delta\}$ และ $a \in \Gamma \cup \{\Delta\}$ และสัญลักษณ์ขีดเส้นใต้จะแสดงถึงตำแหน่งปัจจุบันของหัวเทปซึ่งแสดงได้ดังรูปต่อไปนี้



โดยจะสามารถตีความได้ว่า x จะเก็บเป็นตัวเริ่มต้นที่ช่องบนเทปหรือถ้า x เป็นสายอักขระว่าง a จะเป็นตัวเริ่มต้นบนช่องเทปแทน และสายอักขระ y จะอยู่ต่อจาก a และทุกๆ ช่องต่อจาก y จะเป็นช่องว่าง ถ้ามี w เป็นสายอักขระความยาวมากกว่า 1

การเขียน (q, x$\underline{w}$) หรือ (q, x$\underline{w}$y) หมายถึงหัวเทปของเครื่องทัวริงจะชี้ไปที่สัญลักษณ์ตัวแรกของสายอักขระ w

ถ้าให้ (q, x$\underline{a}$y) แทนโครงแบบ จะสามารถใช้ (q, x$\underline{w}$yΔ) แทนโครงแบบที่เหมือนกันได้และสามารถแสดงการเดินของโครงแบบ 1 ขั้นตอนได้เป็น

(q, x$\underline{a}$y) $\vdash$ (r, z$\underline{b}$w)

และสามารถแสดงการเดินของโครงแบบตั้งแต่ 0 ครั้งขึ้นไปได้เป็น

(q, x$\underline{a}$y) $\vdash^*$ (r, z$\underline{b}$w)

เช่นปัจจุบันเครื่องทัวริงอยู่ที่ (q, aabaΔa) และมีการเดินของเครื่องทัวริงเป็น (q, a) = (r, Δ, L) ซึ่งจะทำให้ได้โครงแบบของการเดินเป็น

(q, aaba$\underline{\Delta}$a) $\vdash$ (r, aa$\underline{b}\Delta\Delta$a)

■

การกำหนดโครงแบบเริ่มต้นในการตรวจสอบสายอักขระ x ของเครื่องทัวริงโดยทั่วไปจะทำได้โดยการวาง x ไว้บนเทปเริ่มจากช่องที่ 1 และช่องที่ 0 จะเป็นช่องที่หัวเทปเริ่มต้นชี้ โดยมีสัญลักษณ์ Δ ปรากฏอยู่ ซึ่งเป็นไปตามโครงแบบ (q_0 , Δx)

แต่สำหรับทีเอ็มที่เป็นเครื่องที่มีขนาดใหญ่ขึ้นหรือเป็นทีเอ็มที่มีการทำงานหลายฟังก์ชัน อาจจำเป็นต้องมีการตรวจสอบสายอักขระรับเข้ามากกว่า 1 สายอักขระ โดยจะสามารถวางสายอักขระทุกตัวไว้บนเทปได้ด้วยการใช้สัญลักษณ์ Δ คั่นระหว่างสายอักขระ เช่นถ้ามีสายอักขระ x และ y ที่จะตรวจสอบ การวาง x และ y ลงไปบนเทปจะแสดงได้เป็น ΔxΔy ซึ่งในกรณีนี้จะทำให้การวางสายอักขระไม่สามารถวางเริ่มต้นไว้บนช่องที่ 1 ได้ทุกสายอักขระ

อย่างไรก็ตามการวางสายอักขระแต่ละตัวจะได้ใช้แนวทางการตรวจสอบเหมือนการตรวจสอบสายอักขระเพียงสายอักขระเดียว นั่นคือจะให้มีสัญลักษณ์ Δ เป็นตำแหน่งเริ่มต้นก่อนหน้าสายอักขระที่จะตรวจสอบ ซึ่งแนวทางนี้จะเป็นไปตามการออกแบบของเครื่องทัวริงที่มีการเริ่มอ่านจากสถานะ q_0 ด้วยสัญลักษณ์ Δ เพื่อไปยังอักขระเริ่มต้นที่ต้องการตรวจสอบได้

ในการพิจารณาว่าสายอักขระใด ๆ จะถูกยอมรับโดยเครื่องทัวริงหรือไม่จะสามารถนิยามการยอมรับได้ดังนี้

บทนิยามที่ 8.3

ถ้า T = (Q, Σ, Γ, q_0, δ) เป็นเครื่องทัวริง และ x $\in \Sigma^*$, x จะถูกยอมรับโดย T ถ้าสามารถทำฟังก์ชันการผ่านโดยเริ่มที่จุดเริ่มต้นที่สอดคล้องกับสายอักขระนำเข้า x แล้วทำให้ T เดินถึงที่ตำแหน่งหยุด (halt) หรือ T สามารถระบุโครงแบบหยุดได้ (halt configuration) หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งคือ x จะถูกยอมรับโดย T

ถ้ามี y และ z $\in (\Gamma \cup \{\Delta\})^*$ และ a $\in \Gamma \cup \{\Delta\}$ ที่ทำให้

$(q_0, \underline{\Delta}x) \vdash\!\!\!\!- * (h, y\underline{a}z)$

ในสถานการณ์นี้กล่าวได้ว่า T หยุดบนสายอักขระนำเข้า x ภาษาที่ถูกยอมรับโดย T คือเซต L(T) ของสายอักขระนำเข้าที่ทำให้ T ทำการเดินไปถึงสถานะหยุดได้ (halt state)

■

จากนิยามข้างต้นเป็นการพิจารณาว่าสายอักขระจะถูกยอมรับโดยทีเอ็มได้อย่างไร ส่วนกรณีที่สายอักขระไม่ถูกยอมรับโดยเครื่องทัวริงนั้น จะสามารถเกิดขึ้นได้หลายกรณีโดยกรณีที่ทัวริงจะไม่ยอมรับสายอักขระนั้นจะเกิดจากกรณีต่อไปนี้

1. ถูกนำไปสู่การแสดงโครงแบบในบางสถานะที่ไม่ใช่สถานะหยุด (halt) โดยทำให้เครื่องทัวริงไม่สามารถเดินต่อไปได้ (ไม่ได้มีการระบุฟังก์ชันการผ่านเอาไว้)

