

บทที่ 13

ตัวแบบของการขนส่ง

ในกรณีที่มีโรงงานผลิตสินค้าและคลังสินค้าหรือตลาดหรือแหล่งปลายทางหลายแห่ง การกำหนดเส้นทางขนส่งว่าควรกระจายสินค้าจากแหล่งต้นทางใดไปยังแหล่งปลายทางใดจะมีผลต่อต้นทุนในการขนส่งสินค้าแตกต่างกันไป ดังนั้นในฐานะของผู้บริหารจะต้องตัดสินใจกำหนดเส้นทางขนส่งเพื่อให้สามารถตอบสนองความต้องการของลูกค้าได้ในเวลาที่เหมาะสมภายใต้ข้อจำกัดด้านกำลังการผลิต โดยมีต้นทุนการขนส่งต่ำสุด

การกำหนดเส้นทางขนส่งเพื่อบรรลุดัชนีประสิทธิผล ต้นทุนต่ำ สามารถใช้วิธีการคำนวณแบบซิมเพล็กซ์ ได้ แต่ค่อนข้างจะยุ่งยากและใช้เวลามาก ดังนั้นในบทนี้จะใช้แนวคิดของกำหนดการเส้นตรง แต่ง่ายกว่า คือวิธีเทคนิค Northwest Corner, Vogel's Approximation Method (VAM) และ Stepping - Stone Method เพื่อกำหนดเส้นทางขนส่ง

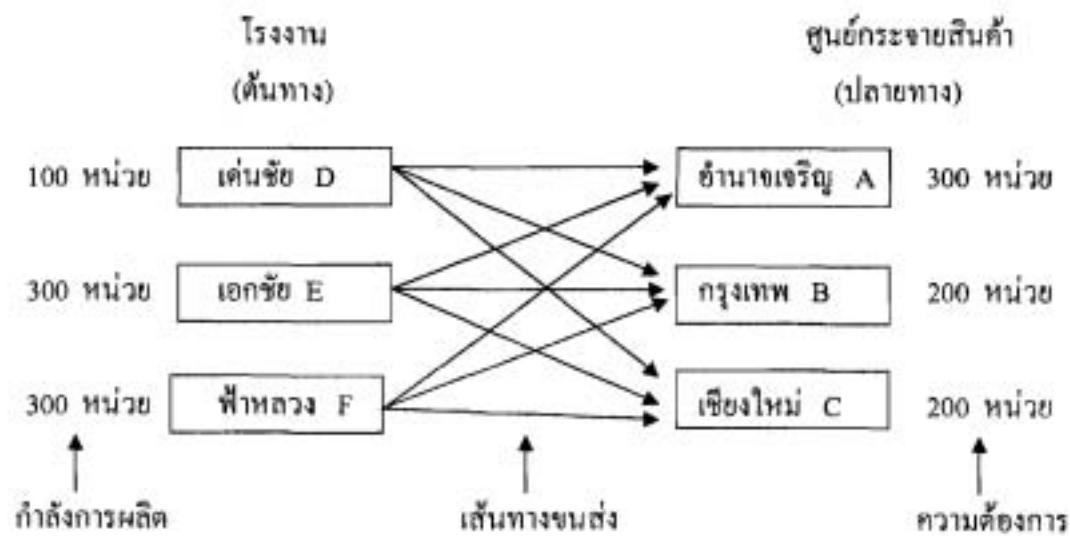
ปัญหาการขนส่ง

ตัวอย่าง	บริษัท EFC	มีโรงงานผลิตได้ทำงานอยู่ 3 แห่ง	ซึ่งมี	การผลิตดังนี้
1.	เด่นชัย จ.แพร่	(D)	100	หน่วย
2.	เขกชัย จ.สมุทรสงคราม	(E)	300	หน่วย
3.	แม่ฟ้าหลวง จ.เชียงราย	(F)	300	หน่วย

และมีศูนย์กระจายสินค้าสู่ตลาดอยู่ 3 แห่ง มีความต้องการดังนี้

1.	อำนาจเจริญ	(A)	300	หน่วย
2.	กรุงเทพฯ	(B)	200	หน่วย
3.	เชียงใหม่	(C)	200	หน่วย

จากตัวอย่างของบริษัท EFC ปัญหาที่เกิดขึ้นคือ จะจัดส่งสินค้าจากโรงงานใดไปที่ใดซึ่งสามารถจำลองภาพแสดงเส้นทางขนส่งที่เป็นไปได้ตามรูปดังต่อไปนี้



จากตัวอย่างของบริษัท EFC สมมติว่าต้นทุนการผลิตได้ต่อหน่วยของแต่ละโรงงานเท่ากัน ดังนั้นปัญหาเดียวที่เกิดขึ้นคือ จะจัดส่งจากโรงงานใดไปศูนย์ใดจึงจะประหยัดต้นทุนค่าขนส่งมากที่สุด ถ้าค่าขนส่งจากแต่ละโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้าแต่ละแห่งเป็นตามตารางที่ 1 ดังนี้

ตารางที่ 1 ค่าขนส่งต่อ 1 ตัน (บาท)

