ดังนั้น

$$\frac{\text{อัตราการผลิตโดยการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่อง}}{\text{อัตราการผลิตโดยการเพาะเลี้ยงแบบเบชท์}} = \frac{\mu_m Y_{X/S} S_o}{\dfrac{\mu_m Y_{X/S} S_o}{\ln (X/X_o) + \mu_m t_{turn}}}$$

$$= \ln (X/X_o) + \mu_m t_{turn}$$

ในทางปฏิบัติแล้วอัตราส่วนระหว่างปริมาณเซลล์สุดท้ายต่อปริมาณเซลล์เริ่มต้น หรือ X/X_o นั้น มักมีค่าประมาณ 10 หรือมากกว่า จึงทำให้อัตราการผลิตสูงสุดที่เกิดจากการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่องนั้น มีค่าอย่างน้อยที่สุดเป็น 2.3 เท่าของอัตราการผลิตสูงสุดที่ได้จากการเพาะเลี้ยงแบบเบชท์ เมื่อกำหนดให้ t_{turn} เท่ากับ 0 แต่เนื่องจาก t_{turn} มักมีค่าที่มากกว่า 0 จึงทำให้อัตราการผลิตที่ได้จากการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่องนั้นมีค่ามากกว่า 2.3 เท่าของการเพาะเลี้ยงแบบเบชท์

การจำกัดองค์ประกอบที่สำคัญต่อการเจริญของจุลินทรีย์

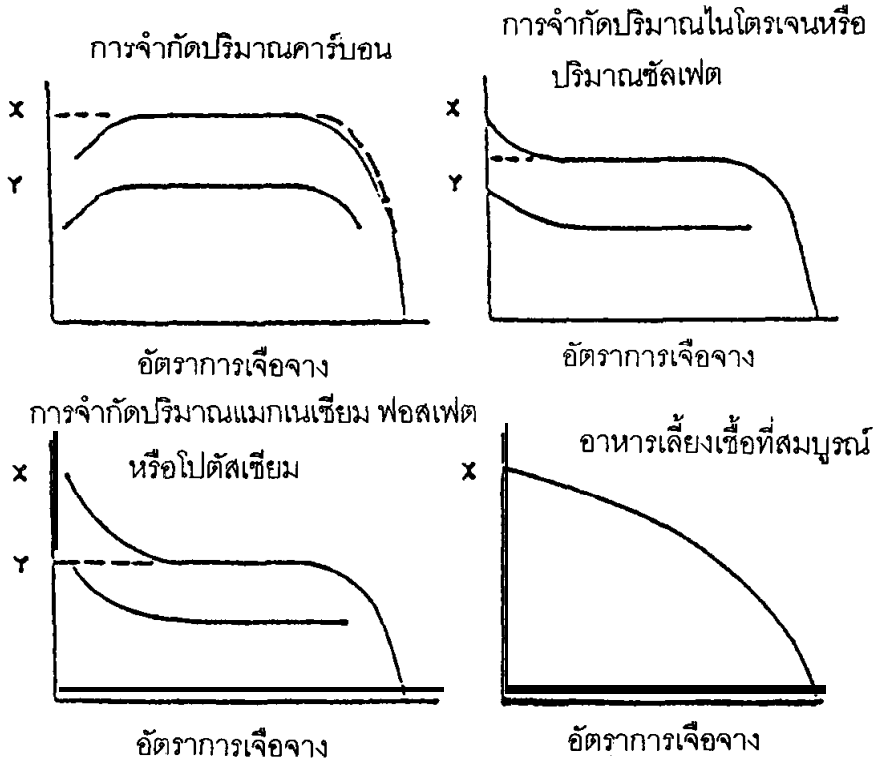
การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องมีหลายวิธี แต่ที่พบมากที่สุด คือ การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องโดยวิธีคีโมสแตท ซึ่งวิธีนี้เป็นการจำกัดองค์ประกอบของสับสเตรตที่สำคัญต่อการเจริญของจุลินทรีย์ไว้ชนิดหนึ่ง ในขณะที่สารอาหารอื่นยังคงมีอยู่ในปริมาณที่มากเพียงพอ โดยสับสเตรตที่ถูกจำกัดนี้ จะมีปริมาณจำกัดเพียงเพื่อการสร้างเซลล์เท่านั้น ทั้งนี้เพื่อการควบคุมปริมาณเชื้อจุลินทรีย์ให้คงอยู่ในระบบในปริมาณที่คงที่

