บทที่2

ภาษาปกติ

(Regular Language)

ภาษาที่จะศึกษาในเนื้อหาวิชานี้สามารถพิจารณาแบ่งได้เป็นภาษาปกติ (Regular Language) และภาษาไม่ปกติ (Non-regular Language) โดยในบทนี้จะได้กล่าวถึงภาษาปกติตลอดจนการนำเอาวิธีการนิยามภาษาปกติเพื่อให้สามารถอ้างถึงได้อย่างชัดเจนไม่คลุมเครือ ซึ่งวิธีที่ใช้นิยามคือ นิพจน์ปกติ (Regular Expression) นั่นเอง

2.1 นิพจน์ปกติ (Regular Expression)

พิจารณาการนิยามภาษาต่อไปนี้

L_1 = { x , xx , xxx , ... }

L_2 = { xxx , xxxx , xxxxxxxx , xxxxxxxxxxxxx , ... }

จากการนิยามภาษา L_1 นั้น สามารถเข้าใจได้ไม่ยากว่า คำอะไรบ้างที่อยู่ใน L_1 แต่ต้องใช้ความพยายามมากในการเข้าใจภาษา L_2 หรืออาจจะไม่ทราบเลยว่าภาษา L_2 นั้นนิยามภาษาอะไร ดังนั้นจะต้องมีวิธีในการนิยามภาษาที่ชัดเจน ไม่คลุมเครือ ซึ่งจะสร้างสัญลักษณ์ที่ใช้ในการนิยามภาษาขึ้นมาใหม่ เรียกว่า นิพจน์ปกติ (regular expression) โดยภาษาที่สามารถถูกนิยามได้ด้วยนิพจน์ปกติจะเรียกว่า ภาษาปกติ (regular language)

ถ้าให้ S = { x }

ดังนั้น $S^* = \{ x \}^* = \{ \Lambda , x , xx , xxx , xxxx , \ldots \} = L_3$

นอกจากจะใช้ * กับเซตของคำแล้ว ยังสามารถใช้ * กับสัญลักษณ์ได้โดยตรงด้วยเช่น

x^* จะมีค่าเท่ากับ Λ หรือ x หรือ xx หรือ xxx หรือ xxxx ...

นั่นคือ x^* เป็นสายอักขระของ x โดยที่ไม่ได้กำหนดว่า x จะมีจำนวนเท่าใด

ดังนั้นจะสามารถเขียนได้ว่า

L_3 = ภาษา (x^*)

สามารถนิยาม L_3 แบบนี้ได้เนื่องจาก x^* เป็นคำใดๆ ที่อยู่ใน L_3

ถ้าให้ Σ = { a , b }

และ L = { a , ab , abb , abbb , abbbb , ... }

จะเห็นว่า L นิยามภาษาของ "คำทุกคำที่ขึ้นต้นด้วย a หนึ่งตัว ตามด้วย b กี่ตัวก็ได้ หรือไม่มี b เลยก็ได้" ซึ่งสามารถใช้ความรู้ที่ผ่านมานิยามภาษา L ได้อีกวิธีหนึ่งคือ

L = ภาษา(ab^*)

การนิยามภาษาดังกล่าวนี้ ให้ความหมายชัดเจน แต่ควรต้องระวังในการเขียน (ab^*) กับ $(ab)^*$ ซึ่งทั้งคู่ให้ความหมายต่างกัน

$(ab)^*$ จะมีค่าเท่ากับ Λ หรือ ab หรือ abab หรือ ababab ...

