บทที่ 14
การวิเคราะห์มาร์คอฟ

การวิเคราะห์มาร์คอฟ คือ การศึกษาการเปลี่ยนแปลงของข้อมูลในอดีต และปัจจุบัน เพื่อพยากรณ์ข้อมูลในอนาคต เช่นการศึกษาส่วนครองตลาดของสินค้าแต่ละตรา และรูปแบบการเปลี่ยนตราของลูกค้าในแต่ละช่วงเวลาในอดีตถึงปัจจุบัน โดยการวิเคราะห์แบบมาร์คอฟจะทำให้สามารถพยากรณ์ส่วนครอบครองตลาดในอนาคตของสินค้าแต่ละตราได้

การวิเคราะห์แบบมาร์คอฟมีสมมุติฐาน ดังนี้

1. สถานะมีจำนวนจำกัดและคงที่
2. ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสถานะคงที่
3. ขนาดของระบบคงที่ เช่น จำนวนลูกค้ารวมและจำนวนผู้ผลิตคงที่
4. สามารถพยากรณ์สถานะในอนาคตได้ โดยใช้สถานะที่ผ่านมากับแมททริกซ์ของความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสถานะ

การวิเคราะห์การเปลี่ยนแปลง

ตัวอย่างที่ 1 คอนโดแห่งหนึ่งมีร้านซักรีด 3 รายคือ A B และ C ทั้ง 3 ร้านมีลูกค้ารวมกัน 1,000 ราย ในแต่ละเดือนลูกค้ามักจะเปลี่ยนร้านซักรีดจากร้านหนึ่งไปอีกร้านหนึ่งเสมอ

เจ้าของร้าน A ต้องการศึกษาพฤติกรรมของลูกค้าเกี่ยวกับการสับเปลี่ยนการใช้บริการและส่วนครองตลาดของร้านซักรีดทั้งสาม จากการสังเกตพบว่าลักษณะตลาดและการเปลี่ยนแปลงพฤติกรรมเป็นไปตามข้อสมมุติฐานของการวิเคราะห์แบบมาร์คอฟ

เจ้าของร้าน A เก็บข้อมูลจำนวนลูกค้าที่ได้มาและจำนวนลูกค้าที่สูญเสียไประหว่างผู้ให้บริการทั้งสามราย ในระยะเวลา 1 เดือนปรากฏตามตารางที่ 1, 2 และ 3 ดังนี้

ตารางที่ 1 แสดงการเปลี่ยนแปลงจำนวนลูกค้าใน 1 เดือน

ร้านซักรีด	จำนวนลูกค้า	
	1 ตุลาคม	1 พฤศจิกายน
A	400	410
B	300	310
C	300	280
รวม	1,000	1,000

ตารางที่ 2 รูปแบบการสับเปลี่ยนการใช้บริการของลูกค้า

การสงวนไว้และการสูญเสีย →

จาก \ ไป	A	B	C	รวม 1 ตุลาคม
A	320	40	40	400
B	30	210	60	300
C	60	60	180	300
รวม 1 พฤศจิกายน	410	310	280	1,000

↓ การสงวนไว้และการได้มา

ตารางที่ 3 รายละเอียดการสับเปลี่ยนลูกค้า

จาก \ ไป	A	B	C	จำนวนที่สูญเสีย
A	—	40	40	80
B	30	—	60	90
C	60	60	—	120
จำนวนที่ได้มา	90	100	100	290

ตารางที่ 4 แสดงจำนวนลูกค้าที่ได้มาและสูญเสีย

ร้านซักรีด	จำนวนลูกค้า 1 ตุลาคม	จำนวนลูกค้าที่เปลี่ยนแปลงระหว่างเดือนตุลาคม		จำนวนลูกค้า 1 พฤศจิกายน
		จำนวนที่ได้มา	จำนวนที่สูญเสีย	
A	400	90	80	410
B	300	100	90	310
C	300	100	120	280

แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

ขั้นตอนหนึ่งของการวิเคราะห์มาร์คอฟ คือ การคำนวณหาแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง (TRANSITION PROBABILITIES) จากตัวอย่างร้านซักรีด นำข้อมูลในตารางที่ 2 มาคำนวณหาค่าความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงได้ตามตารางที่ 5