ในกรณีที่แหล่งคาร์บอนเป็นสารอาหารที่จำกัดในการควบคุมระบบ เช่น การควบคุมปริมาณน้ำตาลในการผลิตเอทานอล เป็นต้น จะพบว่าที่อัตราการเจือจางต่ำๆ ปริมาณสารอาหารที่มีอยู่ยังมีปริมาณที่น้อย ดังนั้นสารอาหารส่วนใหญ่จึงถูกนำไปใช้เพื่อการยังชีพ ยังไม่มีการสร้างเซลล์ ในขณะที่อัตราการเจือจางสูงๆนั้น จะมีสารอาหารอยู่เป็นปริมาณมาก ปริมาณสารอาหารจึงถูกใช้ไปไม่หมด ทำให้เกิดสภาวะที่เรียกว่า shock load หรือกรณีที่เชื้อจุลินทรีย์มีการสร้างผลิตภัณฑ์เป็นจำนวนมาก จนอาจยับยั้งการเจริญของจุลินทรีย์ได้ เช่น การผลิตเอทานอล ซึ่งถ้ามีปริมาณเอทานอลที่มากเกินไปจะเป็นอันตรายกับเชื้อจุลินทรีย์ ทำให้ปริมาณของเซลล์ลด

ต่ำลง

สำหรับการจำกัดปริมาณไนโตรเจน หรือปริมาณซัลเฟต จะพบว่าที่อัตราการเจือจางต่ำๆ ค่า X และ $Y_{X/S}$ จะมีค่าเพิ่มขึ้น ทั้งนี้เนื่องจากปริมาณคาร์บอนที่มีอยู่เป็นปริมาณมาก แต่ขาดเพียงแหล่งไนโตรเจนหรือสารอาหารประเภทซัลเฟตนั้น จะทำให้เชื้อจุลินทรีย์นำสารอาหารเหล่านี้ไปสร้างส่วนอื่นๆ เช่น พอลิแซคคาไรด์ สารที่เป็นเมือกต่างๆ จึงทำให้มวลของเซลล์ที่ได้มีค่าเพิ่มขึ้น ทั้งที่ปริมาณของเซลล์ยังคงมีค่าที่เท่าเดิม

ส่วนการจำกัดปริมาณของสารอาหารประเภทโปตัสเซียม แมกเนเซียมหรือฟอสเฟตนั้น จะทำให้จุลินทรีย์เจริญได้ช้า เนื่องจากปริมาณอาร์เอ็นเอมีปริมาณลดลง แต่อย่างไรก็ตามเมื่อนำไปวิเคราะห์ปริมาณเซลล์แล้วจะพบว่ามีปริมาณเซลล์ที่สูงกว่าทฤษฎี



รูปที่ 18 แสดงลักษณะการเปลี่ยนแปลงเมื่อมีการจำกัดสารอาหาร โดยการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่อง

เสถียรภาพของการเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่อง

โดยธรรมชาติของการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่อง ซึ่งมีการป้อนสารอาหารพร้อมกับมีการดึงเอาน้ำหมักออกเป็นกลไกที่สามารถป้องกันการปนเปื้อนของจุลินทรีย์อื่นได้ แม้ว่าระบบดังกล่าวจะเป็นระบบเปิดที่ใช้เวลาในการเพาะเลี้ยงเชื้อที่ยาวนาน และอาจทำให้เสี่ยงต่อการปนเปื้อนจากจุลินทรีย์อื่นได้สูง โดยเฉพาะกรณีที่จุลินทรีย์ที่ปนเปื้อนมีการเจริญได้น้อยกว่าจุลินทรีย์ที่ต้องการเพาะเลี้ยงแล้ว เชื้อปนเปื้อนนั้นถูกกำจัดออกไปได้โดยไม่กระทบกระเทือนต่อระบบ ซึ่งอาจพิจารณาได้ดังนี้

กรณีที่จุลินทรีย์ปนเปื้อน Y มีอัตราการเจริญจำเพาะ (μ_Y) ที่มีค่าน้อยกว่าอัตราการเจริญจำเพาะของจุลินทรีย์ที่ต้องการ (μ_X) การควบคุมระบบจะต้องควบคุมให้อัตราการเจือจางเท่ากับ μ_X โดยมีความเข้มข้นของสารอาหารเท่ากับ S ดังแสดงในรูปที่ 19 (ก) ที่ความเข้มข้นนี้ จุลินทรีย์ปนเปื้อนจะมีอัตราการเจริญจำเพาะเป็น μ_Y ซึ่งมีค่าน้อยกว่าอัตราการเจือจางที่ควบคุม ทำให้ผลสุดท้ายจุลินทรีย์ปนเปื้อน Y จะถูกชะล้างออกไป และเมื่อพิจารณาสมดุลของจุลินทรีย์ จะพบว่า