จาก \ ไป	A	B	C
D	5	4	3
E	8	4	3
F	9	7	5

ค่าขนส่งต่อหน่วยตามตารางที่ 1 สมมุติว่าคงที่ ไม่ว่าจะขนส่งครั้งละเท่าใด ดังนั้นปัญหาคือ ควรจะส่งจากโรงงานใดไปศูนย์กระจายสินค้าใด จำนวนเท่าใด จึงจะทำให้ต้นทุนค่าขนส่งรวมต่ำสุด และสอดคล้องกับเงื่อนไขกำลังการผลิตและความต้องการของแต่ละศูนย์กระจายสินค้า

ขั้นแรก สร้างตารางการขนส่ง เพื่อความสะดวกในการคำนวณตามตารางที่ 2

ตารางที่ 2 ตารางปัญหาการขนส่งบริษัท EFC

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต
D	5	4	3	100
E	8	4	3	300
F	9	7	5	300
ความต้องการ	300	200	200	700

กำลังการผลิตของ D
 เซลล์หมายถึงจากแหล่งต้นทางไปแหล่งปลายทาง
 ความต้องการของ ศูนย์ C
 ความต้องการและกำลังการผลิตรวม
 ค่าขนส่งได้ต่อหน่วยจาก E ไป B

จากตารางการขนส่งของบริษัท EFC พบว่ากำลังการผลิตรวมของ 3 โรงงานเท่ากับความต้องการของศูนย์กระจายสินค้าทั้ง 3 แห่งพอดี นั่นคือเกิดภาวะสมดุลระหว่างกำลังการผลิตและความต้องการ

การกำหนดเส้นทางขนส่งวิธี Northwest corner Rule

การกำหนดเส้นทางขนส่งวิธี northwest corner เป็นวิธีที่ง่ายสะดวกและรวดเร็ว แต่ข้อเสียคือไม่ได้คำนึงถึงค่าขนส่ง วิธีนี้ต้องสร้างตารางการขนส่ง ตามตัวอย่างตารางที่ 2 ก่อนแล้วดำเนินการกำหนดจำนวนที่จะขนส่งจากแหล่งปลายทาง โดยยึดกฎดังนี้

1. ต้องเริ่มที่เซลล์บนซ้ายมือสุดเป็นเซลล์แรก
2. จะเลื่อนลงในช่องถัดไปได้ ต่อเมื่อสินค้าแหล่งต้นทางในแถวนั้นหมดแล้ว
3. จะเลื่อนไปทางขวามือช่องถัดไปได้ ต่อเมื่อแหล่งปลายทางรับสินค้าครบแล้ว
4. ดำเนินการซ้ำในข้อ 2 หรือ 3 จนกว่า สินค้าแหล่งต้นทางหมด และแหล่งปลายทางรับสินค้าครบถ้วนตามที่ต้องการ

จากตัวอย่างบริษัท EFC สามารถกำหนดจำนวนสินค้าที่จะจัดส่งจากแต่ละโรงงานไปยัง ศูนย์กระจายสินค้าแต่ละแห่งตามวิธี northwest corner ได้ตามขั้นตอนต่อไปนี้

ขั้นที่ 1 ที่ช่องบนซ้ายมือสุด คือ จากโรงงาน D มีสินค้า 100 หน่วยไปศูนย์ A ซึ่งรับสินค้าได้ 300 หน่วย ให้ใส่จำนวนต่ำสุด คือ 100 ลงในช่องนี้ นั่นคือให้ส่งสินค้าจากโรงงาน D ไปยัง ศูนย์ A 100 หน่วย

ขั้นที่ 2 พิจารณาว่าจะเลื่อนไปทางขวามือ 1 ช่องหรือเลื่อนลงมา 1 ช่อง โรงงาน D สินค้าหมดแล้ว ขณะที่ศูนย์ A ยังรับสินค้าได้อีก 200 หน่วย นั่นคือจะเลื่อนไปขวามือไม่ได้ เพราะ A ยังรับสินค้าไม่หมด จึงต้องเลื่อนลงมา 1 ช่อง คือ จากโรงงาน E ซึ่งมีสินค้า 300 หน่วย ไปศูนย์ A ซึ่งรับสินค้าได้อีก 200 หน่วย ดังนั้น จำนวนต่ำสุดคือ 200 ให้ใส่ 200 ลงในช่องนี้ นั่นคือ ให้ส่งสินค้าจาก โรงงาน E 200 หน่วยไปศูนย์ A ดังนั้นโรงงาน E ยังมีสินค้าเหลือ 100 หน่วย

ขั้นที่ 3 พิจารณาว่าจะเลื่อนไปทางขวามือ 1 ช่องหรือเลื่อนลงมา 1 ช่อง ศูนย์ A รับสินค้าครบแล้วขณะที่โรงงาน E ยังมีสินค้าเหลืออีก 100 หน่วย จะเลื่อนลงมาไม่ได้ ต้องเลื่อนไปทางขวามือ 1 ช่อง คือ จากโรงงาน E ไปศูนย์ B ซึ่งรับสินค้าได้ 200 หน่วย จำนวนต่ำสุด คือ 100 หน่วย ให้ใส่ 100 ลงในช่องนี้ คือให้ส่งสินค้าจาก E ไปศูนย์ B 100 หน่วย