ตารางที่ 5 แสดงวิธีคำนวณความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

จาก \ ไป	A	B	C	รวม
A	$\frac{320}{400} = 0.8$	$\frac{40}{400} = 0.1$	$\frac{40}{400} = 0.1$	1
B	$\frac{30}{300} = 0.1$	$\frac{210}{300} = 0.7$	$\frac{60}{300} = 0.2$	1
C	$\frac{60}{300} = 0.2$	$\frac{60}{300} = 0.2$	$\frac{180}{300} = 0.6$	1

ตารางที่ 5 แถวนอนแสดงถึงความน่าจะเป็นที่คู่แข่งแต่ละรายสามารถรักษาลูกค้าของตนไว้และสูญเสียลูกค้าให้คู่แข่งขันรายอื่นๆ ส่วนแถวตั้งแสดงถึงความน่าจะเป็นที่คู่แข่งแต่ละรายสามารถรักษาลูกค้า และได้ลูกค้าใหม่จากคู่แข่งรายอื่นๆ

ความหมายของแถวนอน

แถวนอนที่ 1 ความน่าจะเป็นที่ A จะรักษาลูกค้าเดิมไว้ได้เท่ากับ 0.8 หรือร้อยละ 80 ของลูกค้า A มีความภักดีต่อร้าน A และความน่าจะเป็นที่ A จะสูญเสียลูกค้าของตนให้ B และ C เท่ากับ 0.1 และ 0.1 ตามลำดับ

แถวนอนที่ 2 ความน่าจะเป็นที่ B จะสูญเสียลูกค้าของตนให้ A และ C เท่ากับ 0.1 และ 0.2 ตามลำดับ และมีความน่าจะเป็นที่จะรักษาลูกค้าของตนไว้ได้เท่ากับ 0.7 หรือร้อยละ 70 ของลูกค้าของ B มีความภักดีต่อร้าน B

แถวนอนที่ 3 ความน่าจะเป็นที่ C จะสูญเสียลูกค้าของตนให้ A และ B เท่ากับ 0.2 และ 0.2 ตามลำดับและมีความน่าจะเป็นที่จะรักษาลูกค้าเดิมของตนไว้ได้ 0.6 หรือร้อยละ 60 ของลูกค้าของ C มีความภักดีต่อร้าน C

ข้อสังเกต ผลรวมของค่าความน่าจะเป็นในแต่ละแถวนอนต้องเท่ากับ 1 เสมอ

การวิเคราะห์มาร์คอฟ มีสมมุติฐานว่า แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงนี้มีค่าคงที่ตลอดเวลา

การพยากรณ์ส่วนครองตลาดในอนาคต

การพยากรณ์ส่วนครองตลาดในอนาคต จะต้องมีข้อมูลประกอบการคำนวณดังนี้

1. แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง
2. ส่วนครองตลาดในขณะใดขณะหนึ่ง

ตัวอย่างที่ 2 จากตัวอย่างที่ 1 ในวันที่ 1 พฤศจิกายน จำนวนลูกค้าที่ใช้บริการที่ร้าน A, B และ C เท่ากับ 410, 310 และ 280 ตามลำดับ

ดังนั้น ณ วันที่ 1 พฤศจิกายน แต่ละร้านจะมีส่วนครองตลาดดังนี้

$$\text{ส่วนครองตลาดของ A} = \frac{410}{1{,}000} = 0.41 \text{ หรือ } 41\%$$

$$\text{ส่วนครองตลาดของ B} = \frac{310}{1{,}000} = 0.31 \text{ หรือ } 31\%$$

$$\text{ส่วนครองตลาดของ C} = \frac{280}{1{,}000} = 0.28 \text{ หรือ } 28\%$$

นำส่วนครองตลาดมาเขียนให้อยู่ในรูปของเวคเตอร์ความน่าจะเป็นได้ดังนี้

$$[A \quad B \quad C] = [.41 \quad .31 \quad .28]$$

ถ้าต้องการหาส่วนครองตลาดในงวดถัดไป สามารถทำได้โดยนำเวคเตอร์ความน่าจะเป็นของส่วนครองตลาดเริ่มแรกคูณกับ แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