ตัวอย่างที่ 2.1

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

ให้ L เป็นภาษาจาก Σ โดยที่ L เป็นภาษาของคำทุกคำที่มีความยาวอย่างน้อย 2 โดยเริ่มต้นและลงท้ายด้วย a และอาจมี b (กี่ตัวก็ได้) หรือไม่มี b อยู่ตรงกลางก็ได้

สามารถนิยามภาษา L โดยใช้ * ได้ดังนี้

L = ภาษา (ab^*a) = { aa , aba , abba , abbba , abbbba , ... }

■

ตัวอย่างที่ 2.2

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

นิพจน์ a^*b^* ประกอบด้วยทุกๆ สายอักขระ ของ a และ b ที่ซึ่ง a ทุกตัว (กรณีมี a) จะมาก่อน b ทุกตัว (กรณีมี b) นั่นคือ

ภาษา(a^*b^*) = { Λ , a , b , aa , ab , bb , aaa , aab , abb, bbb, aaaa , ... }

สังเกตุว่า ba และ aba ไม่ได้อยู่ในภาษานี้ นอกจากนี้คำที่อยู่ในภาษานี้ไม่จำเป็นต้องมีจำนวนของ a เท่ากับ b จะเห็นได้ว่า

$$a^*b^* \neq (ab)^*$$

เนื่องจากภาษาที่นิยามด้วยนิพจน์ทางขวา จะประกอบด้วยคำ abab ซึ่งภาษาที่นิยามด้วยนิพจน์ทางซ้ายไม่มี

■

ตัวอย่างที่ 2.3

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

พิจารณานิพจน์ $x(xx)^*$ กับ $(xx)^*x$ จะพบว่า นิพจน์ทั้งคู่นี้นิยามภาษาเดียวกัน คือ ภาษาของคำทุกคำที่ประกอบด้วย x เป็นจำนวนคี่ แต่ภาษาที่นิยามด้วยนิพจน์ x^*xx^* จะไม่ใช่ภาษาของคำทุกคำที่ประกอบด้วย x เป็นจำนวนคี่ เพราะว่าคำ (xx)x(x) ก็อยู่ในภาษานี้ด้วย

■

ตัวอย่างที่ 2.4

ให้ $\Sigma = \{ a , b , c \}$

$T = \{ a , c , ab , cb , abb , cbb , abbb , cbbb , abbbb , cbbbb , \ldots \}$

คำทุกคำที่อยู่ใน T จะขึ้นต้นด้วย a หรือ c อย่างใดอย่างหนึ่งจำนวน 1 ตัว จากนั้นจะตามด้วย b กี่ตัวก็ได้ หรือไม่ตามด้วย b ก็ได้ สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

T = ภาษา($(a+c)b^*$)

เครื่องหมาย "+" ในที่นี้จะแทนด้วย "หรือ" ซึ่งต้องเลือกระหว่าง a กับ c ว่าตัวใดจะเป็นสัญลักษณ์ตัวแรกของคำ จากนั้นก็เลือกว่าจะตามด้วย b อีกกี่ตัว หรือสามารถนิยาม T ได้อีก

วิธีหนึ่งคือ T = ภาษา ($ab^* + cb^*$)

■

ตัวอย่างที่ 2.5

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

$L = \{ aaa, aab , aba , abb , baa , bab , bba , bbb \}$

จะเห็นว่าสัญลักษณ์ตัวแรกของคำใน L จะเป็น a หรือ b ก็ได้ ส่วนสัญลักษณ์ตัวที่สองและสามก็ทำนองเดียวกันคือ จะเป็น a หรือ b ก็ได้ ดังนั้นจะสามารถเขียนได้ว่า

L = ภาษา($(a+b)(a+b)(a+b)$)

ถ้าต้องการคำที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ a และ b ที่มีความยาวใดๆ สามารถเขียนแทนได้ด้วย $(a+b)^*$ แต่ถ้าต้องการคำที่มีขนาดความยาวแน่นอน จะสามารถนำเอา $(a+b)^*$ มาพิจารณาได้โดยทำการระบุจำนวนความยาวที่ชัดเจนลงไปแทน * เช่นถ้าต้องการคำที่เป็นไปได้ทั้งหมดของ a และ b ที่มีความยาว 5 นั่นคือ จะพิจารณาจาก $(a+b)^*$ ได้เป็น