ขั้นที่ 4 พิจารณาว่าจะเลื่อนไปทางขวามือ 1 ช่องหรือเลื่อนลงมา 1 ช่อง ศูนย์ B รับสินค้าได้อีก 100 หน่วย ขณะที่โรงงาน E สินค้าหมดแล้ว ดังนั้นจะเลื่อนไปขวามือไม่ได้ต้องเลื่อนลงมา 1 ช่อง เพื่อรับสินค้าจากโรงงาน F ซึ่งมีสินค้า 300 หน่วย ให้ใส่ค่าน้อยคือ 100 ลงในช่องนี้ นั่นคือให้ส่งสินค้า จากโรงงาน F ไปศูนย์ B 100 หน่วย ดังนั้นโรงงาน F ยังเหลือสินค้าอีก 200 หน่วย

ขั้นที่ 5 โรงงาน F เหลือสินค้าอีก 200 หน่วย ขณะที่ศูนย์ B รับครบแล้ว ดังนั้นให้เลื่อนไปทางขวามือ 1 ช่อง คือ จากโรงงาน F ไปศูนย์ C ซึ่งรับสินค้าได้ 200 หน่วย เท่ากับจำนวนที่ โรงงาน F เหลืออยู่พอดีให้ใส่ 200 ลงไป

ตั้งนั้นทุกโรงงานส่งสินค้าหมด และแต่ละศูนย์รับสินค้าครบตามที่ต้องการ ตามตารางที่ 3

ตารางที่ 3 ตารางกำหนดเส้นทางขนส่งโดยวิธี northwest

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต
D	5	4	3	100
E	8	4	3	300
F	9	7	5	300
ความต้องการ	300	200	200	700

ต้นทุนค่าขนส่งโดยกำหนดเส้นทางขนส่งโดยวิธี northwest จำนวนได้ดังนี้

เส้นทาง		จำนวน	ค่าขนส่งต่อหน่วย	ค่าขนส่ง
จาก	ถึง			
D	A	100	5	500
E	A	200	8	1,600
E	B	100	4	400
F	B	100	7	700
F	C	200	5	1,000
				<u>4,200</u>

การกำหนดเส้นทางขนส่งวิธี northwest เป็นวิธีที่ง่าย สะดวก และรวดเร็ว แต่เส้นทางเหล่านั้นอาจจะไม่ใช่วิธีที่ต้นทุนค่าขนส่งต่ำสุด วิธีหนึ่งที่จะกำหนดเส้นทางขนส่งที่ต้นทุนค่าขนส่งต่ำสุด คือ วิธี Stepping-Stone

การกำหนดเส้นทางที่ดีที่สุดโดยวิธี Stepping - Stone

หลักเบื้องต้นของ Stepping - Stone คือ เส้นทางการขนส่งที่ใช้อู่จะต้องเท่ากับจำนวนแถวอนบกจำนวนแถวตั้งหักด้วยหนึ่งเสมอ ดังนั้นจากตัวอย่างของบริษัท EFC จำนวนเส้นทางที่ใช้ต้องเท่ากับ $3+3-1 = 5$ เสมอ ซึ่งเปลี่ยนเป็นสมการได้ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{เส้นทางที่ใช้} &= \text{จำนวนแถวอน} + \text{จำนวนแถวตั้ง} - 1 \\ 5 &= 3 + 3 - 1 \end{aligned}$$

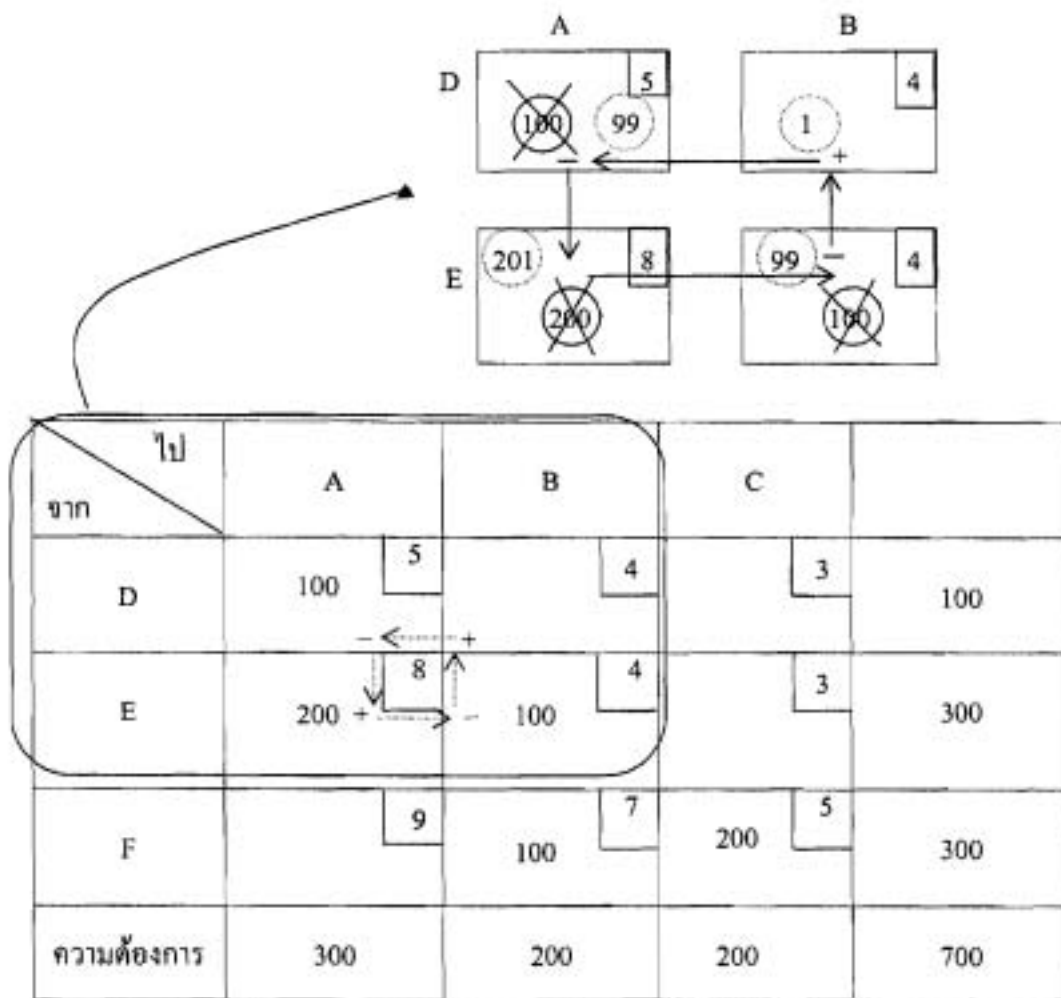
การกำหนดเส้นทางขนส่งโดยวิธี Stepping - Stone เป็นการหาเส้นทางขนส่งที่ดีที่สุดโดยการนำเส้นทางเบื้องต้นมาทดสอบว่า ถ้าเปลี่ยนไปใช้เส้นทางขนส่งที่ไม่ได้ใช้เพื่อส่งสินค้า 1 หน่วย จะทำให้ต้นทุนค่าขนส่งรวมต่ำลงหรือไม่