การพยากรณ์งวดที่ 1

จากตัวอย่างร้านซักรีด ถ้าต้องการพยากรณ์ส่วนครองตลาดในวันที่ 1 ธันวาคม หรืองวดถัดไป สามารถคำนวณได้ดังนี้

ส่วนครองตลาด 1 พฤศจิกายน		แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง		ส่วนครองตลาด 1 ธันวาคม
$\begin{bmatrix} .41 & .31 & .28 \end{bmatrix}$	$\times$	$\begin{pmatrix} .8 & .1 & .1 \\ .1 & .7 & .2 \\ .2 & .2 & .6 \end{pmatrix}$	$=$	$\begin{bmatrix} .415 & .314 & .271 \end{bmatrix}$

การคูณแมททริกซ์ขนาด 1×3 เข้ากันกับแมททริกซ์ ขนาด 3×3 แมททริกซ์ผลลัพธ์จะมีขนาด 1×3 ซึ่งแสดงการคูณได้ดังนี้

ส่วนครองตลาดของ A = (0.41×0.8)+(0.31×0.1)+(0.28×0.2)
ณ วันที่ 1 ธันวาคม = 0.415 = 41.5%

ส่วนครองตลาดของ B = (0.41×0.1)+(0.31×0.7)+(0.28×0.2)
ณ วันที่ 1 ธันวาคม = 0.314 = 31.4%

ส่วนครองตลาดของ C = (0.41×0.1)+(0.31×0.2)+(0.28×0.6)
ณ วันที่ 1 ธันวาคม = 0.271 = 27.1%

จะเห็นได้ว่าส่วนครองตลาดของ A และ B เพิ่มขึ้นแต่ส่วนครองตลาดของ C ลดลง

การพยากรณ์งวดที่ 2

ถ้าต้องการพยากรณ์ส่วนครองตลาดในงวดที่ 2 สามาระทำได้ 2 วิธีคือ

วิธีที่ 1

ส่วนครองตลาด 1 พฤศจิกายน | แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง | ส่วนครองตลาด 1 ธันวาคม

$$\begin{bmatrix} .41 & .31 & .28 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} .8 & .1 & .1 \\ .1 & .7 & .2 \\ .2 & .2 & .6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} .415 & .314 & .271 \end{bmatrix}$$

ส่วนครองตลาด 1 ธันวาคม | แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง | ส่วนครองตลาด 1 มกราคม

$$\begin{bmatrix} .415 & .314 & .271 \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} .8 & .1 & .1 \\ .1 & .7 & .2 \\ .2 & .2 & .6 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} .4176 & .3155 & .2669 \end{bmatrix}$$

วิธีที่ 2

ส่วนครองตลาด 1 พฤศจิกายน		แมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง		ส่วนครองตลาด 1 มกราคม
$\begin{bmatrix} .41 & .31 & .28 \end{bmatrix}$	$\times$	$\begin{pmatrix} .8 & .1 & .1 \\ .1 & .7 & .2 \\ .2 & .2 & .6 \end{pmatrix}^2$	$=$	$\begin{bmatrix} .4176 & .3155 & .2669 \end{bmatrix}$

ณ วันที่ 1 มกราคม

ส่วนครองตลาดของ A = .4176 หรือ 41.76%

ส่วนครองตลาดของ B = .3155 หรือ 31.55%

ส่วนครองตลาดของ C = .2669 หรือ 26.69%

จากส่วนครองตลาดที่พยากรณ์ได้ พบว่า A และ B มีส่วนครองตลาดเพิ่มขึ้น ขณะที่ C มีส่วนครองตลาดลดลง

การพยากรณ์งวดที่ 3

ถ้าต้องการพยากรณ์ส่วนครองตลาดในงวดที่ 3 การใช้วิธีคำนวณวิธีที่ 2 จะสะดวกและรวดเร็วกว่า โดยสามารถเขียนเป็นสูตรได้ดังนี้

$$\begin{pmatrix} \text{ส่วนครองตลาด} \\ \text{งวดเริ่มแรก} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{แมททริกซ์ความน่าจะเป็น} \\ \text{ของการเปลี่ยนแปลง} \end{pmatrix}^n = \begin{pmatrix} \text{ส่วนครองตลาด} \\ \text{งวดที่ 3} \end{pmatrix}$$