$(a+b)^5 = (a+b)\ (a+b)\ (a+b)\ (a+b)\ (a+b)$

จะได้มีการใช้ประโยชน์จากนิพจน์ $(a+b)^*$ นี้บ่อยครั้งตัวอย่างเช่น

สามารถอธิบายคำทุกคำที่ขึ้นต้นด้วย a ได้ว่า $a(a+b)^*$

หรือ อธิบายคำทุกคำที่ขึ้นต้นด้วย a และลงท้ายด้วย b ได้ว่า $a(a+b)^*b$

หรือ อธิบายคำทุกคำที่ประกอบด้วย a อย่างน้อย 1 ตัว ได้ว่า $(a+b)^*a(a+b)^*$

■

ตัวอย่างที่ 2.6

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

L = ภาษา($(a+b)^*a(a+b)^*a(a+b)^*$)

L เป็นภาษาของคำที่ประกอบด้วย a อย่างน้อย 2 ตัว นอกจากนี้จะสามารถนิยาม L ได้อีกวิธีหนึ่งคือ

L = ภาษา($b^*ab^*a(a+b)^*$)

สามารถเขียนได้ว่า

$$(a+b)^*a(a+b)^*a(a+b)^* = b^*ab^*a(a+b)^*$$

โดยเครื่องหมายเท่ากับนี้หมายถึง การสมมูลกันของนิพจน์ทั้งสอง ซึ่งหมายความว่านิพจน์ทั้งสองนี้อธิบายภาษาเดียวกัน ยังสามารถนิยามภาษา L ได้อีกหลายวิธี เช่น

L = ภาษา($(a+b)^*ab^*ab^*$) หรือ

L = ภาษา($b^*a(a+b)^*ab^*$)

แต่ถ้าต้องการนิยามภาษาของคำทุกคำที่ประกอบด้วย a แค่ 2 ตัวเท่านั้น สามารถอธิบายได้ด้วยนิพจน์ $b^*ab^*ab^*$

■

ตัวอย่างที่ 2.7

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

L = ภาษา($(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^* + (a+b)^*b(a+b)^*a(a+b)^*$)

L เป็นภาษาของคำทุกคำที่ประกอบด้วย a อย่างน้อย 1 ตัว และ b อย่างน้อย 1 ตัว นิพจน์ $(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^*$ แสดงถึงการที่ a มาก่อน b ซึ่งคำ ba และ bbaaaa จะไม่รวมอยู่ในเซตนี้ แต่ว่าภาษา L ต้องการ a มาก่อน b หรือ b มาก่อน a ก็ได้ ดังนั้นจึงต้องรวมนิพจน์ $(a+b)^*b(a+b)^*a(a+b)^*$ เข้าไว้ด้วย นอกจากนี้ยังสามารถนิยามภาษา L ได้อีกวิธีหนึ่งคือ

L = ภาษา($(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^* + bb^*aa^*$)

เนื่องจากทราบว่าการนิยามภาษาโดยใช้นิพจน์ $(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^*$ นั้นไม่เพียงพอในการนิยาม L ซึ่งคำที่ขาดหายไปก็คือคำที่ได้มาจากนิพจน์ bb^*aa^* ดังนั้นสามารถกล่าวได้ว่า

$$(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^* + (a+b)^*b(a+b)^*a(a+b)^* = (a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^* + bb^*aa^*$$

■

สำหรับภาษา $(a+b)^*$ นี้จะสามารถนิยามได้อีกวิธีหนึ่งคือ

$$(a+b)^* = (a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^* + bb^*aa^* + a^* + b^*$$

เนื่องจากทราบว่านิพจน์ $(a+b)^*a(a+b)^*b(a+b)^* + bb^*aa^*$ นิยามภาษาของคำทุกคำที่ประกอบด้วย a อย่างน้อย 1 ตัว และ b อย่างน้อย 1 ตัว ซึ่งคำที่ขาดหายไปในการนิยามภาษา $(a+b)^*$ ก็คือ Λ และคำที่ประกอบด้วย a อย่างเดียว และคำที่ประกอบด้วย b อย่างเดียว ซึ่งจะได้คำเหล่านี้จาก a^* และ b^* นอกจากนี้สามารถนิยามภาษา $(a+b)^*$ ได้อีกหลายวิธีเช่น

$$(a+b)^* = (a+b)^* + (a+b)^*$$
$$(a+b)^* = a(a+b)^* + b(a+b)^* + \Lambda$$
$$(a+b)^* = (a+b)^*ab(a+b)^* + b^*a^*$$
$$(a+b)^* = (a+b^*)^*$$
$$(a+b)^* = (a^*b^*)^*$$