การทดสอบเส้นทางที่ไม่ได้ใช้มี 5 ขั้นตอนดังนี้

1. เลือกเส้นทางขนส่งที่ไม่ได้ใช้เป็นเซลล์เริ่มต้น
2. สร้าง loop โดยที่จุดมุมทุกจุดของ loop ต้องเป็นเส้นทางที่ใช้ ยกเว้นเซลล์เริ่มต้น โดยต้องมีคุณสมบัติ ดังนี้
 - ก. ทางเดินของ loop ต้องเป็นแนวตั้งหรือแนวนอน
 - ข. ทิศทางการเดินจะทวนเข็มนาฬิกาหรือตามเข็มนาฬิกาก็ได้
 - ค. จุดเริ่มต้นและสิ้นสุดของ loop ต้องเป็นจุดเดียวกัน คือ เป็นเส้นทางที่ไม่ได้ใช้
 - ง. ทางเดินต่างๆ สามารถตัดกันได้
3. ใส่เครื่องหมาย บวก ลบ บวก สลับกันไปเรื่อยๆ ในเซลล์ของ loop โดยใส่เครื่องหมาย บวก ที่จุดเริ่มต้น
4. คำนวณค่าดัชนีการปรับปรุง (I) โดยการรวมค่าขนส่งต่อหน่วยในแต่ละเซลล์ของ loop เข้าด้วยกัน ถ้าเซลล์ใดเป็นเครื่องหมายบวก ให้บวก ถ้าเซลล์ใดเป็นเครื่องหมายลบให้หักออก
5. กลับไปทำขั้นตอนที่ 1 ถึง 4 เพื่อหาค่า I ของเส้นทางที่ไม่ได้ใช้ ถ้าค่า I ทุกตัวมีค่ามากกว่า หรือ เท่ากับศูนย์ แสดงว่าเส้นทางขนส่งนั้นดีที่สุดแล้ว ถ้ายังมี I บางตัวเป็นลบแสดงว่ายังสามารถเปลี่ยนเส้นทางขนส่ง เพื่อลดต้นทุนได้อีก

ตัวอย่างที่ 2 ให้หาเส้นทางขนส่งที่ดีที่สุดของบริษัท EFC ถ้าปัจจุบันมีเส้นทางขนส่งตามวิธี northwest corner ดังนี้

ตารางที่ 4 เส้นทางขนส่งเดิม และการทดสอบการใช้เส้นทาง D ไป B



การคำนวณรอบที่ 1

จากเส้นทางขนส่งปัจจุบัน มีเส้นทางที่ไม่มีภาระขนส่ง คือ

จาก D ไป B

จาก D ไป C

จาก E ไป C

จาก F ไป A

ขั้นตอนที่ 1 และขั้นตอนที่ 2 เริ่มที่ D ไป B สร้าง loop ตามตารางที่ 4 และใส่เครื่องหมาย บวก ลบ บวก ลบ โดยเริ่มใส่เครื่องหมาย บวก ที่เซลล์ DB ข้อสังเกตในการสร้าง loop ที่เริ่มจาก D ไป B มีเพียง loop เดียวตามภาพเท่านั้นที่ใช้ได้โดยอาจจะตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกาก็ได้ ขณะที่ loop อื่นๆ ใช้ไม่ได้ เช่น loop ตามตารางที่ 5 เนื่องจากจุดมุมของ loop ที่ FA เป็นเส้นทางที่ไม่ได้ใช้

ตารางที่ 5 ตัวอย่าง loop ที่เป็นไปไม่ได้

จาก \ ไป	A	B	C	รวม			
D	100	5	4	3	100		
E	200	8	4	3	300		
F		9	100	7	200	5	300
รวม	300	200	200	700			