การพยากรณ์ส่วนครองตลาดดุลยภาพหรือสถานะอยู่ตัว (EQUILIBRIUM CONDITIONS)

ส่วนครองตลาดดุลยภาพหรือสถานะที่ส่วนครองตลาดอยู่ตัวเกิดขึ้นเมื่อส่วนครองตลาดไม่เปลี่ยนแปลงอีกหลังจากเวลาได้ผ่านไปอีกหลายๆ งวด หรือความน่าจะเป็นของสถานะไม่เปลี่ยนแปลงไปอีกเมื่อเวลาผ่านไปหลายๆ งวด

ตัวอย่าง ในหอพักแห่งหนึ่งมีตู้แช่หยอดเหรียญอยู่ 2 บริษัท คือ บริษัท A และ B ซึ่งมีพฤติกรรมการซื้อดังนี้

จาก \ ไป	A	B
A	0.8	0.2
B	0.1	0.9

โดยเขียนอยู่ในรูปของแมททริกซ์ ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงได้ดังนี้

$$\text{ให้} \quad P = \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

ถ้าให้ $\P(1)$ = ความน่าจะเป็นของสถานะที่ 1

$\P(2)$ = ความน่าจะเป็นของสถานะที่ 2

$\P(N)$ = ความน่าจะเป็นของสถานะที่ N

จากกระบวนการวิเคราะห์มาร์คอฟที่ได้จากหัวข้อการพยากรณ์ส่วนครองตลาดในหัวข้อก่อน เราสามารถเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\P(2) = \P(1)\,P$$

$$\P(3) = \P(2)\,P$$

$$\text{หรือ } \P(\text{งวดหน้า}) = \P(\text{งวดปัจจุบัน})\,P$$

$$\boxed{\P(n+1) = \P(n)\,P}$$

ถ้าในวันเริ่มต้นของระบบ ถ้าลูกค้าหยอดตู้ A โดยมีเงื่อนไขว่าวันหนึ่งจะหยอดตู้ครั้งเดียวเท่านั้น ดังนั้น สถานะความน่าจะเป็นในวันแรกจะเป็นดังนี้

$$\P(1) = (1, 0)$$

สถานะความน่าจะเป็นวันที่ 2 จะเป็นดังนี้

$$\P(2) = \P(1)\,P$$

$$= [1, 0] \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

$$= 1\times0.8+0\times0.1 \qquad 1\times0.2+0\times0.9$$

$$= [0.8 \quad 0.2]$$

นั่นคือในวันที่ 2 ลูกค้ามีความน่าจะเป็นที่จะหยอดตู้ A 0.8 และมีความน่าจะเป็นที่จะหยอดตู้ B 0.2 หรือ ตู้ A มีส่วนครองตลาด 80% ตู้ B มีส่วนครองตลาด 20% ในวันที่ 2

สถานะความน่าจะเป็นในวันที่ 3 จะเป็นดังนี้

$$\P(3) = \P(2)\,P$$

$$= [0.8 \quad 0.2] \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.1 & 0.9 \end{pmatrix}$$

$$= 0.8\times0.8+0.2\times0.1 \quad 0.8\times0.2+0.2\times0.9$$

$$= [0.66 \quad 0.34]$$

นั่นคือ ในวันที่ 3 ส่วนครองตลาดของตู้ A และตู้ B จะเท่ากับ 66% และ 34% ตามลำดับ ดังตารางที่แสดงให้เห็นถึงความน่าจะเป็นของสถานะของส่วนครองตลาดจำนวน 15 งวด ต่อไปนี้

ตารางที่ 4 แสดงความน่าจะเป็นของสถานะของส่วนครองตลาด 15 งวด

งวดที่	สถานะ 1	สถานะ 2
1	1.0	0.0
2	0.8	0.2
3	0.66	0.34
4	0.562	0.438
5	0.4934	0.5066
6	0.44538	0.55462
7	0.411766	0.588234
8	0.388236	0.611763
9	0.371765	0.628234
10	0.360235	0.639754
11	0.352165	0.647834
12	0.346515	0.653484
13	0.342560	0.657439
14	0.339792	0.660207
15	0.337854	0.662145