2. หัวเทปปัจจุบันอยู่ที่ช่องซ้ายสุดของเทปและถูกบังคับให้เดินต่อไปทางซ้าน ซึ่งเรียกกรณีนี้ว่าเครื่องทัวริงพัง (crash)

3. สายอักขระบางตัวทำให้เครื่องทัวริง วนรอบไม่มีที่สิ้นสุดคือสำดับการเดินไม่มีวันจบ

ตัวอย่างที่ 8.1

สำหรับภาษาไม่ปกติ Palindrome ที่สร้างจากคำใน Σ = {a, b} จงสร้างทีเอ็มที่ยอมรับภาษาดังกล่าว

ในการออกแบบทีเอ็มที่ยอมรับภาษาดังกล่าวนี้จะใช้การเปรียบเทียบตัวอักขระที่เหมือนกันจากรอบนอกเข้ามาโดยจะเปรียบเทียบตัวอักขระตัวแรกกับตัวสุดท้ายของแต่ละรอบ ตำแหน่งที่บอกให้รู้ถึงตำแหน่งแรกและตำแหน่งสุดท้ายของสายอักขระในแต่ละรอบ

จะใช้สัญลักษณ์ Δ (Blank Symbol) เป็นตัวกำหนด การเปรียบเทียบนี้ทำได้โดยใช้หัวเทปเดินจากต้นสายอักขระไปยังท้ายสายอักขระและเปรียบเทียบตัวเหมือนของอักขระที่ต้นและท้ายสายอักขระ จะมีการทำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งเปรียบเทียบหมดคือไม่มีสายอักขระเหลืออยู่บนเทปเลย และในการเปรียบเทียบด้วยเครื่องทีเอ็มนี้จะมีการตรวจสอบสายอักขระนำเข้า 3 กรณีคือ สายอักขระที่ไม่เป็นคำในภาษา palindrome, สายอักขระที่เป็นคำที่มีความยาวคู่ในทีเอ็ม หรือสายอักขระที่เป็นคำที่มีความยาวคี่ ในทีเอ็ม และการอธิบายตามแนวทางการออกแบบทีเอ็มจะสามารถนิยามได้ดังนี้

$T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta)$ โดยที่

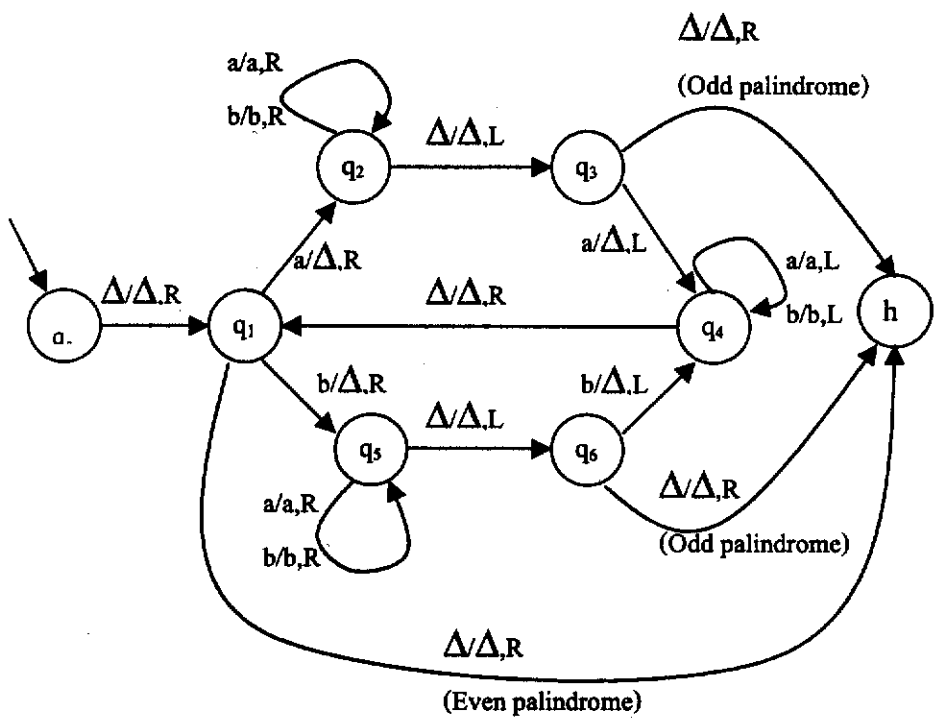
$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$ และให้ h เป็นสถานะหยุดของทีเอ็ม

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Gamma = \{a, b\}$

q_0 สถานะเริ่มต้น

δ ฟังก์ชันการผ่านโดยแสดงได้เป็นแผนภาพการผ่านได้ดังนี้



สำหรับวิธีการตรวจสอบสายอักขระว่าเป็นคำในภาษาหรือไม่จะทำได้โดยการใช้การกำหนดโครงแบบดังนี้

การตรวจสอบสายอักขระ x_1 = abaa

$(q_0, \underline{\Delta}abaa) \vdash (q_1, \Delta\underline{a}baa) \vdash (q_2, \Delta\Delta\underline{b}aa)$
$\vdash (q_2, \Delta\Delta b\underline{a}a) \vdash (q_2, \Delta\Delta ba\underline{a})$
$\vdash (q_2, \Delta\Delta baa\underline{\Delta}) \vdash (q_3, \Delta\Delta baa)$
$\vdash (q_4, \Delta\Delta b\underline{a}) \vdash (q_4, \Delta\Delta\underline{b}a)$
$\vdash (q_4, \Delta\Delta\underline{\Delta}ba) \vdash (q_1, \Delta\Delta\underline{b}a)$
$\vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta\underline{a}) \vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta a\underline{\Delta})$
$\vdash (q_6, \Delta\Delta\Delta\underline{a})$ (เครื่องพัง)

พิจารณาว่า x_2 = abba

$(q_0, \underline{\Delta}abba) \vdash (q_1, \Delta\underline{a}bba) \vdash (q_2, \Delta\Delta\underline{b}ba)$
$\vdash (q_2, \Delta\Delta b\underline{b}a) \vdash (q_2, \Delta\Delta bb\underline{a})$
$\vdash (q_2, \Delta\Delta bba\underline{\Delta}) \vdash (q_3, \Delta\Delta bb\underline{a})$
$\vdash (q_4, \Delta\Delta b\underline{b}) \vdash (q_4, \Delta\Delta\underline{b}b)$
$\vdash (q_4, \Delta\Delta\underline{\Delta}bb) \vdash (q_1, \Delta\Delta\underline{b}b)$
$\vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta\underline{b}) \vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta b\underline{\Delta})$
$\vdash (q_6, \Delta\Delta\Delta\underline{b}) \vdash (q_4, \Delta\Delta\underline{\Delta}\Delta)$
$\vdash (h, \Delta\Delta\Delta\underline{\Delta})$ (ยอมรับ)