สมดุลของมวลจุลินทรีย์

ปริมาณเชื้อปนเปื้อนที่สะสมอยู่ = ปริมาณเชื้อปนเปื้อนที่เข้ามาในระบบ + ปริมาณเชื้อปนเปื้อนที่ออกจากระบบ +ปริมาณเชื้อปนเปื้อนที่เพิ่มขึ้นจากการเจริญ

$$\frac{dY}{dt} = D\,Y_{in} - D\,Y_{out} + \mu_Y\,Y_{out}$$

เมื่อ $D\,Y_{in} = 0$ เนื่องจากระบบการป้อนอาหารเป็นแบบปราศจากเชื้อ

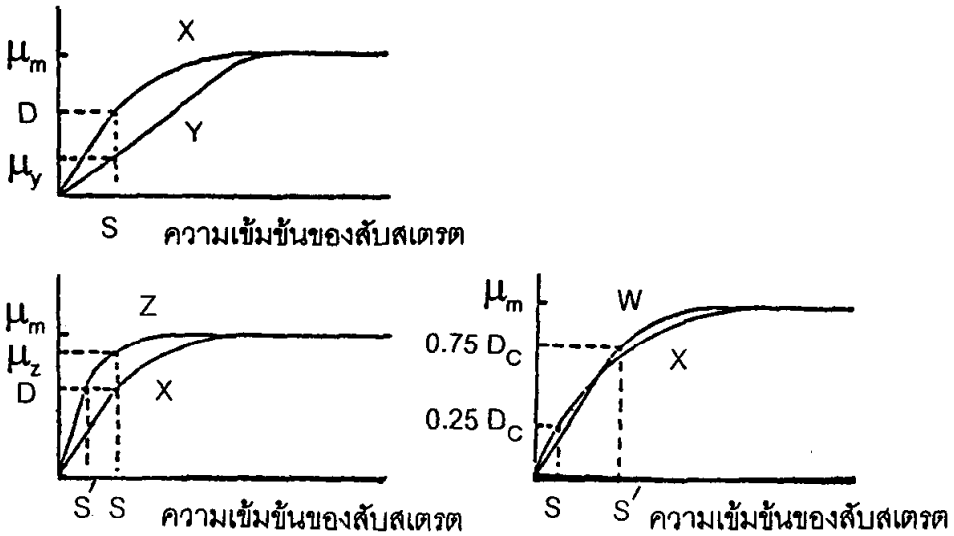
ดังนั้น $\frac{dY}{dt} = (\mu_Y - D)\,Y_{out}$

เมื่อ μ_Y มีค่าน้อยกว่าอัตราการเจือจางที่ใช้ ทำให้ (μ_Y – D) มีค่าเป็นลบ แสดงว่าจุลินทรีย์ที่ปนเปื้อนจะมีปริมาณที่ลดลง และถูกชะล้างออกไปจนหมด

กรณีที่จุลินทรีย์ปนเปื้อน Z มีอัตราการเจริญที่สูงกว่าจุลินทรีย์ที่ต้องการ โดยที่ μ_Z มีค่ามากกว่า μ_X ดังแสดงในรูปที่ 19 (ข) จะทำให้ระบบมีจุลินทรีย์ปนเปื้อนอยู่เป็นจำนวนมาก เมื่อมีการควบคุมให้อัตราการเจือจางเท่ากับ μ_X โดยมีความเข้มข้นของสารอาหารเท่ากับ S แต่เมื่อมีจุลินทรีย์ปนเปื้อน Z จะทำให้การใช้สารอาหารเพิ่มมากขึ้น จนความเข้มข้นของสารอาหารเท่ากับ S นี้ ซึ่งมีผลทำให้อัตราการเจริญจำเพาะของจุลินทรีย์ Z มีปริมาณที่ลดลงจนมีค่าเท่ากับอัตราการเจือจางที่ใช้ นั่นคือ μ_Z = D แต่เนื่องจากจุลินทรีย์ที่ต้องการมีค่า μ_X ซึ่งมีค่าต่ำกว่าอัตราการเจือจางที่ใช้ที่สภาวะที่มีสารอาหาร S นี้ จึงทำให้เชื้อจุลินทรีย์ที่ต้องการ คือ เชื้อจุลินทรีย์ X ถูกชะล้างออกจากระบบ ทำให้ระบบเสียเสถียรภาพไป