ตัวอย่างที่ 2.8

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

L = { abba , baaa , bbbb }

สามารถนิยาม L ได้อีกวิธีหนึ่งคือ

L = ภาษา(abba + baaa + bbbb)

■

<u>บทนิยามที่ 2.1</u>

ให้ Σ เป็นชุดตัวอักษร

นิพจน์ปกติสามารถถูกนิยามโดยวิธีรีเคอร์ซีพ ได้ดังนี้

กฎ1 : Λ และ สัญลักษณ์ทุกตัวจาก Σ เป็นนิพจน์ปกติ

กฎ2 : ถ้า r_1 และ r_2 เป็นนิพจน์ปกติ

จะได้ว่า (r_1) , r_1r_2 , $r_1 + r_2$, r_1^* จะเป็นนิพจน์ปกติด้วย

กฎ3 : ไม่มีสมาชิกอื่นใดที่เป็นนิพจน์ปกติยกเว้นสมาชิกที่สร้างมาจากกฎข้อ 1 และ 2 เท่านั้น

■

<u>หมายเหตุ</u> : $r_1^+ = r_1r_1^*$

<u>บทนิยามที่ 2.2</u>

ถ้า S และ T เป็นเซตของ สายอักขระ ที่ซึ่งอาจเป็นเซตจำกัดหรือไม่จำกัดก็ได้ จะได้ว่า ST = { xy โดยที่ $x \in S$ และ $y \in T$ }

■

ตัวอย่างที่ 2.9

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

ถ้า S = { a , bb , bab } และ T = { a , ab }

จะได้ว่า ST = { aa , aab , bba , bbab , baba , babab }

■

ตัวอย่างที่ 2.10

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

ถ้า S = { Λ , a , aa }

T = { Λ , b , bb , bbb , bbbb , ... }

จะได้ว่า ST = { Λ , b , bb , bbb , bbbb , ...

a , ab , abb , abbb , abbbb , ...

aa , aab , aabb , aabbb , aabbbb , ... }

ถ้าเขียนให้อยู่ในรูปนิพจน์ปกติ จะได้ว่า

S = ภาษา($\Lambda + a + aa$)

T = ภาษา(b^*)

ดังนั้น ST = ภาษา($b^* + ab^* + aab^*$)

■

<u>บทนิยามที่ 2.3</u>

ภาษาที่เกิดจากนิพจน์ปกติใดๆ สามารถถูกนิยามโดยวิธีรีเคอร์ซีพได้ดังนี้

กฎ1 : ถ้า a เป็นนิพจน์ปกติ ที่เป็นสัญลักษณ์ตัวเดียว จะได้ว่า ภาษาที่เกิดจาก a คือ { a } และภาษาที่เกิดจาก Λ คือ { Λ }

กฎ2 : ถ้า L_1 เป็นภาษาที่เกิดจาก นิพจน์ปกติ r_1 และ L_2 เป็นภาษาที่เกิดจาก นิพจน์ปกติ r_2 จะได้ว่า

(i) ภาษาที่เกิดจาก นิพจน์ปกติ $(r_1)(r_2)$ คือ L_1L_2

หรือ ภาษา $(r_1r_2) = L_1L_2$

(ii) ภาษาที่เกิดจาก นิพจน์ปกติ $r_1 + r_2$ คือ $L_1 + L_2$

หรือ ภาษา $(r_1 + r_2) = L_1 + L_2$

(iii) ภาษาที่เกิดจาก นิพจน์ปกติ $(r_1)^*$ คือ L_1^*

หรือ ภาษา $(r_1^*) = L_1^*$

กฎ3 : ไม่มีสมาชิกอื่นใดที่เป็นภาษาที่เกิดจากนิพจน์ปกติ ยกเว้นสมาชิกที่สร้างมาจากกฎข้อ 1 และ 2 เท่านั้น