พิจารณาว่า x_3 = abba

$(q_0, \underline{\Delta}ababa) \vdash (q_1, \Delta\underline{a}baba) \vdash (q_2, \Delta\Delta\underline{b}aba)$
$\vdash (q_2, \Delta\Delta b\underline{a}ba) \vdash (q_2, \Delta\Delta ba\underline{b}a)$

$\vdash (q_2, \Delta\Delta baba\underline{a})$ $\vdash (q_2, \Delta\Delta baba\underline{\Delta})$

$\vdash (q_3, \Delta\Delta baba\underline{a})$ $\vdash (q_3, \Delta\Delta bab\underline{\Delta})$

$\vdash (q_4, \Delta\Delta bab\underline{b})$ $\vdash (q_4, \Delta\Delta b\underline{a}b)$

$\vdash (q_4, \Delta\Delta \underline{b}ab)$ $\vdash (q_4, \Delta\underline{\Delta}bab)$

$\vdash (q_1, \Delta\Delta \underline{b}ab)$ $\vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta\underline{a}b)$

$\vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta a\underline{b})$ $\vdash (q_5, \Delta\Delta\Delta ab\underline{\Delta})$

$\vdash (q_6, \Delta\Delta\Delta a\underline{b})$ $\vdash (q_4, \Delta\Delta\Delta\underline{a}\Delta)$

$\vdash (q_4, \Delta\Delta\underline{\Delta}a)$ $\vdash (q_1, \Delta\Delta\Delta\underline{a})$

$\vdash (q_2, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{\Delta})$ $\vdash (q_3, \Delta\Delta\Delta\underline{\Delta})$

$\vdash (h, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{\Delta})$ (ยอมรับ)

■

แนวทางในการสร้างทีเอ็มจากตัวอย่างข้างต้นนั้น ได้ออกแบบโดยพิจารณาส่วนการตรวจสอบของสายอักขระหรือคำในภาษา ซึ่งการทำงานดังกล่าวจะพยายามทำให้สายอักขระหรือคำที่เหลือบนเทป ณ ขณะใดขณะหนึ่ง มีการรวมตัวกันเป็นกลุ่มเดียวตลอดเวลา (พยายามไม่ให้สายอักขระบนเทปแตกออกเป็นสายอักขระย่อยหลายสาย) นั่นคือไม่มีสัญลักษณ์ Δ แทรกในระหว่างสายอักขระยกเว้นที่ส่วนต้นและท้ายสายอักขระเท่านั้น (เนื่องจากในการตรวจสอบสายอักขระหรือคำในทีเอ็มส่วนใหญ่จะใช้สัญลักษณ์ Δ เป็นตัวระบุส่วนเริ่มต้นและสิ้นสุดสายอักขระ)

วิธีหนึ่งที่จะทำให้สายอักขระมีการรวมกันเป็นกลุ่มเดียวตลอดเวลาคือ การกำหนดตัวอักษรใหม่บนเทปเข้ามา ถ้ามีกรณีที่ต้องเปลี่ยนตัวอักษรระหว่างสายอักขระไปเป็นสัญลักษณ์ Δ โดยให้เปลี่ยนไปเป็นตัวอักษรใหม่ดังกล่าวแทนเช่นตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8.2

$L = \{x \in \{0, 1\}^* \mid n_0(x) = n_1(x)\}$ จงหาทีเอ็มที่ยอมรับภาษาดังกล่าว

เมื่อพิจารณาคำของภาษาดังกล่าว จะเห็นว่าการเกิดของ 0 หรือ 1 ในภาษาจะเกิดได้อย่างไม่มีลำดับซึ่งสามารถเกิดสลับกันไปมาได้ ดังนั้นในการที่จะพิจารณาจำนวนของ 0 ว่ามีจำนวนเท่ากับ 1 หรือไม่นั้นจะต้องเลือกใช้วิธีการหักล้างอย่างใดอย่างหนึ่งต่อไปนี้

1. ทำการตรวจสอบว่าตัวอักษรตัวแรกเป็นอะไรและเดินหาตัวอักษรตรงข้ามที่เจอเป็นตัวแรกในสายอักขระโดยจะหักล้างตัวอักษรดังกล่าวกับตัวอักษรตัวแรกโดยจะทำไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะตรวจสอบได้ว่าจำนวนตัวอักษรทั้งสองตัวมีจำนวนเท่ากันหรือไม่ซึ่งถ้ามีจำนวนเท่ากันก็จะไม่มีอักษร 0 หรือ 1 เหลืออยู่เลย

2. ทำการตรวจสอบว่าตัวอักษรตัวแรกเป็นอะไรและเดินหาตัวอักษรตรงข้ามที่เจอเป็นตัวท้ายสุดในสายอักขระโดยจะหักล้างตัวอักษรดังกล่าวกับตัวอักษรตัวแรกโดยจะทำไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะตรวจสอบได้ว่าจำนวนตัวอักษรทั้งสองตัวมีจำนวนเท่ากันหรือไม่ซึ่งถ้ามีจำนวนเท่ากันก็จะไม่มีอักษร 0 หรือ 1 เหลืออยู่เลย

จะเห็นว่ากระบวนการตรวจสอบนี้ทั้ง 2 กรณีจะไม่สามารถทำการตรวจสอบเพื่อหักล้างตัวอักษรตัวแรกสุดกับตัวท้ายสุดได้ตลอด และถ้ามีการหักล้างด้วยการใช้สัญลักษณ์ Δ แทนตัวที่จะลบออก จะทำให้สายอักขระที่เหลือถูกแยกออกเป็นสายอักขระย่อย (มีสัญลักษณ์ Δ คั่นระหว่างสายอักขระที่เหลือ) ดังนั้นในตัวอย่างนี้จะมีการเพิ่มสัญลักษณ์บนเทปใหม่เข้ามาแทนการใช้สัญลักษณ์ Δ เมื่อมีการลบตัวอักษรที่ตรงข้ามกับตัวอักษรตัวแรก