เราจะสังเกตเห็นว่า ในระยะเริ่มต้นส่วนครองตลาดของ A จะลดลงอย่างรวดเร็ว ขณะที่ส่วนครองตลาดของ B จะเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว แต่เมื่อเวลาผ่านไปหลายๆ งวดส่วนครองตลาดของ A และ B เริ่มจะเปลี่ยนแปลงน้อยลงๆ ถ้าระยะเวลาผ่านไปมากๆ (n มีขนาดใหญ่) ส่วนครองตลาดของ A และ B จะเปลี่ยนแปลงน้อยมากจนกระทั่งไม่เปลี่ยนแปลงเลย ณ จุดนี้เราเรียกว่าส่วนครองตลาดดุลยภาพ โดยสามารถแสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$\P\text{(งวดหน้า)} = \P\text{(งวดนี้) P}$$

$$\text{นั่นคือ } \P = \P P$$

การพยากรณ์สถานะอยู่ตัว หรือส่วนครองตลาดดุลยภาพ สามารถหาได้ดังนี้

$$\P\text{(งวดหน้า)} = \P\text{(งวดนี้) P}$$

$$\text{นั่นคือ } \P = \P P$$

$$\text{ถ้าให้ } \P_1 = \text{ส่วนครองตลาดดุลยภาพของ A}$$

$$\P_2 = \text{ส่วนครองตลาดดุลยภาพของ B}$$

$$\begin{pmatrix}\P_1 & \P_2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}\P_1 & \P_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}0.8 & 0.2\\ 0.1 & 0.9\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}0.8\P_1 + 0.1\P_2 & 0.2\P_1 + 0.9\P_2\end{pmatrix}$$

$$\P_1 = 0.8\P_1 + 0.1\P_2 \quad (1)$$

$$\P_2 = 0.2\P_1 + 0.9\P_2 \quad (2)$$

ส่วนครองตลาดรวมเท่ากับ 1 ดังนั้น

$$\P_1 + \P_2 = 1 \quad (3)$$

จากสมการ (1) $\P_1 - 0.8\P_1 = 0.1\P_2$

$$0.2\P_1 = 0.1\P_2 \quad (4)$$

สมการ(4)×10 $2\P_1 = \P_2$

แทนค่า $\P_2$ ในสมการ (3)

$$\P_1 + 2\P_1 = 1$$

$$3\P_1 = 1$$

$$\P_1 = \frac{1}{3}$$

$$= 0.3333$$

แทนค่า π_1 ในสมการ (3)

$$\frac{1}{3}+\pi_2 = 1$$

$$\pi_2 = 1 - \frac{1}{3}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$= 0.6667$$

ส่วนครองตลาดดุลยภาพของ A = 33.33%

ส่วนครองตลาดดุลยภาพของ B = 66.67%

ถ้าแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงของลูกค้าของบริษัท A และ B เป็นตามตัวอย่างแล้ว ในระยะยาวส่วนครองตลาดของ A จะเท่ากับ 33.37% และของ B เท่ากับ 66.67%

ถ้าในหอพักแห่งนี้มีผู้อยู่อาศัย 1,000 คน ในระยะยาว

A จะมีลูกค้า 33.37% ×1,000 = 333 คน

B จะมีลูกค้า 66.67%×1,000 = 667 คน

จากการวิเคราะห์มาร์คอฟข้างต้น บริษัทตู้หยอดเหรียญ A และ B สามารถพยากรณ์ส่วนครองตลาดในระยะยาวของตนได้ว่าเท่ากัน 33.3% และ 66.7% ตามลำดับ ดังนั้นถ้าบริษัท A ต้องการเพิ่มส่วนครองตลาดให้สูงขึ้นจะต้องมุ่งเปลี่ยนพฤติกรรมของลูกค้า คือ ความน่าจะเป็นในการภักดีต่อสินค้าหรือเปลี่ยน แมมทริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลง

ตัวอย่างเช่น บริษัท A ต้องการเพิ่มส่วนครองตลาดให้สูงขึ้น โดยการจัดทำส่งเสริมการขาย โดยมุ่งหวังว่าจะดึงลูกค้าของ B ได้จากเดิม 0.1 เป็น 0.15 ซึ่งสามารถแสดงแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงใหม่ได้ดังนี้

จาก \ ไป	A	B
A	0.8	0.2
B	0.15	0.85

$$\begin{pmatrix} \pi_1 & \pi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \pi_1 & \pi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.8 & 0.2 \\ 0.15 & 0.85 \end{pmatrix}$$

$$\pi_1 = 0.8\pi_1 + 0.15\pi_2 \quad (1)$$

$$\pi_2 = 0.2\pi_1 + 0.85\pi_2 \quad (2)$$

$$\pi_1 + \pi_2 = 1 \quad (3)$$

$$\pi_2 = 1 - \pi_1$$

แทนค่า π_2 ใน(1)

$$\pi_1 = 0.8\pi_1 + 0.15 (1 - \pi_1)$$

$$= 0.8\pi_1 + 0.15 - 0.15\pi_1$$

$$0.35\pi_1 = 0.15$$

$$\pi_1 = \frac{0.15}{0.35}$$

$$= .43$$

แทนค่า π_1 ใน 3

$$0.43 + \pi_2 = 1$$

$$\pi_2 = 1 - 0.43$$

$$= 0.57$$

นั่นคือส่วนครองตลาดใหม่ของ A จะเท่ากับ 43% สูงกว่าเดิม 10% (เดิม 33%)

ถ้าจำนวนลูกค้าหยอดเหรียญมีทั้งหมด 1,000 คน ดังนั้น A จะได้ลูกค้าเพิ่มขึ้นอีก 10% (1,000) เท่ากับ 100 คน ถ้ากำไรต่อคนเท่ากับ 500 บาท

ดังนั้นกำไรส่วนเพิ่มจะเท่ากับ 100×500 = 50,000 บาท เพราะฉะนั้น A ควรพิจารณาว่า ถ้างบส่งเสริมการขายต่ำกว่า 50,000 บาท ก็ควรทำส่งเสริมการขาย

กลยุทธ์เกี่ยวกับการปรับเปลี่ยนพฤติกรรมของลูกค้า โดยมุ่งเปลี่ยนแปลงแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงนี้อาจจะทำได้ 2 ลักษณะ คือ

1. เพิ่มความภักดีลูกค้าตน หรือลดการสูญเสียลูกค้าไปให้คู่แข่ง
2. ลดความภักดีของคู่แข่ง หรือพยายามดึงลูกค้าจากคู่แข่ง

Absorbing State และ Fundamental Matrix

Absorbing State หมายถึง เมื่ออยู่ในสถานะหนึ่งแล้วไม่สามารถเปลี่ยนไปอยู่สถานะอื่นได้อีก ในอนาคต สถานะดังกล่าวเรียกว่า absorbing state ตัวอย่างเช่น บัญชีลูกหนี้การค้าของบริษัทแห่งหนึ่ง ถ้าแบ่งแยกประเภทของลูกหนี้ตามสถานะออกเป็น 4 สถานะคือ

สถานะที่ 1 จ่ายชำระหนี้หมด

2 หนี้สูญหรือเป็นหนี้เกินกว่า 3 เดือน

3 เป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน

4 เป็นหนี้ระหว่าง 1 เดือน ถึง 3 เดือน

ในขณะใดขณะหนึ่งการกำหนดสถานะของลูกค้ารายหนึ่งรายใดจะพิจารณาจากบิลที่ค้างชำระหนี้นานที่สุด (ถ้ามีบิลค้างชำระหนี้ต่างเวลากัน)

ข้อสังเกต

1) ถ้าลูกค้าอยู่ในสถานะที่ 1 คือจ่ายชำระหนี้หมด ในเดือนถัดไป ลูกหนี้ไม่สามารถเปลี่ยนเป็นสถานะอื่นได้ เราเรียกสถานะนี้ว่า absorbing state ดังนั้นจึงมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1