■

จะเห็นว่าขณะที่สร้างนิพจน์ปกติจะได้ภาษาที่สอดคล้องกันทันที ไม่จำเป็นว่าทุก ๆภาษาในโลกนี้จะสามารถถูกนิยามได้ด้วยนิพจน์ปกติในบทต่อๆ ไปจะพบว่า มีบางภาษาที่ไม่สามารถถูกนิยามได้ด้วยนิพจน์ปกติ

แต่ถ้า L เป็นภาษาจำกัด (finite language) จะได้ว่า L สามารถถูกนิยามได้ด้วยนิพจน์ปกติเสมอ ตัวอย่างเช่น

$L_1 = \{ \Lambda , aa , ab , ba , bb \}$

ภาษา L_1 สามารถถูกนิยามได้ด้วยนิพจน์ปกติ

Λ + aa + ab + ba + bb

ตัวอย่างที่ 2.11

ให้ $\Sigma = \{a , b\}$

$r = (a+b)^*(aa + bb)(a+b)^*$

r เป็นนิพจน์ปกติที่อธิบายถึงคำทุกคำที่ประกอบด้วยคู่ของ a หรือคู่ของ b แต่ถ้าสนใจคำทุกคำที่ไม่ประกอบด้วยคู่ของ a และคู่ของ b จะได้ว่า

$r_1 = (\Lambda+b)(ab)^*(\Lambda+a)$

■

ตัวอย่างที่ 2.12

ให้ $\Sigma = \{a , b\}$

$r = (a+b)^*a(a+b)^*(a+\Lambda)(a+b)^*a(a+b)^*$

r เป็นนิพจน์ปกติ ที่อธิบายคำทุกคำที่ประกอบด้วย a อย่างน้อย 2 ตัว สามารถแยกแฟคเตอร์ของ r ได้ดังนี้

$r = (a+b)^*a(a+b)^*a(a+b)^*a\ (a+b)^* + (a+b)^*a(a+b)^*\Lambda(a+b)^*a(a+b)^*$

สังเกตุว่า $(a+b)^*\Lambda(a+b)^*$ ก็คือ $(a+b)^*$

ดังนั้น $r = (a+b)^*a(a+b)^*a(a+b)^*a\ (a+b)^* + (a+b)^*a(a+b)^*a(a+b)^*$

ซึ่งเห็นได้ชัดว่าภาษาที่เกิดจาก r ก็คือ ผลผนวก (union) ของคำทุกคำที่ประกอบด้วย a มากกว่าหรือเท่ากับ 3 ตัว กับ คำทุกคำที่ประกอบด้วย a มากกว่าหรือเท่ากับ 2ตัว แต่เนื่องจากคำทุกคำที่ประกอบด้วย a มากกว่าหรือเท่ากับ 3 ตัวก็คือคำทุกคำที่ประกอบด้วย a มากกว่าหรือเท่ากับ 2 ตัวนั่นเอง (ภาษาที่สร้างคำทุกคำที่ประกอบด้วย a มากกว่าหรือเท่ากับ 3 จะเป็นภาษาย่อย ของภาษาที่สร้างคำทุกคำที่ประกอบด้วย a มากกว่าหรือเท่ากับ 2 นั้นเอง) ดังนั้นภาษานี้จึงมีแค่ส่วนที่สองก็พอ คือ

$(a+b)^*a(a+b)^*a(a+b)^*$

■

ตัวอย่างที่ 2.13

ให้ $r_1 = (aa+ab^*)^*$

$r_2 = (aa+ab)^*$

จะได้ว่า $r_1 \neq r_2$ เนื่องจาก r_1 ประกอบด้วยคำ abbabb แต่คำนี้ไม่ได้อยู่ใน r_2 เนื่องจาก r_2 ไม่สามารถประกอบด้วยคำที่มีคู่ของ b ได้