จากแนวคิดนี้จะสามารถนิยามทีเอ็ม T ที่ต้องการโดยเลือกสร้างวิธีหักล้างแบบที่ 1 และใช้ตัวอักษร X เป็นตัวที่จะแทนกรณีมีการลบตัวอักษรที่ตรงข้ามกับตัวอักษรตัวแรก

$T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta)$ โดยที่

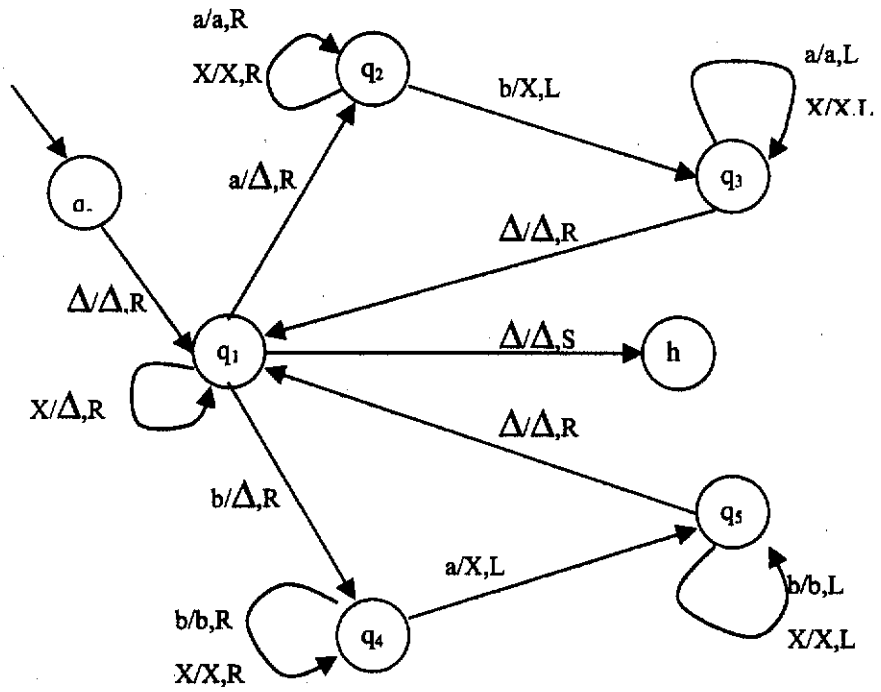
$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6\}$ และให้ h เป็นสถานะหยุดของทีเอ็ม

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Gamma = \{a, b, X\}$

q_0 สถานะเริ่มต้น

δ ฟังก์ชันการผ่านโดยแสดงได้เป็นแผนภาพการผ่านได้ดังนี้



สำหรับวิธีการตรวจสอบสายอักขระว่าเป็นคำในภาษาหรือไม่จะทำได้โดยการใช้การกำหนดโครงแบบดังนี้

การตรวจสอบสายอักขระ x_1 = abaabbba

$(q_0, \underline{\Delta}\text{abaabbba}) \vdash (q_1, \Delta\underline{a}\text{baabbba})$

$\vdash (q_2, \Delta\Delta\underline{b}\text{aabbba})$

$\vdash (q_3, \Delta\Delta\underline{X}\text{aabbba})$

$\vdash (q_1, \Delta\Delta\underline{X}\text{aabbba})$

$\vdash (q_1, \Delta\Delta\Delta\underline{a}\text{abbba})$

$\vdash (q_2, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{a}\text{bbba})$

$\vdash (q_2, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{ab}\text{bba})$

$\vdash$ $(q_3, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{a}Xbba)$

$\vdash$ $(q_3, \Delta\Delta\Delta\underline{\Delta}aXbba)$

$\vdash$ $(q_1, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{a}Xbba)$

$\vdash$ $(q_2, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{X}bba)$

$\vdash$ $(q_2, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta X\underline{b}ba)$

$\vdash$ $(q_3, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{X}Xba)$

$\vdash$ $(q_3, \Delta\Delta\Delta\Delta\underline{\Delta}XXba)$

$\vdash$ $(q_1, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{X}ba)$

$\vdash$ $(q_1, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{b}a)$

$\vdash$ $(q_4, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{a})$

$\vdash$ $(q_5, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{\Delta}X)$

$\vdash$ $(q_1, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{X})$

$\vdash$ $(q_1, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{\Delta})$

$\vdash$ $(h, \Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\Delta\underline{\Delta})$ (ยอมรับ)

■

ในกรณีที่บางภาษาไม่สามารถหลีกเลี่ยงการแยกของสายอักขระขณะทำการตรวจสอบ หรือผู้ออกแบบไม่สนใจการแยกของสายอักขระขณะตรวจสอบ การออกแบบทีเอ็มก็สามารถทำได้แต่อาจเกิดความยุ่งยากในการออกแบบพอสมควร อีกทั้งทีเอ็มที่ได้อาจมีความซับซ้อนและยากต่อการเข้าใจ ซึ่งสามารถแสดงได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 8.3

$L = \{ss \mid s \in \{a, b\}^*\}$ จงหาทีเอ็มที่ยอมรับภาษาดังกล่าว

แนวคิดในการออกแบบทีเอ็มนี้จะแยกการทำงานเป็นสองส่วนคือ

1. ส่วนของการหาและกำหนดตำแหน่งกึ่งกลางของสายอักขระ ในส่วนนี้จะทำได้โดยการเปลี่ยนสัญลักษณ์ใน Σ เป็นตัวอักษรตัวใหญ่ A และ B โดยเปลี่ยนจากตัว

อักษรรอบนอกทั้งสองฝั่งเข้ามาจนกระทั่งถึงจุดกึ่งกลาง โดยจุดกึ่งกลางดังกล่าวจะหาได้ก็ต่อเมื่อสายอักขระมีความยาวเป็นจำนวนคู่เท่านั้น จากนั้นก็ทำการเปลี่ยนสายอักขระย่อยส่วนครึ่งแรกไปเป็นตัวอักษรตัวอักษรตัวเล็กดังเดิม