2) ถ้าลูกค้าอยู่ในสถานะที่ 2 คือเป็นหนี้สูญ ดังนั้นในเดือนถัดไป ก็จะยังคงอยู่ในสถานะเดิม ไม่สามารถเปลี่ยนสถานะเป็นอื่นได้ เราเรียกสถานะนี้ว่า absorbing state คือมีความน่าจะเป็นเท่ากับ 1

3) ถ้าลูกค้าอยู่ในสถานะที่ 3 คือเป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน ในเดือนถัดไป ลูกค้าสามารถเปลี่ยนเป็นสถานะที่ 1 คือชำระหนี้หมด หรืออยู่ในสถานะเดิม คือ เป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน หรือเปลี่ยนไปสู่สถานะที่ 4 คือ เป็นหนี้ระหว่าง 1 เดือนถึง 3 เดือนได้

4) ถ้าลูกค้าอยู่ในสถานะที่ 4 คือ เป็นหนี้ระหว่าง 1 เดือนถึง 3 เดือน ในเดือนถัดไปลูกหนี้สถานะนี้อาจเปลี่ยนเป็นสถานะใดก็ได้คือ ชำระหนี้หมด เป็นหนี้สูญ หรือกลายเป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน (ชำระหนี้หมด และซื้อใหม่) หรืออยู่สถานะเดิม คือ เป็นหนี้ระหว่าง 1 เดือนถึง 3 เดือน (เช่นเดิมเป็นหนี้ $1\frac{1}{2}$ เดือน ถัดมาเป็นหนี้ $2\frac{1}{2}$ เดือน ดังนั้นจึงยังอยู่สถานะเดิม)

จากสถานะของลูกหนี้ดังกล่าว เราสามารถสร้างแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงของทั้งสี่สถานะได้ ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตารางที่ 5 แสดงความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสถานะ

เดือนนี้	เดือนหน้า			
	ชำระหนี้หมด	หนี้สูญ	ต่ำกว่า 1 เดือน	1 – 3 เดือน
ชำระหนี้หมด	1	0	0	0
หนี้สูญ	0	1	0	0
ต่ำกว่า 1 เดือน	0.6	0	0.2	0.2
1 – 3 เดือน	0.4	0.1	0.3	0.2

ดังนั้นแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงเขียนได้ดังนี้

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0.6 & 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

จากตาราง ลูกหนี้ที่เป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือนในเดือนนี้ มีความน่าจะเป็นในเดือนหน้า ที่จะนำเงินมาชำระเท่ากับ 0.6 ความน่าจะเป็นที่จะเป็นหนี้สูญเท่ากับ 0 ความน่าจะเป็นที่จะคงสภาพเดิมเท่ากับ 0.2 และความน่าจะเป็นที่จะเป็นหนี้ระหว่าง 1 – 3 เดือนเท่ากับ 0.2

การที่ความน่าจะเป็นที่จะเป็นหนี้สูญเท่ากับ 0 เพราะว่าเดือนนี้เป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน ดังนั้น เดือนหน้าสถานะต่อไปต้องเป็นหนี้ 1 – 3 เดือน จึงอยู่ในสถานะหนี้สูญไม่ได้ เพราะหนี้สูญต้องเป็นหนี้เกิน 3 เดือน

ข้อมูลที่เราต้องการทราบในการจัดการ คือ ลูกหนี้ที่เป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน และเป็นหนี้ 1 –3 เดือน ในระยะยาวแล้วมีความน่าจะเป็นที่จะชำระหนี้หมด และความน่าจะเป็นที่จะเป็นหนี้สูญ มีค่าเท่ากับเท่าใด คือ อยู่ในฐานะ absorbing state การวิเคราะห์ดังกล่าวต้องอาศัยการวิเคราะห์ Fundamental Matrix

การหา Fundamental Matrix หาได้ด้วยการแบ่งแมททริกซ์ความน่าจะเป็นของการเปลี่ยนแปลงสถานะออกเป็นแมททริกซ์ย่อย ได้ดังนี้

$$P = \left(\begin{array}{cc:cc} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \hdashline 0.6 & 0 & 0.2 & 0.2 \\ 0.4 & 0.1 & 0.3 & 0.2 \end{array}\right)$$