ส่วนรูปที่ 19 (ค) แสดงให้เห็นว่าการควบคุมให้มีอัตราการเจือจางเท่ากับ 0.25 D_C จะทำให้เชื้อ W ถูกชะล้าง ในขณะที่การควบคุมอัตราการเจือจางเท่ากับ 0.75 D_C เชื้อ X จะถูกชะล้าง และที่อัตราการเจือจางเป็น 0.5 D_C จะพบว่าเชื้อทั้งสองจะอยู่ในสภาพที่เสถียรในลักษณะของเชื้อผสม

กรณีที่จุลินทรีย์ปนเปื้อนมีอัตราการเจริญจำเพาะที่ต่ำกว่าอัตราการเจริญจำเพาะของจุลินทรีย์ที่ต้องการทุกๆอัตราการเจือจาง ที่อัตราการเจือจางต่ำๆจะให้เสถียรภาพของระบบที่ดีกว่าและให้ผลผลิตที่สูงได้ในระยะเวลาอันสั้น ในขณะที่อัตราการเจือจางสูงๆ ระบบจะเกิดการปนเปื้อนได้ง่ายกว่า



รูปที่ 19 แสดงการเจริญของเชื้อ (X) ในการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่อง
(เมื่อ Y Z และ W เป็นเชื้อปนเปื้อนในระหว่างการเพาะเลี้ยงเชื้อ Xที่ต้องการ)

การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องหลายถังหมัก (Multistage Continuous Culture)

การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องหลายถังหมัก เป็นการเพาะเลี้ยงที่ถังหมักแต่ละถังนั้นมีสภาวะแวดล้อมที่แตกต่างกัน เช่น กระบวนการผลิตสารทุติยภูมิ โดยการเพิ่มปริมาณของจุลินทรีย์จะเกิดขึ้นในขั้นตอนแรกของการหมัก ส่วนขั้นตอนที่สองจะเพื่อการผลิตผลิตภัณฑ์ ซึ่งทั้งสองขั้นตอนนี้ต่างต้องการชนิดและปริมาณของสารอาหาร ตลอดจนสภาพแวดล้อมของการเพาะเลี้ยงที่แตกต่างกัน

<u>การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องในระบบ CSTF(Continuous stirred-tank fermenter) กับ PFF (Plug-flow fermenter)</u>

ปริมาณสับสเตรต ปริมาณเซลล์ และปริมาณผลิตภัณฑ์ที่เกิดขึ้นในระหว่างการเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องในระบบ CSTF กับ PFF แสดงได้ดังนี้ โดยปริมาณสับสเตรต ปริมาณเซลล์ และปริมาณผลิตภัณฑ์ที่ได้จากถังหมักที่ 1 ที่เป็นลักษณะ CSTFแสดงได้ดังนี้

$$s, = \frac{KS}{\tau_m \mu_m - 1}$$

$$X_1 = Y_{X/S} \left(S_i - \frac{K_S}{\tau_m \mu_m - 1} \right)$$

$$P, = P_i + Y_{P/S} \left(S_i - \frac{K_S}{\tau_m \mu_m - 1} \right)$$

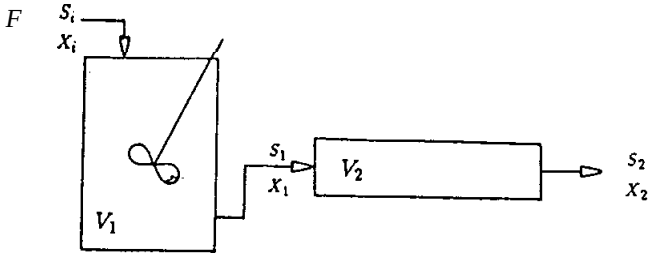
ส่วนปริมาณสับสเตรต ปริมาณเซลล์ และปริมาณผลิตภัณฑ์ที่ได้จากถังหมักที่ 2 ที่เป็นลักษณะ PFF แสดงได้ดังนี้

$$\tau_{p2} = \int_{X_1}^{X_2} \frac{dX}{r_X} = \int_{X_1}^{X_2} \frac{(K_S + S)}{S X \mu_m} dX \qquad \text{สมการที่ 59}$$