2. ส่วนของการเปรียบเทียบของสายอักขระย่อยส่วนแรกกับสายอักขระส่วนหลังโดยจะเริ่มจากจุดเริ่มต้นของสายอักขระที่จะตรวจสอบที่มีการจัดรูปแบบจากส่วนที่ 1 เรียบร้อยแล้ว การตรวจสอบจะเทียบตัวอักษรตัวเล็กในสายอักขระครึ่งแรกกับตัวอักษรตัวใหญ่ในสายอักขระครึ่งหลัง โดยการเปรียบเทียบก็จะเปรียบเทียบตามตำแหน่งที่สอดคล้องกันระหว่างครึ่งแรกกับครึ่งหลังนั่นคือตำแหน่งที่ i ของสายอักขระครึ่งแรกกับตำแหน่งที่ i ของสายอักขระครึ่งหลัง การเปรียบเทียบนี้จะทำได้โดยการเปลี่ยนตัวอักษรตัวเล็กตำแหน่งที่ i ของครึ่งแรกไปเป็นตัวใหญ่และแทนที่ตัวอักษรตำแหน่งที่ i ของครึ่งหลังด้วยสัญลักษณ์ Δ

สำหรับการไม่ยอมรับของสายอักขระที่ตรวจสอบเกิดขึ้นได้โดย

1. สายอักขระมีความยาวเป็นจำนวนคี่ซึ่งจะถูกปฏิเสธจากขั้นตอนที่ 1

2. ถ้าสายอักขระเป็นจำนวนคู่แต่สายอักขระครึ่งแรกและครึ่งหลังไม่ตรงกันในตำแหน่งที่ i ใด ๆ ซึ่งจะตรวจสอบได้จากขั้นตอนที่สอง

จากแนวคิดนี้จะสามารถนิยามทีเอ็ม T ที่ต้องการ และใช้ตัวอักษร A และ B เป็นตัวอักษรบนเทปที่เพิ่มเข้ามา ได้ดังนี้

$T = (Q, \Sigma, \Gamma, q_0, \delta)$ โดยที่

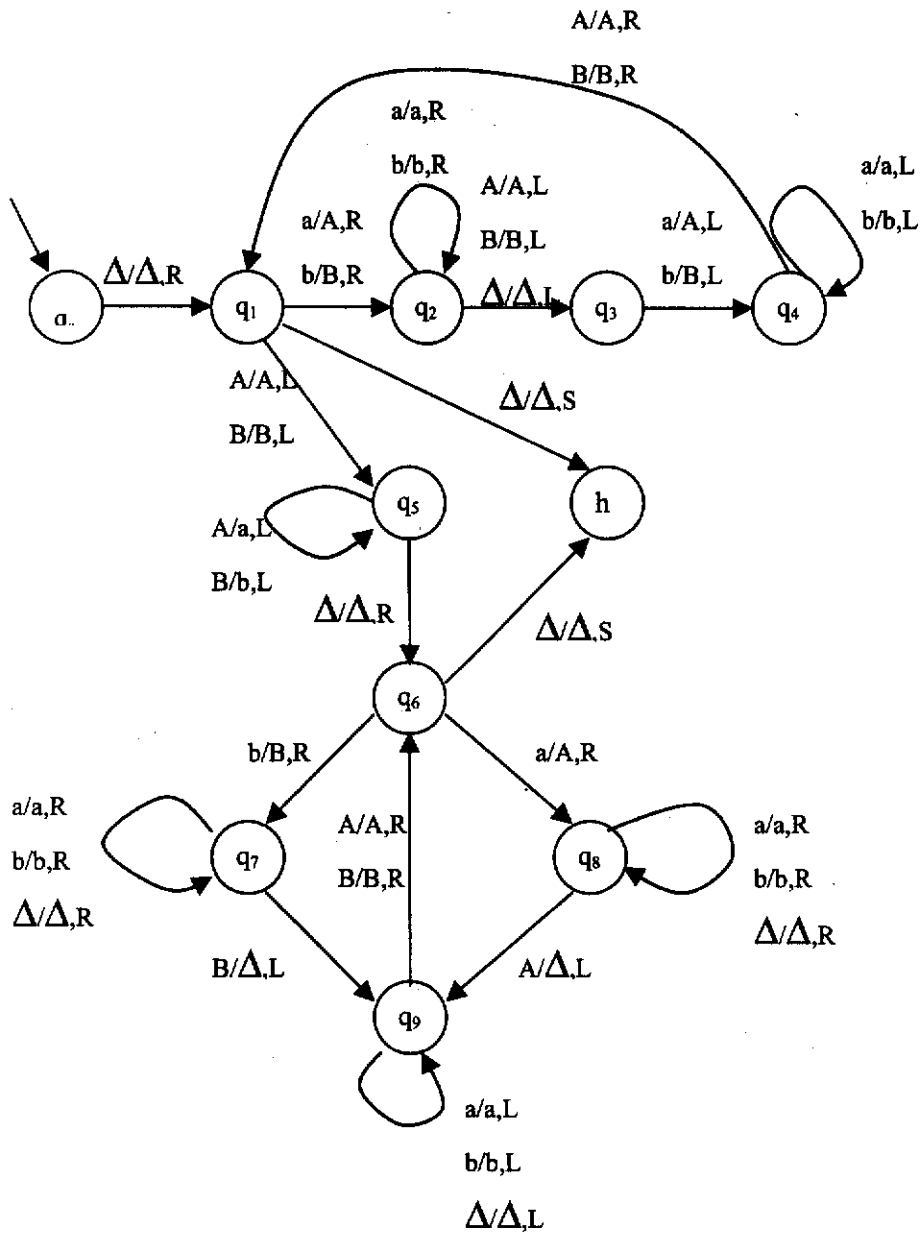
$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7, q_8, q_9\}$ และให้ h เป็นสถานะหยุดของทีเอ็ม

$\Sigma = \{a, b\}$

$\Gamma = \{a, b, A, B\}$

q_0 สถานะเริ่มต้น

δ ฟังก์ชันการผ่านโดยแสดงได้เป็นแผนภาพการผ่านได้ดังนี้


A/A,R
B/B,R
a/a,R
b/b,R
A/A,L
B/B,L
a/A,R
b/B,R
a/A,L
b/B,L
a/a,L
b/b,L
Δ/Δ,R
Δ/Δ,L
A/A,L
B/B,L
Δ/Δ,S
A/a,L
B/b,L
Δ/Δ,R
Δ/Δ,S
b/B,R
a/A,R
a/a,R
b/b,R
Δ/Δ,R
A/A,R
B/B,R
a/a,R
b/b,R
Δ/Δ,R
B/Δ,L
A/Δ,L
a/a,L
b/b,L
Δ/Δ,L
q1
q2
q3
q4
q5
q6
q7
q8
q9
h