■

ตัวอย่างที่ 2.14

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

$r = [aa + bb + (ab+ba)(aa+bb)^*(ab+ba)]^*$

r เป็นนิพจน์ปกติ ที่อธิบายถึงคำทุกคำที่มี a อยู่เป็นจำนวนคู่ และมี b อยู่เป็นจำนวนคู่ ภาษาที่ถูกนิยามโดย r จะเรียกว่า EVEN-EVEN

EVEN-EVEN = $\{\Lambda$, aa, bb, aabb, abab, abba, baab, baba, bbaa, aaaabb, aaabab, ... }

■

ตัวอย่างที่ 2.15

ให้ $\Sigma = \{ a , b \}$

$r = b^*(abb^*)^*(\Lambda+a)$

r เป็นนิพจน์ปกติ ที่อธิบายถึงคำทุกคำที่ไม่มีคู่ของ a

■

<u>แบบฝึกหัดท้ายบทที่ 2</u>

1. จากนิพจน์ปกติในแต่ละข้อที่กำหนดให้ต่อไปนี้จงหาสายอักขระ (String) ที่สั้นที่สุดที่ไม่เป็นคำในภาษาที่นิยามด้วยนิพจน์ปกติดังกล่าว

1.1) $1^*(01)^*0^*$

1.2) $(0^* + 1^*)(0^* + 1^*)(0^* + 1^*)$

1.3) $0^*(100^*)^*1^*$

1.4) $1^*(0 + 10)^*1^*$

2. จากนิพจน์ปกติ r_1 และ r_2 ที่สร้างจาก $\Sigma = \{0, 1\}$ ต่อไปนี้

$r_1 = 0^* + 1^*$ $\qquad$ $r_2 = 01^* + 10^* + 1^*0 + (0^*1)^*$

2.1) จงหาสายอักขระที่สามารถสร้างได้จาก r_1 แต่ไม่สามารถสร้างได้จาก r_2

2.2) จงหาสายอักขระที่สามารถสร้างได้จาก r_2 แต่ไม่สามารถสร้างได้จาก r_1

2.3) จงหาสายอักขระที่สามารถสร้างได้จาก r_1 และ r_2

2.4) จงหาสายอักขระที่ไม่สามารถสร้างได้จาก r_1 และ r_2

3. ให้ r_1 และ r_2 เป็นนิพจน์ปกติใด ๆ ที่สร้างจาก Σ จงหานิพจน์ปกติในรูปอย่างง่ายซึ่งนิยามภาษาเดียวกันกับนิพจน์ปกติต่อไปนี้