จาก $$Y_{X/S} = \frac{X_2 - X_1}{S_1 - S_2}$$

$$\tau_{P2} \mu_m = \left(\frac{K_S \; Y_{X/S}}{X_1 + S_1 Y_{X/S}} + 1 \right) \ln \frac{X_2}{X_1} + \frac{K_S Y_{X/S}}{X_1 + S_1 Y_{X/S}} \ln \frac{S,}{S_2}$$

สมการที่ 60



รูปที่ 20 แสดงการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่องในระบบ CSTF กับ PFF

<u>การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องในระบบ CSTFs</u>

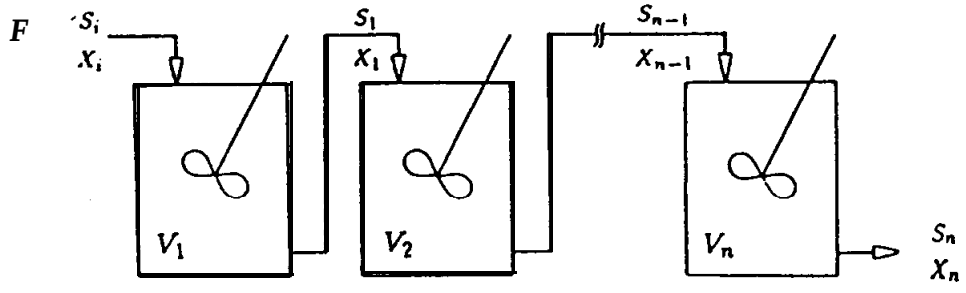
การเพาะเลี้ยงจุลินทรีย์แบบต่อเนื่องในระบบ CSTFs แสดงสมดุลของเซลล์ที่เกิดขึ้นได้ดังนี้

ปริมาณเซลล์ที่เข้าถังหมัก n – ปริมาณเซลล์ที่ออกจากถังหมัก n + อัตราการเพิ่มปริมาณเซลล์

= อัตราการสะสมของเซลล์

เมื่อระบบเข้าสู่สภาวะคงที่ จะได้

$$F(X_{n-1} - X_n) + V_n r_X = 0$$



รูปที่ 21 แสดงการเพาะเลี้ยงเลี้ยงแบบต่อเนื่องในระบบ CSTFs

เมื่อพิจารณาถังหมักที่ 1

จะได้

$$F(-X_1) + V_1 r_{X1} = 0$$

$$F X_1 = V_1 r_{X1}$$

$$\frac{r_{X1}}{X_1} = \frac{F}{V_1}$$

หรือ $$D_1 = \frac{F}{V_1}$$

เมื่อพิจารณาถังหมักที่ 2

จะได้ $$F(X_1 - X_2) + V_2 r_{X2} = 0$$

$$F(X_2 - X_1) = V_2 r_{X2}$$

$$\frac{r_{X2}}{(X_2 - X_1)} = \frac{F}{V_2}$$

$$D_2 = \frac{F}{V_2}$$

เมื่อ $$r_{Xn} = \frac{\mu_m S_n X_n}{K_S + S_n}$$

$$Y_{X/S} = \frac{X_n - X_{n-1}}{S_{n-1} - S_n}$$

ปริมาณเซลล์ที่ได้จากถังหมักที่หนึ่งนั้น คำนวณได้เช่นเดียวกับการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่องถังเดียว ส่วนสมดุลของเซลล์ในถังหมักที่ 2 แสดงได้ดังนี้

$$\frac{dX_2}{dt} = \frac{FX_1}{V_2} - \frac{FX_2}{V_2} + \mu_2 X_2$$

ที่สภาวะคงที่ $\frac{dX_2}{dt} = 0$

ดังนั้น $$0 = D_2 X_1 - D_2 X_2 + \mu_2 X_2$$

$$\mu_2 = D_2 (1 + X_1 / X_2)$$

สมดุลของสับสเตรตที่จำกัด

$$\frac{dS_2}{dt} = \frac{FS_1}{V_2} - \frac{FS_2}{V_2} - \frac{X_2 \mu_2}{Y_{X/S}}$$