สำหรับวิธีการตรวจสอบสายอักขระว่าเป็นคำในภาษาหรือไม่จะทำได้โดยการใช้การกำหนดโครงแบบดังนี้

พิจารณาว่า x_1 = bab

$(q_0, \underline{\Delta}bab\Delta) \vdash (q_1, \Delta\underline{b}ab\Delta) \vdash (q_2, \Delta B\underline{a}b\Delta)$
$\vdash (q_2, \Delta Ba\underline{b}\Delta) \vdash (q_2, \Delta Bab\underline{\Delta})$
$\vdash (q_3, \Delta Ba\underline{b}\Delta) \vdash (q_4, \Delta B\underline{a}B\Delta)$
$\vdash (q_4, \Delta\underline{B}aB\Delta) \vdash (q_1, \Delta Ba\underline{B}\Delta)$
$\vdash (q_2, \Delta BA\underline{B}\Delta) \vdash (q_3, \Delta B\underline{A}B\Delta)$

(เครื่องพังทำให้ไม่ยอมรับสายอักขระดังกล่าว)

พิจารณาว่า x_2 = baba

$(q_0, \underline{\Delta}baba) \vdash (q_1, \Delta\underline{b}aba\Delta) \vdash (q_2, \Delta B\underline{a}ba\Delta)$
$\vdash (q_2, \Delta Ba\underline{b}a\Delta) \vdash (q_2, \Delta Bab\underline{a}\Delta)$
$\vdash (q_2, \Delta Baba\underline{\Delta}) \vdash (q_3, \Delta Bab\underline{a}\Delta)$
$\vdash (q_4, \Delta Ba\underline{b}A\Delta) \vdash (q_4, \Delta B\underline{a}bA\Delta)$
$\vdash (q_4, \Delta\underline{B}abA\Delta) \vdash (q_1, \Delta Ba\underline{b}A\Delta)$
$\vdash (q_2, \Delta BA\underline{b}A\Delta) \vdash (q_2, \Delta BAb\underline{A}\Delta)$
$\vdash (q_3, \Delta BA\underline{b}A\Delta) \vdash (q_4, \Delta B\underline{A}BA\Delta)$
$\vdash (q_1, \Delta BA\underline{B}A\Delta) \vdash (q_5, \Delta B\underline{A}BA\Delta)$
$\vdash (q_5, \Delta\underline{B}aBA\Delta) \vdash (q_5, \underline{\Delta}baBA\Delta)$
$\vdash (q_6, \Delta\underline{b}aBA\Delta) \vdash (q_7, \Delta B\underline{a}BA\Delta)$
$\vdash (q_7, \Delta Ba\underline{B}A\Delta) \vdash (q_9, \Delta B\underline{a}\Delta A\Delta)$
$\vdash (q_9, \Delta\underline{B}a\Delta A\Delta) \vdash (q_6, \Delta B\underline{a}\Delta A\Delta)$
$\vdash (q_8, \Delta BA\underline{\Delta}A\Delta) \vdash (q_8, \Delta BA\Delta\underline{A}\Delta)$
$\vdash (q_9, \Delta BA\underline{\Delta}\Delta\Delta) \vdash (q_9, \Delta B\underline{A}\Delta\Delta\Delta)$
$\vdash (q_6, \Delta BA\underline{\Delta}\Delta\Delta) \vdash (h, \Delta BA\underline{\Delta}\Delta\Delta)$ (ยอมรับ)

พิจารณาว่า x_3 = babb

$(q_0, \underline{\Delta}babb)$ $\vdash$ $(q_1, \Delta\underline{b}abb\Delta)$ $\vdash$ $(q_2, \Delta B\underline{a}bb\Delta)$

$\vdash$ $(q_2, \Delta Ba\underline{b}b\Delta)$ $\vdash$ $(q_2, \Delta Bab\underline{b}\Delta)$

$\vdash$ $(q_2, \Delta Babb\underline{\Delta})$ $\vdash$ $(q_3, \Delta Bab\underline{b}\Delta)$

$\vdash$ $(q_4, \Delta Ba\underline{b}B\Delta)$ $\vdash$ $(q_4, \Delta B\underline{a}bB\Delta)$

$\vdash$ $(q_4, \Delta\underline{B}abB\Delta)$ $\vdash$ $(q_1, \Delta B\underline{a}bB\Delta)$

$\vdash$ $(q_2, \Delta BA\underline{b}B\Delta)$ $\vdash$ $(q_2, \Delta BAb\underline{B}\Delta)$

$\vdash$ $(q_3, \Delta BA\underline{b}B\Delta)$ $\vdash$ $(q_4, \Delta B\underline{A}BB\Delta)$

$\vdash$ $(q_1, \Delta BA\underline{B}B\Delta)$ $\vdash$ $(q_5, \Delta B\underline{A}BB\Delta)$

$\vdash$ $(q_5, \Delta\underline{B}aBB\Delta)$ $\vdash$ $(q_5, \underline{\Delta}baBB\Delta)$

$\vdash$ $(q_6, \Delta\underline{b}aBB\Delta)$ $\vdash$ $(q_7, \Delta B\underline{a}BB\Delta)$

$\vdash$ $(q_7, \Delta Ba\underline{B}B\Delta)$ $\vdash$ $(q_9, \Delta B\underline{a}\Delta B\Delta)$

$\vdash$ $(q_9, \Delta\underline{B}a\Delta B\Delta)$ $\vdash$ $(q_6, \Delta B\underline{a}\Delta B\Delta)$

$\vdash$ $(q_8, \Delta BA\underline{\Delta}B\Delta)$ $\vdash$ $(q_8, \Delta BA\Delta\underline{B}\Delta)$

(เครื่องพังทำให้ไม่ยอมรับสายอักขระดังกล่าว)