3.1) $(r_1 + r_2 + r_1 r_2 + r_2 r_1)^*$

3.2) $(r_1 (r_1 + r_2)^*)^+$

3.3) $r_1 (r_1^* r_1 + r_1^*) + r_1^*$

3.4) $(r_1 + \Lambda)^*$

3.5) $(r_1 + r_2)^* r_1 r_2 (r_1 + r_2)^* + r_2^* r_1^*$

4. จงหานิพจน์ปกติที่นิยามภาษาเดียวกันกับการนิยามแบบรีเคอร์ซีพต่อไปนี้

4.1) กฎ 1 : Λ อยู่ใน L

กฎ 2 : ถ้า x อยู่ใน L จะได้ว่า 001x., x11 ก็อยู่ใน L ด้วย

กฎ 3 : ไม่มีสมาชิกอื่นใดอยู่ใน L นอกจากสมาชิกที่สร้างมาจาก กฎ 1 หรือ 2 เท่านั้น

4.2) กฎ 1 : 0 อยู่ใน L

กฎ 2 : ถ้า x อยู่ใน L จะได้ว่า 001x และ 11x ก็อยู่ใน L ด้วย

กฎ 3 : ไม่มีสมาชิกอื่นใดอยู่ใน L นอกจากสมาชิกที่สร้างมาจาก กฎ 1 หรือ 2 เท่านั้น

4.3) กฎ 1 : Λ และ 0 อยู่ใน L

กฎ 2 : ถ้า x อยู่ใน L จะได้ว่า 001x และ x11 ก็อยู่ใน L ด้วย

กฎ 3 : ไม่มีสมาชิกอื่นใดอยู่ใน L นอกจากสมาชิกที่สร้างมาจาก กฎ 1 หรือ 2 เท่านั้น

5. จงหานิพจน์ปกติที่นิยามภาษาที่สร้างจาก $\{a, b\}^*$ ในแต่ละกรณีต่อไปนี้

5.1) ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ a ทั้งหมดหารด้วย 3 ลงตัว เช่น aabaabbaba

5.2) ภาษาของคำทุกคำที่<u>ไม่</u>ได้ลงท้ายด้วยคู่ของตัวอักษรที่เหมือนกัน ตัวอย่างเช่น Λ , a , aba , bba , baaab แต่ aa , babb , baa , bbb ไม่อยู่ในภาษานี้

5.3) ภาษาของคำทุกคำที่ซึ่ง a จะปรากฏอยู่ในกลุ่มของ a ที่ติดกันเป็นจำนวนคี่เสมอ (ไม่รวม Λ) เช่น babbaaaba , a , bbbb , aaa เป็นต้น

5.4) ภาษาของคำทุกคำที่ขึ้นต้นและลงท้ายด้วยคู่ของสัญลักษณ์ที่เหมือนกัน เช่น aabababb , bbbabbaa , aabaa , bbbb

6. จงหานิพจน์ปกติที่นิยามภาษาที่สร้างจาก $\{0, 1\}^*$ ในแต่ละกรณีต่อไปนี้

6.1)ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ 0 อยู่ในคำเพียงสองตัวเท่านั้น

6.2)ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ 0 อยู่ในคำอย่างน้อยสองตัว

6.3)ภาษาของคำทุกคำที่ไม่ลงท้ายด้วย 01

6.4)ภาษาของคำทุกคำที่ขึ้นต้นและลงท้ายด้วย 00 หรือ 11

6.5)ภาษาของคำทุกคำที่มีสายอักขระย่อย 00 เป็นส่วนประกอบและปรากฏอยู่ในสายอักขระเพียง 1 สายอักขระเท่านั้น (ในกรณีถ้าเป็น 000 จะถือว่ามี 00 ปรากฏอยู่ในสายอักขระ 2 สายอักขระ)

6.6)ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ 0 เป็นจำนวนคู่

6.7)ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ 1 เป็นจำนวนคี่

6.8)ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ 0 และจำนวนของ 1 เป็นจำนวนคู่

6.9)ภาษาของคำทุกคำที่มีจำนวนของ 0 และจำนวนของ 1 เป็นจำนวนคี่

6.10) ภาษาของคำทุกคำที่มีสายอักขระย่อย 00 และ 101 เป็นส่วนประกอบ

6.11) ภาษาของคำทุกคำไม่ที่มีสายอักขระย่อย 001 เป็นส่วนประกอบ

6.12) ภาษาของคำทุกคำที่มีสายอักขระย่อย 00 ตามหลัง 1 ทุกตัวที่มีอยู่ในคำ

7. จงอธิบายว่านิพจน์ปกติ(regular expression) ข้างล่างนี้ นิยามภาษาอะไร

7.1) $a(aa)^*(\Lambda + a)b + b$; $\Sigma = \{a, b\}$

7.2) $((a+b)a)^*$; $\Sigma = \{a, b\}$

7.3) $a^*ba^*ba^*(b+\Lambda)a^*$; $\Sigma = \{a, b\}$

7.4) $0^*1(0^*10^*1)^*0^*$; $\Sigma = \{0, 1\}$

7.5) $(1 + 01)^*(0 + 01)^*$; $\Sigma = \{0, 1\}$