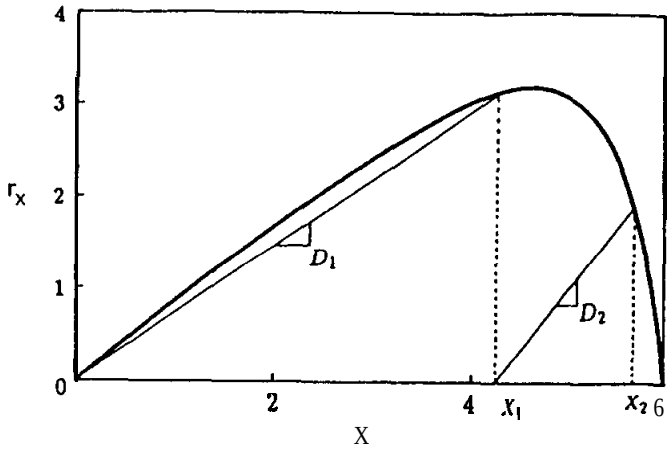
ที่สภาวะคงที่ $\frac{dS}{dt} = 0$

ดังนั้น $$0 = \frac{D_2S_1 - D_2 S_2 - \mu_2X_2}{Y_{X/S}}$$

$$X_2 = \frac{D_2 Y_{X/S} (S_1 - S_2)}{\mu_2}$$

ตารางที่ 21 แสดงอัตราการเจริญจำเพาะและปริมาณสับสเตรตในแต่ละถังหมัก

	อัตราการเจริญจำเพาะ	ปริมาณเซลล์
ถังหมักแรก	$\mu_2 = D_1$	$x_1 = Y_{X/S} (S_o - S_1)$
ถังหมักที่สอง	$\mu_2 = D_2 (1- X_1/X_2)$	$X_2 = \frac{D_2 Y_{X/S} (S_1 - S_2)}{\mu_2}$
ถังหมักที่สอง ที่มีการเติมสับสเตรตเพิ่ม	$\mu_2 = D_2 - \frac{F_1 X_1}{V_2 X_2}$	$X_2 = \frac{Y_{X/S}}{\mu_2} \left(\frac{F_1 S_1}{V_2} + \frac{F' S'}{V_2} - D_2 S_2 \right)$



รูปที่ 22 แสดงอัตราการเจริญที่เกิดขึ้นในแต่ละถังหมัก

ตัวอย่างที่ 33 ถ้ากำหนดให้อัตราการเจริญของจุลินทรีย์เป็นไปตามสมการ Monod โดยที่ $\frac{dX}{dt} = \frac{\mu_m S X}{K_S + S}$ เมื่ออัตราการเจริญจำเพาะสูงสุดเป็น 0.7 ต่อชั่วโมง K_S เป็น 5 กรัมต่อลิตร ผลได้การเจริญจากสับสเตรต ($Y_{X/S}$) เป็น 0.65 กรัมต่อกรัม โดยอัตราการป้อนของกลูโคสและความเข้มข้นของกลูโคสเป็น 500 ลิตรต่อชั่วโมง และ 85 กรัมต่อลิตร ตามลำดับ ถ้ากำหนดให้ความเข้มข้นของกลูโคสที่ออกจากถังหมักเป็น 5 กรัมต่อลิตร

จงคำนวณ 1. ถ้ากำหนดให้กระบวนการเพาะเลี้ยงเป็นแบบต่อเนื่องถังหมักเดียว จงคำนวณขนาดของถังหมัก และความเข้มข้นของเซลล์ที่ออกจากถังหมัก

2. ถ้ากระบวนการเพาะเลี้ยงเป็นแบบต่อเนื่อง 2 ถังหมัก จงคำนวณขนาดของถังหมักที่ต้องใช้

3. จงแสดงลักษณะการต่อกันของถังหมักที่ดีที่สุด และขนาดของถังหมักที่ต้องใช้

<u>วิธีทำ</u>

จาก

$$D = \frac{F}{V}$$

$$= \frac{\mu_m S}{K_S + S}$$

$$= \frac{0.7\ (5)}{5 + 5}$$

$$= 0.35$$

$$V = \frac{F}{D}$$

$$= \frac{500}{0.35}$$

$$= 1{,}429 \text{ ลิตร}$$

ปริมาณเซลล์ที่ออกจากถังหมัก (X) $= Y_{X/S}\,(S_i - S)$

$$= 0.65\,(85 - 5)$$

$$= 52 \text{ กรัมต่อลิตร}$$

2. กระบวนการเพาะเลี้ยงเป็นแบบต่อเนื่อง 2 ถังหมัก โดยกำหนดให้ถังหมักใบแรกนั้นดำเนินการจนได้ X_{opt} และ S_{opt}