■

จากที่กล่าวแล้วข้างต้นว่าทีเอ็มเป็นเครื่องหรือตัวแบบที่คล้ายกับเอฟเอ แต่จะมีความสามารถมากกว่า ซึ่งหมายความว่าถ้ามีภาษาใดที่สามารถนิยามด้วยเอฟเอได้ก็จะต้องสามารถนิยามได้ด้วยทีเอ็มเช่นกัน รายละเอียดต่าง ๆ จะแสดงให้เห็นด้วยทฤษฎีบทต่อไปนี้

ทฤษฎีบทที่ 8.1

ถ้า L เป็นภาษาปกติ (Regular Language) ใดๆ จะได้ว่าจะมีเครื่องทัวริงที่ยอมรับภาษา L

■

<u>พิสูจน์</u> (โดยใช้ขั้นตอนวิธีการสร้างเสริม)

เนื่องจาก L เป็นภาษาปกติ

ดังนั้น จะมี FA_1 เป็นเอฟเอ ที่ยอมรับภาษา L

จะแปลง FA_1 ให้อยู่ในรูปของทีเอ็ม ที่ยอมรับ L ได้โดย

1. จะเปลี่ยนการกำหนดสัญลักษณ์บนเส้นเชื่อมของเอฟเอจาก a ใด ๆ $a \in \Sigma$ ที่ถูกเขียนกำกับอยู่บนเส้นเชื่อมเดิมไปเป็นสัญลักษณ์ในรูปแบบของทีเอ็ม โดยเขียนได้เป็น (a /a , R)

2. สร้างสถานะเริ่มต้นใหม่ที่มีการกำหนดเส้นเชื่อมไปยังสถานะเริ่มต้นเดิมโดยกำหนดสัญลักษณ์บนเส้นเชื่อมเป็น (Δ/Δ,R)

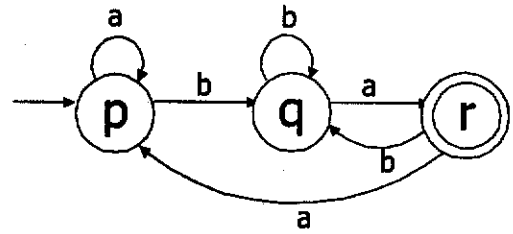
3. สร้างสถานะ h (halt) ซึ่งเป็นสถานะสิ้นสุด และกำหนดเส้นเชื่อมจากสถานะสิ้นสุดเดิมไปยังสถานะ h ดังกล่าว โดยกำหนดสัญลักษณ์บนเส้นเชื่อมเป็น (Δ/Δ, S)

สำหรับการตรวจสอบคำของทีเอ็มที่ได้จากการแปลงมาจากเอฟเอนั้น จะเริ่มต้นจากการอ่านสัญลักษณ์ Δ ก่อนหน้าอักขระตัวแรกของสายอักขระรับเข้าที่จะทำการตรวจสอบ จากนั้นการอ่านสายอักขระรับเข้า จะมีการเคลื่อนที่จากสถานะหนึ่งไปยังอีกสถานะหนึ่ง ซึ่งเส้นทางเดินจะเหมือนในเอฟเอ เมื่อมาถึงจุดสิ้นสุดของสายอักขระ ถ้าไม่ได้อยู่ในสถานะของทีเอ็ม ที่สอดคล้องกับสถานะสิ้นสุดของเอฟเอคำนั้นจะไม่ถูกยอมรับ แต่ถ้าอยู่ในสถานะที่สอดคล้อง จะทำการอ่าน Δ ในช่องถัดไป และเดินทางไปตามเส้นเชื่อม ที่เขียนกำกับด้วย (Δ/Δ , S) เพื่อไปยังสถานะ h (halt) ซึ่งถือเป็นการยอมรับคำของทีเอ็ม และการยอมรับดังกล่าวจะเหมือนกับการยอมรับคำในเอฟเอนั่นเอง

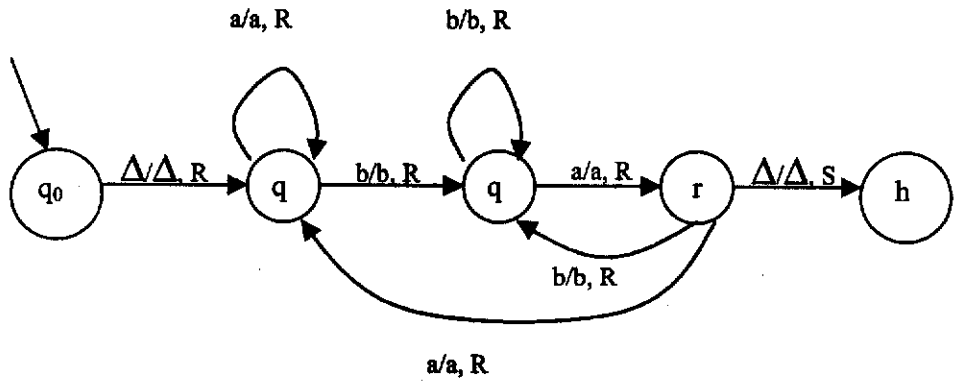
■

ตัวอย่างที่ 8.4

จงแปลงเอฟเอต่อไปนี้เป็นทีเอ็ม



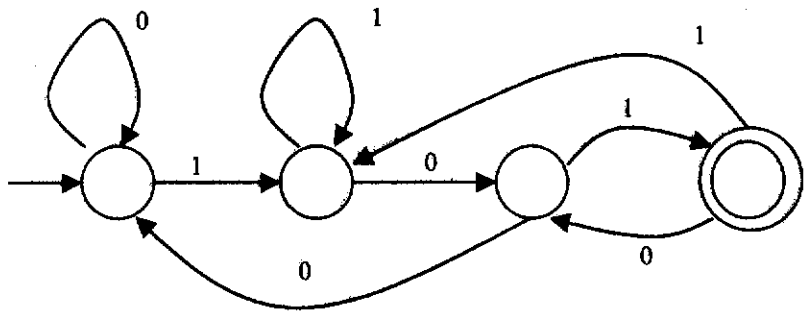
จากเอฟเอดังกล่าว สามารถใช้ขั้นตอนวิธีจากทฤษฎีบทที่ 8.1 แปลงเป็นทีเอ็มได้ดังนี้