เมื่อ $I = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ คือ แมททริกซ์เอกลักษณ์

เมื่อ $0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ คือ แมททริกซ์ศูนย์

$$A = \begin{pmatrix} 0.6 & 0 \\ 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix}$$

F คือ Fundamental Matrix โดยที่

$$F = (I-B)^{-1}$$

$$= \left(\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.2 \end{pmatrix} \right)^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.8 & -0.2 \\ -0.3 & 0.8 \end{pmatrix}^{-1}$$

$$= \begin{pmatrix} 1.38 & 0.34 \\ 0.52 & 1.38 \end{pmatrix}$$

นำ F คูณกับ A จะได้ความน่าจะเป็นที่ลูกหนี้ต่ำกว่า 1 เดือนและลูกหนี้ 1 – 3 เดือน จะชำระหนี้หมด และเป็นหนี้สูญ

$$FA = \begin{pmatrix} 1.38 & 0.34 \\ 0.52 & 1.38 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.6 & 0 \\ 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.97 & 0.03 \\ 0.86 & 0.14 \end{pmatrix}$$

ความหมายของแมททริกซ์ FA ข้างต้นมีดังนี้

แถวที่ 1 ของ FA หมายถึง ลูกหนี้ที่อยู่สถานะที่ 3 คือ เป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือน มีความน่าจะเป็นที่จะชำระหนี้หมดเท่ากับ 0.97 และมีโอกาสเป็นหนี้สูญเท่ากับ 0.03

แถวที่ 2 ของ FA หมายถึงลูกหนี้ที่อยู่สถานะที่ 4 คือ เป็นหนี้ระหว่าง 1 เดือนถึง 3 เดือน มีความน่าจะเป็นที่จะชำระหนี้หมดเท่ากับ 0.86 และมีโอกาสเป็นหนี้สูญเท่ากับ 0.14

ดังนั้นถ้าทราบจำนวนเงินที่ลูกหนี้เป็นหนี้อยู่ในแต่ละสถานะ เราสามารถพยากรณ์ จำนวนเงินที่จะเก็บได้จากลูกหนี้และจำนวนเงินที่ลูกหนี้จะเป็นหนี้สูญได้

ถ้าให้ M คือ แมททริกซ์ที่แสดงจำนวนเงินที่ลูกหนี้แต่ละสถานะเป็นหนี้อยู่ โดยที่

$M = [M_1, M_2, M_3 \ldots\ldots M_n]$

ให้ n = จำนวนของ nonabsorbing state

M_1 = จำนวนเงินที่ลูกหนี้อยู่ในสถานะที่ 1

M_2 = จำนวนเงินที่ลูกหนี้ในสถานะที่ 2

M_n = จำนวนเงินที่ลูกหนี้อยู่ในสถานะที่ n

ถ้ามีลูกหนี้อยู่ทั้งหมด 120,000 บาท โดยแยกสถานะของลูกหนี้ได้ดังนี้

1. ลูกหนี้ที่ถูกจัดอยู่ในสถานะเป็นหนี้ต่ำกว่า 1 เดือนเท่ากับ 50,000 บาท
2. ลูกหนี้ที่ถูกจัดอยู่ในสถานะเป็นหนี้ 1 – 3 เดือนเท่ากับ 70,000 บาท

เราสามารถพยากรณ์จำนวนเงินที่ลูกหนี้จะชำระและเป็นหนี้สูญได้โดยนำ M มาคูณกับ FA จะได้

จำนวนเงินที่ชำระและจำนวนหนี้สูญ = M F A

$$[50{,}000 \quad 70{,}000] \begin{pmatrix} 0.97 & 0.03 \\ 0.86 & 0.14 \end{pmatrix}$$

$$= 48{,}500+60{,}200 \quad 15{,}000+9{,}800$$

$$= 108{,}700 \quad 11{,}300$$

นั่นคือลูกหนี้ 120,000 บาท คาดว่าจะชำระหนี้ 108,700 บาท และเป็นหนี้สูญเท่ากับ 11,300 บาท