ขั้นตอนที่ 3 ให้ใส่เครื่องหมายบวก ที่เซลล์เริ่มต้น คือ DB แสดงว่ามีการขนส่งจาก โรงงาน D ไปยังศูนย์กระจายสินค้า B ถ้ามีการส่งโตะจาก D ไป B 1 ตัว ทำให้จำนวนโตะที่ส่งออกจาก D เท่ากับ 101 แต่โรงงาน D สามารถส่งโตะได้ 100 ตัวเท่านั้น ดังนั้นจึงต้องใส่ -1 ลงที่เซลล์ DA เพื่อให้จำนวนโตะของโรงงาน D เท่ากับ 100 ตัว เมื่อการขนส่งจาก D ไป A ลดลง 1 ตัว ทำให้ต้องขนส่งจาก E ไป A เพิ่ม 1 ตัว และการขนส่งจาก E ไป B ลดลง 1 ตัว เพื่อให้ตรงตามเงื่อนไขกำลังการผลิตของแต่ละโรงงาน และความต้องการของแต่ละศูนย์กระจายสินค้า ตามภาพประกอบในตารางที่ 4

ขั้นตอนที่ 4 คำนวณค่าดัชนีการปรับปรุง I_{DB} ได้ดังนี้

$$I_{DB} = +4 - 5 + 8 - 4 = +3$$

หมายความว่า การส่งโตะทุกๆ 1 ตัวจาก D ไป B จะทำให้ต้นทุนค่าขนส่งเพิ่มขึ้นตัวละ 3 บาท จากต้นทุนค่าขนส่งในปัจจุบัน

ขั้นตอนที่ 5 คำนวณค่า I ของเส้นทางอื่นๆ ที่ยังไม่มีการขนส่ง
 ก. ทดสอบเส้นทาง DC

ตารางที่ 6 ทดสอบเส้นทางขนส่ง DC

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต
D	5	4	3	100
E	8	4	3	300
F	9	7	5	300
ความต้องการ	300	200	200	700

$$\text{Loop DC : } +DC - DA + EA - EB + FB - FC$$

$$I_{DC} = +3 - 5 + 8 - 4 + 7 - 5$$

$$= +4$$

นั่นคือ ถ้าใช้เส้นทาง DC ค่าขนส่งเพิ่มขึ้น 4 บาทต่อหน่วย

ข. ทดสอบเส้นทาง EC

$$\text{loop EC : } +EC - EB + FB - FC$$

$$I_{EC} = +3 - 4 + 7 - 5$$

$$= +1$$

นั่นคือ ถ้าใช้เส้นทาง EC ค่าขนส่งเพิ่มขึ้น 1 บาทต่อหน่วย

ค. ทดสอบเส้นทาง FA

$$\text{loop FA : } +FA - FB + EB - EA$$

$$I_{FA} = +9 - 7 + 4 - 8$$

$$= -2$$

นั่นคือ ถ้าใช้เส้นทาง FA ค่าขนส่งลดลง 2 บาทต่อหน่วย

แสดงว่าเส้นทางขนส่งเดิม ซึ่งเสียค่าขนส่งรวม 4,200 บาท สามารถลดลงได้อีก

การปรับเส้นทาง

จากการทดสอบเส้นทางที่ไม่ได้ใช้ข้างต้น พบว่าถ้ามีการขนส่งจากโรงงาน F ไปศูนย์กระจายสินค้า A จะทำให้ประหยัดค่าขนส่งได้หน่วยละ 2 บาท ดังนั้นถ้าสามารถส่งสินค้าจาก F ไป A ได้มากเพียงใดก็จะประหยัดค่าขนส่งได้มากเพียงนั้น จากตารางเส้นทางการขนส่งเดิม และพิจารณา loop FA คือ $+FA - FB + EB - EA$ ตามตารางที่ 7 จำนวนโตะสูงสุดที่จะจัดส่งจากโรงงาน F ไป A คือ ตัวเลขน้อยสุดใน loop ที่ติดเครื่องหมายลบ คือ -100 ในเส้นทาง FB

ดังนั้น ผลลัพธ์เส้นทางใหม่ คือ ตารางที่ 8

ตารางที่ 7 ทดสอบเส้นทางการขนส่ง FA

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต		
D	100	5	4	3	100	
E	-200	8	4	3	300	
F	+	9	-100	5	200	300
ความต้องการ	300	200	200	700		

ตารางที่ 8 เส้นทางการขนส่งใหม่ที่ได้จากการทดสอบเส้นทางใหม่รอบแรก

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต		
D	100	5	4	3	100	
E	100	8	200	4	3	300
F	100	9	7	5	200	300
ความต้องการ	300	200	200	700		

$$\begin{aligned} \text{ค่าขนส่งรวมในรอบนี้} &= (100 \times 5) + (100 \times 8) + (200 \times 4) + (100 \times 9) + (200 \times 5) \\ &= 4,000 \text{ บาท} \end{aligned}$$