จาก $$\alpha = \sqrt{\frac{K_S + S_i}{K_S}}$$

$$= \sqrt{\frac{5 + 85}{5}}$$

$$= 4.2$$

$$X_i = X_{opt}$$

$$= Y_{X/S}\, S_i \left(\frac{\alpha}{\alpha + 1}\right)$$

$$= 0.65\ (85)\ \frac{4.2}{4.2 + 1}$$

$$= 45\ g/l$$

$$S_1 = S_{opt}$$

$$= \frac{S_i}{\alpha + 1}$$

$$= \frac{85}{4.2 + 1}$$

$$= 16$$ กรัมต่อลิตร

$$\tau_{ml} = \tau_{m,opt}$$

$$= \frac{a}{\mu_m (\alpha - 1)}$$

$$= \frac{4.2}{0.7\ (4.2 - 1)}$$

$$= 1.9$$ ชั่วโมง

$$v, = \tau_{m1} F$$

$$= 1.9\ (500)$$

$$= 950$$ ลิตร

สำหรับถังหมักที่สอง

จาก $$F(X_1 - X_2) + V_2 \frac{\mu_m S_2 X_2}{K_S + S_2} = 0$$

หรือ $$V_2 = \frac{F(X_2 - X_1)}{\mu_m S_2 X_2 (K_S + S_2)}$$

$$= \frac{500 \quad (52-45)}{0.7\ (5)\ (52)\ /\ (5+5)}$$

$$= 192 \quad \text{ลิตร}$$

ดังนั้นปริมาตรของถังหมักทั้งสอง (V) $= V_1 + V_2$

$$= 950 + 192$$

$$= 1{,}142 \quad \text{ลิตร}$$

ขนาดของถังหมักที่ใช้ทั้งหมดจะมีขนาดที่เล็กกว่าการใช้ถังหมักแบบต่อเนื่องใบเดียวประมาณร้อยละ 20

3. ลักษณะการต่อกันของถังหมักที่ดีที่สุด จะเป็นการต่อในลักษณะที่ถังหมักแรกเป็น CSTF ซึ่งใช้ปริมาตรเป็น 950 ลิตร เช่นเดียวกับกรณีที่ 2 ส่วนถังหมักที่ 2 จะเป็น PFF ซึ่งสามารถคำนวณ τ_{P2} ได้โดย

$$\tau_{P2} = \frac{1}{\mu_m}\left[\left(\frac{K_S Y_{X/S}}{X_1 + S_1 Y_{X/S}} + 1\right) \ln \frac{X_2}{X_1} + \frac{K_S Y_{X/S}}{X_1 + S_1 Y_{X/S}} \ln \frac{S_1}{S_2}\right]$$

$$= \frac{1}{0.7}\left[\left(\frac{5\ (0.65)}{45 + 16\ (0.65)} + 1\right) \ln \frac{52}{45} + \frac{5\ (0.65)}{45 + 16\ (0.65)} \ln \frac{16}{5}\right]$$

$$= 0.32$$

$$V_2 = \frac{\tau_{P2} F}{0.32\ (500)}$$

$$= 160 \quad \text{ลิตร}$$

ดังนั้น $V = V_1 + V_2$

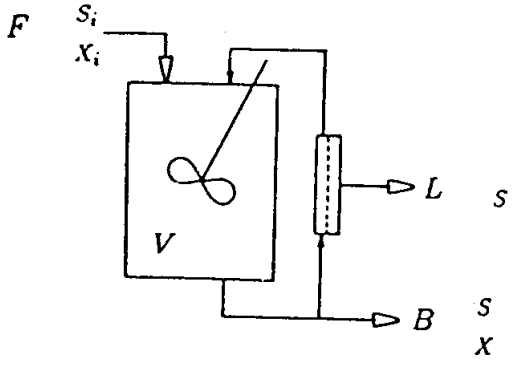
$= 950 + 160$

$= 1.100$ ลิตร

ขนาดของถังหมักที่ใช้ทั้งหมด จะมีขนาดที่เล็กกว่าการใช้ถังหมักแบบต่อเนื่องถังเดียวร้อยละ 20

การเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่อง และมีการนำเซลล์กลับมาใช้ใหม่ (Continuous Culture with Recycle Cell)