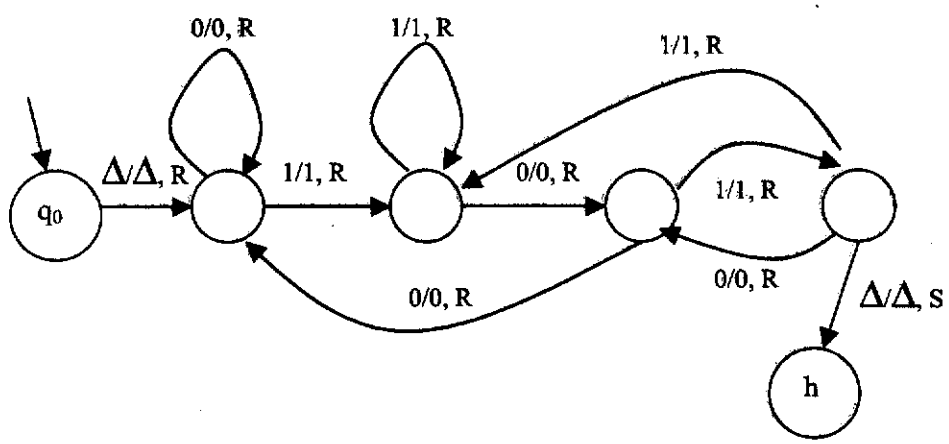
■

ตัวอย่างที่ 8.5

L = {x ∈ {0, 1}* | x ลงท้ายด้วย 101} จงสร้างทีเอ็มเพื่อนิยามภาษาดังกล่าว จากภาษานี้สามารถสร้างเป็นเอฟเอได้ดังแผยภาพการผ่านต่อไปนี้



และจากเอฟเอดังกล่าว สามารถใช้ขั้นตอนวิธีจากทฤษฎีบทที่ 8.1 แปลงเป็นทีเอ็มได้ดังนี้



■

แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 8

1. จากเครื่องทัวริง T ที่นิยามภาษา L ดังต่อไปนี้

T = (Q, Σ, Γ, q_0, δ) โดยที่

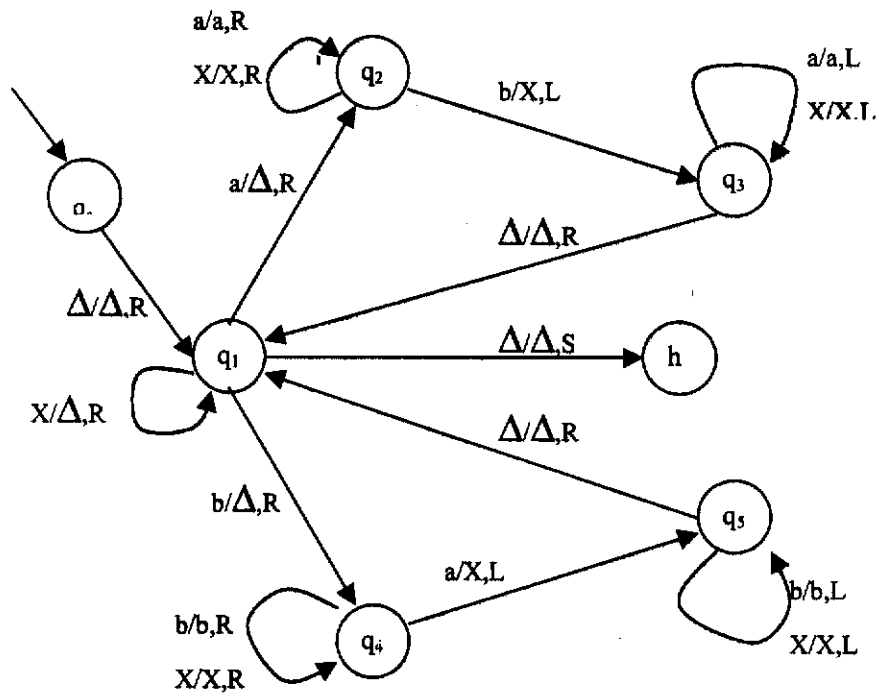
Q = { q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6} และให้ h เป็นสถานะหยุดของทีเอ็ม

Σ = {a, b}

Γ = {a, b, X}

q_0 สถานะเริ่มต้น

δ ฟังก์ชันการผ่านโดยแสดงได้เป็นแผนภาพการผ่านได้ดังนี้



จงหาว่าสายอักขระในแต่ละข้อต่อไปนี้มีสายอักขระใดบ้างที่สามารถถูกยอมรับโดยเครื่องทีเอ็มดังกล่าว

1.1	abaabbab	1.3	ababaaab	1.5	ababab
1.2	babbbaab	1.4	babbaabb	1.6	bababa

2. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j \mid i < j \}$, $\sum = \{a, b\}$

3. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j \mid i > j \}$, $\sum = \{a, b\}$

4. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid$ จำนวนของ 0 ใน x เท่ากับจำนวนของ 1 ใน x $\}$,

$\sum = \{0, 1\}$

5. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j c^k d^l \mid (i + j > k + i)$ and $(i, j,$ and $k > 0) \}$,

$\sum = \{a, b, c, d\}$

6. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^n b^n c^n \mid n \geq 0 \}$, $\sum = \{a, b, c\}$

7. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j c^k \mid i = 2k \}$, $\sum = \{a, b, c\}$

8. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^m b^{m+n} c^n \mid m \geq 3,$ and $n \geq 0\}$; โดยที่ $\Sigma = \{a,b,c\}$

9. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ x \in \{a,b\}^* \mid$ จำนวนของ a ใน x เท่ากับจำนวนของ b ใน x $\}$

10. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ x \in \{a,b,c\}^* \mid$ จำนวนของ a ใน x เท่ากับจำนวนของ c ใน x $\}$

11. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j c^k d^l \mid i + j > k + l \}$, $\sum = \{a, b, c, d\}$

12. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j c^k \mid j = i + k \}$, $\sum = \{a, b, c\}$

13. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j c^k \mid i, j, k > 0 \text{ and } i + j \geq k \}$

โดยที่ $\sum = \{a,b,c\}$

14. จงเขียนแผนภาพการผ่านของเครื่องทัวริง DTM (Deterministic Turing Machine) ที่ยอมรับภาษา L ต่อไปนี้

$L = \{ a^i b^j c^k \mid i \geq j \geq k > 1 \}$ โดยที่ $\sum = \{a,b,c\}$