นั่นคือ เส้นทางขนส่งใหม่มีต้นทุนต่ำกว่าเส้นทางเดิม

การคำนวณรอบที่ 2

จากเส้นทางใหม่ มีเส้นทางที่ไม่มีรถขนส่ง คือ

จาก D ไป B

จาก D ไป C

จาก E ไป C

จาก F ไป B

คำนวณค่า I ของแต่ละเส้นทางที่ไม่ได้ใช้

$$\text{loop DB : } +DB - DA + EA - EB$$

$$\begin{aligned} I_{DB} &= +4 - 5 + 8 - 4 \\ &= +3 \end{aligned}$$

$$\text{loop DC : } +DC - DA + FA - FC$$

$$\begin{aligned} I_{DC} &= +3 - 5 + 9 - 5 \\ &= +2 \end{aligned}$$

$$\text{loop EC : } +EC - EA + FA - FC$$

$$\begin{aligned} I_{EC} &= +3 - 8 + 9 - 5 \\ &= -1 \end{aligned}$$

$$\text{loop FB : } +FB - EB + EA - FA$$

$$\begin{aligned} I_{FB} &= +7 - 4 + 8 - 9 \\ &= +2 \end{aligned}$$

จากการทดสอบ loop EC มีค่า I = -1 แสดงว่าค่าขนส่งรวม 4,000 บาท ยังสามารถลดลงได้อีก

จาก loop EC ชุดตารางที่ 9 ค่าที่ติดเครื่องหมายลบ คือ EA = -100 และ FA = -200 ดังนั้น ค่าติดลบน้อยคือ -100 ดังนั้นให้ปรับการขนส่งใน loop ดังนี้

$$\text{จาก E ไป C} = 0 + 100 = 100 \text{ ตัว}$$

$$\text{จาก E ไป A} = 100 - 100 = 0 \text{ ตัว}$$

$$\text{จาก F ไป A} = 100 + 100 = 200 \text{ ตัว}$$

$$\text{จาก F ไป C} = 200 - 100 = 100 \text{ ตัว}$$

ตารางที่ 9 ทดสอบเส้นทาง EC

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต	
D	100	5	4	3	100
E		8	4	3	300
F		9	7	5	300
ความต้องการ	300	200	200	700	

Diagram illustrating flow between nodes D, E, and F. Node D has an initial stock of 100. Node E has a stock of 100 and a 'Start +' node. Node F has a stock of 100 and a '200 -' node. Arrows show flows: 100 from D to E, 200 from E to F, and 100 from F to E.

ดังนั้น เส้นทางการขนส่งใหม่ในรอบนี้จะปรากฏตามตารางที่ 10

ตารางที่ 10 ตารางการขนส่งรอบใหม่

จาก \ ไป	A	B	C	กำลังการผลิต			
D	100	5	4	3	100		
E		8	200	4	100	3	300
F	200	9	7	5	300		
ความต้องการ	300	200	200	700			

$$\begin{aligned} \text{ค่าขนส่งรวมในรอบนี้} &= (100 \times 5) + (200 \times 4) + (100 \times 3) + (200 \times 9) + (100 \times 5) \\ &= 3,900 \text{ บาท} \end{aligned}$$

การคำนวณรอบที่ 3

จากเส้นทางการขนส่งใหม่ เส้นทางที่ไม่มีการขนส่ง คือ

จาก D ไป B

จาก D ไป C

จาก E ไป A

จาก F ไป B

คำนวณค่า I ของเส้นทางที่ไม่ได้ใช้

$$\text{loop DB} \quad : \quad +DB - DA + FA - FC + EC - EB$$

$$I_{DB} = +4 - 5 + 9 - 5 + 3 - 4$$

$$= +2$$

$$\text{loop DC} \quad : \quad +DC - DA + FA - FC$$

$$I_{DC} = +3 - 5 + 9 - 5$$

$$= +2$$

$$\text{loop EA} \quad : \quad +EA - FA + FC - EC$$

$$I_{EA} = +8 - 9 + 5 - 3$$

$$= +1$$

$$\text{loop FB} \quad : \quad +FB - EB + EC - FC$$

$$I_{FB} = +7 - 4 + 3 - 5$$

$$= +1$$

ค่า I ทุกเส้นทางที่ไม่ได้ใช้มีค่า เป็นบวกแสดงว่าไม่สามารถลดค่าขนส่งลงได้ นั่นคือเส้นทางที่ได้จากการคำนวณรอบที่สอง เป็นเส้นทางที่ต้นทุนค่าขนส่งต่ำสุดแล้ว

การกำหนดเส้นทางโดย Vogel's Approximation Method (VAM)

VAM เป็นการกำหนดเส้นทางการขนส่งอีกวิธีหนึ่ง โดยพิจารณาค่าขนส่งต่อหน่วย ซึ่งมีขั้นตอนดังนี้

ขั้นที่ 1 ในแต่ละแถวอน หาค่าต่างระหว่างค่าขนส่งต่ำสุด 2 ตัว

ขั้นที่ 2 ในแต่ละแถวตั้ง หาค่าต่างระหว่างค่าขนส่งต่ำสุด 2 ตัว

- ขั้นที่ 3 เลือกแถวนอน หรือแถวตั้งที่มีผลต่างมากที่สุด กรณีมีผลต่างมากที่สุดหลายตัว เลือกตัวไหนก็ได้
- ขั้นที่ 4 เลือกเซลล์ที่มีค่าขนส่งต่ำสุดจากแถวนอนหรือแถวตั้งที่ถูกเลือกจากขั้นตอนที่ 3 แล้วเลือกจำนวนที่ต่ำสุดระหว่างยอดรวมของแถวนอนนั้นกับยอดรวมของแถวตั้งนั้น ใส่ลงในเซลล์นั้น
- ขั้นที่ 5 ตัดแถวนอนที่ไม่มีสินค้าเหลืออยู่ หรือตัดแถวตั้งที่ไม่สามารถรับสินค้าได้อีก
- ขั้นที่ 6 กลับไปทำขั้นที่ 1 ถึงขั้นที่ 5 จนกว่าจะจัดสรรหมด