การนำเซลล์จุลินทรีย์ที่ถูกดึงออกจากถังหมักกลับมาใช้อีกนั้น เป็นการเพิ่มเสถียรภาพของระบบ ทำให้ปริมาณสับสเตรตที่เหลือมีปริมาณที่น้อยกว่าการเพาะเลี้ยงเชื้อแบบต่อเนื่อง เป็นผลทำให้ผลผลิตและมวลของเซลล์ที่ได้มีปริมาณเพิ่มขึ้น รวมทั้งทำให้ D_c มีค่าเพิ่มขึ้นด้วย โดยเซลล์จุลินทรีย์ส่วนเกินที่ออกจากระบบ จะถูกนำกลับเข้าสู่ระบบอีกโดยการผ่านเข้าเครื่องแยก ซึ่งอาจเป็น เครื่องเหวี่ยง เครื่องตกตะกอน เป็นต้น โดยกระบวนการดังกล่าวจำเป็นต้องระมัดระวังในเรื่องของการปนเปื้อนของเชื้ออื่นที่ไม่ต้องการ



รูปที่ 23 แสดงการเพาะเลี้ยงแบบต่อเนื่อง และมีการนำเซลล์กลับมาใช้ใหม่

เมื่อพิจารณาสมดุลของเซลล์

อัตราที่เซลล์เข้าระบบ – อัตราที่เซลล์ออกจากระบบ + อัตราการเพิ่มปริมาณของเซลล์

= อัตราการสะสมของเซลล์

$$FX_o - BX + V\mu X = V\frac{dX}{dt}$$

เมื่อพิจารณาในสภาวะคงที่ และไม่มีการเติมเซลล์เข้าไปในระบบ จะได้

$$-BX + V\mu X = 0 \qquad \text{สมการที่ 61}$$

จัดสมการที่ 60 ใหม่ จะได้

$$V\mu = B$$

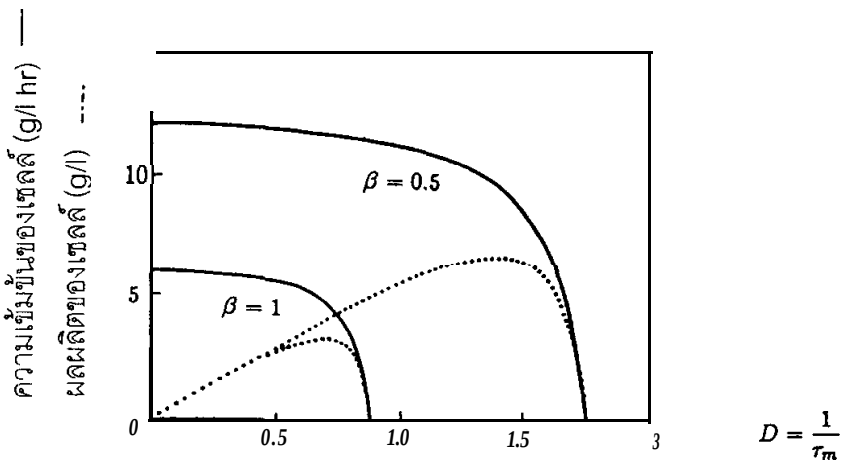
$$\mu = B/V$$

เมื่อกำหนดให้ β เป็นสัดส่วนการป้อนกลับ

โดยที่ $$\beta = \frac{B}{F}$$

ดังนั้น $$\beta D = \frac{\beta}{\tau_m} = \mu$$

เมื่อ β มีค่าเท่ากับ 1 จะทำให้อัตราการเจือจางเท่ากับอัตราการเจริญจำเพาะ ซึ่งแสดงว่ากระบวนการหมักนั้นไม่มีการนำเซลล์กลับมาใช้ใหม่ โดยผลของ β ที่มีต่อปริมาณเซลล์ที่ได้ แสดงได้ดังรูปที่ 24 เมื่อการเปลี่ยนแปลงของ β ลดลงจาก 1 เป็น 0.5 จะมีผลทำให้ได้ปริมาณเซลล์และผลผลิตของเซลล์ที่เพิ่มขึ้นเป็น 2 เท่า



รูปที่ 24 แสดงผลของ β ต่อปริมาณเซลล์และผลผลิตของเซลล์ที่ได้

ในกรณีที่กำหนดให้ลักษณะการเจริญของจุลินทรีย์เป็นไปตามสมการของ Monod แล้ว จะได้

$$S = \frac{\beta K_S}{\tau_m \mu_m - \beta}$$

$$X = \frac{Y_{X/S}(S_o - S)}{\beta}$$