จากตัวอย่างของบริษัท EFC สามารถกำหนดเส้นทางการขนส่งโดยวิธี VAM ได้ดังนี้
การคำนวณรอบที่ 1

ขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 หาผลต่างระหว่างค่าขนส่งต่ำสุด 2 ตัวของแต่ละแถวนอน และแถวตั้ง ได้ตามตารางที่ 11 โดยแสดงค่าผลต่างไว้ด้านล่างของแถวตั้ง และขวามือของแถวนอน

ขั้นที่ 3 ค่าผลต่างสูงสุด คือ 3 อยู่ที่แถวตั้ง A

ตารางที่ 11 ตารางการขนส่งที่แสดงผลต่างโดยวิธี VAM

จาก \ ไป	A	B	C	รวม		
D	100	5	4	3	100	1
E		8	4	3	300	1
F		9	7	5	300	2
ความต้องการ	300	200	200	700		
	3	0	0			

ขั้นที่ 4 แถวตั้ง A ค่าขนส่งต่ำสุด คือ D ไป A โดยโรงงาน D มีสินค้า 100 ขณะที่ศูนย์กระจายสินค้า A รับสินค้าได้ 300 ดังนั้น การส่งสินค้าจาก D ไป A จะส่งได้สูงสุด คือ 100 ใส่จำนวน 100 ลงในเซลล์ DA ดังตารางที่ 11

ขั้นที่ 5 ดัดแถวอน D ออกเนื่องจาก D ส่งสินค้าหมดแล้ว ดังตารางที่ 11
การคำนวณรอบที่ 2

กระทำเช่นเดียวกับการคำนวณรอบที่ 1 จะได้ตารางที่ 12 ดังนี้

ตารางที่ 12

ไป จาก	A	B	C	กำลังการผลิต	
D	100 5	4	3	100	1
E	8	200 4	3	300	1
F	9	7	5	300	2
ความต้องการ	300	200	200	700	
	$\cancel{1}$	$\cancel{3}$	$\cancel{2}$		

การคำนวณรอบที่ 3

กระทำเช่นเดียวกับการคำนวณรอบที่ 1 จะได้ตารางที่ 13 ดังนี้

ตารางที่ 13

ไปจาก	A	B	C	กำลังการผลิต	
D	100 5	4	3	100	1
E	8	200 4	100 3	300	\times 5
F	9	7	100 5	300	$\cancel{4}$
ความต้องการ	300	200	200	700	
	$\cancel{1}$	$\cancel{3}$	$\cancel{2}$		

ตารางที่ 13 ทุกโรงงานจัดส่งสินค้าหมด และทุกศูนย์กระจายสินค้าได้รับสินค้าครบถ้วน ดังนั้นจึงเป็นเส้นทางขนส่งที่ดีที่สุดโดยวิธี VAM ซึ่งจะได้ค่าขนส่งดังนี้

$$\begin{aligned} \text{ค่าขนส่ง} &= (100 \times 5) + (200 \times 4) + (100 \times 3) + (200 \times 3) + (200 \times 9) + (100 \times 5) \\ &= 3,900 \text{ บาท} \end{aligned}$$

ซึ่งเป็นค่าขนส่งต่ำสุด

การมอบหมายงาน (Assignment)

ปัญหาเกี่ยวกับการมอบหมายงานเกี่ยวข้องกับการตัดสินใจว่าควรมอบงานใดให้ใครทำ มีเป้าหมาย 2 รูปแบบ คือ

- (1) ทำให้ต้นทุนหรือเวลา ต่ำที่สุด
- (2) ทำให้ได้ผลประโยชน์หรือกำไรสูงสุด

วิธีที่ให้คำตอบที่รวดเร็วและง่าย คือ วิธี Hungarian ซึ่งจะได้ศึกษาในหัวข้อนี้

เป้าหมายต่ำสุด

ตัวอย่าง ศูนย์บริการซ่อมเครื่องใช้ไฟฟ้าแห่งหนึ่งมีพนักงาน 3 คนที่มีทักษะต่างกัน มีเครื่องใช้ไฟฟ้าที่ต้องซ่อม คือ (1) วิทยุ (2) เตาอบ (3) หม้อต้มกาแฟ

ผู้จัดการศูนย์ ประมาณค่าแรงสำหรับพนักงานแต่ละคนสำหรับการซ่อมแต่ละประเภทตามตารางที่ 1

ตารางที่ 1 ค่าแรงซ่อมเครื่องใช้ไฟฟ้าของพนักงาน

พนักงาน	ค่าแรง (บาท)		
	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม
ก	11	14	6
ข	8	10	11
ค	9	12	7

ผู้จัดการศูนย์ซ่อมจะต้องตัดสินใจว่าจะมอบหมายพนักงานใดซ่อมอะไรจึงจะมีต้นทุนต่ำที่สุด โดยมีเงื่อนไขว่าแต่ละคนจะได้รับมอบหมายงานเพียง 1 งานเท่านั้น ข้อสังเกตของปัญหานี้ คือ ต้องมีจำนวนคน (row) เท่ากับจำนวนงาน (column)

เนื่องจากตัวอย่างนี้มีคนเพียง 3 คน และงาน 3 งาน วิธีง่ายๆ ที่จะได้คำตอบในการมอบหมายงานให้ได้ต้นทุนต่ำสุดทำได้ด้วยการกำหนดทางเลือกในการมอบงานที่เป็นไปได้ทั้งหมดแล้ว คำนวณต้นทุน และเลือกทางเลือกที่ต้นทุนต่ำสุด ดังตารางที่ 2

ตารางที่ 2 สรุปทางเลือกในการมอบงานและค่าแรง

วิทย์	การมอบงาน		ค่าแรง	ต้นทุนรวม
	เตาอบ	หม้อต้ม		
ก	ข	ค	11 + 10 + 7	28
ก	ค	ข	11 + 12 + 11	34
ข	ก	ค	8 + 14 + 7	29
ข	ค	ก	8 + 12 + 6	26
ค	ก	ข	9 + 14 + 11	34
ค	ข	ก	9 + 10 + 6	25

จากตารางที่ 2 การมอบงานที่ต้นทุนต่ำสุด คือ ให้ ค ซ่อมวิทย์ ข ซ่อมเตาอบ และ ก ซ่อมหม้อกาแฟ ซึ่งมีต้นทุนเท่ากับ 25 บาท ต่ำกว่าทางเลือกอื่นๆ

การคำนวณข้างต้นใช้ได้ในกรณีที่จำนวนคนและจำนวนงานไม่มากนัก จากตัวอย่างที่มีจำนวนคน 3 คน งาน 3 งานทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมดมี $3! (= 3 \times 2 \times 1)$ ซึ่งเท่ากับ 6 ทางเลือกแต่ละเสียเวลามากและไม่มีประสิทธิภาพ ถ้ามีจำนวนคนงานและงานมาก เช่น ถ้ามีคนงาน 4 คน งาน 4 งานทางเลือกที่เป็นไปได้จะเท่ากับ $4! (= 4 \times 3 \times 2 \times 1) = 24$ ทางเลือก หรือถ้ามีคนงาน 8 คน 8 งาน จำนวนทางเลือกในการมอบงานจะเท่ากับ $8! = 40,320$ ทางเลือก ดังนั้นการใช้วิธีกำหนดทางเลือกที่เป็นไปได้ทั้งหมด แล้วคำนวณต้นทุนจึงเป็นวิธีที่เสียเวลามาก

วิธีหนึ่งที่จะได้คำตอบโดยเร็วและไม่ยาก คือ วิธี Hungarian

Hungarian

วิธีกำหนดหรือมอบหมายงานโดยวิธี Hungarian เป็นวิธีที่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ในเวลารวดเร็ว โดยไม่ต้องไปคำนวณหาต้นทุนของทางเลือกอื่นๆ แล้วนำมาเปรียบเทียบเพื่อหาทางเลือกที่ต้นทุนต่ำสุด วิธี Hungarian อาศัยแนวการลด matrix ด้วยการหักและบวก ตัวเลขที่เหมาะสมเข้าไปใน matrix โดยการแปลงตารางต้นทุนให้เป็นตารางค่าเสียโอกาส โดยตารางค่าเสียโอกาสจะแสดงถึงต้นทุนหรือความสูญเสียที่เกิดขึ้นจากการมอบให้คนอื่นที่ไม่ใช่คนที่ต้นทุนต่ำสุดไปทำงานนั้น ถ้าเราสามารถลด

matrix จนกระทั่ง ทุกแถวอนและแนวยืนมี ศูนย์ อยู่ 1 ตัว ก็จะได้คำตอบที่ดีที่สุดในการมอบงานนั้น คือ การมอบงานนั้นมีค่าเสียโอกาสเป็นศูนย์

ขั้นตอนการหาคำตอบของ Hungarian มี 3 ขั้นตอนหลักดังนี้

ขั้นที่ 1 สร้างตารางค่าเสียโอกาสโดย

- (ก) นำตัวเลขที่น้อยที่สุดในแต่ละแถวอนลบออกจากตัวเลขทุกตัวในแถวอนนั้น
- (ข) นำตัวเลขที่น้อยที่สุดในแต่ละแนวยืนที่ได้จากขั้นตอน ก. ลบออกจากตัวเลขทุกตัวในแนวยืนนั้น

ขั้นที่ 2 ลากเส้นตรงในแถวอนหรือแนวตั้งให้ผ่าน 0 ทุกตัวที่อยู่ในตาราง โดยต้องใช้เส้นตรงให้น้อยเส้นที่สุดเท่าที่จะทำได้ ให้นับจำนวนเส้นตรงทั้งหมดที่ลากได้

- (ก) ถ้าจำนวนเส้นตรงเท่ากับจำนวนแถวอนหรือแนวยืนแสดงว่าสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้จากตารางนั้น
- (ข) ถ้ายังไม่เท่า ให้ทำขั้นที่ 3 ต่อไป

ขั้นที่ 3 ปรับตารางล่าสุดใหม่ นำตัวเลขน้อยที่สุดที่ไม่ถูกเส้นตรง ลากผ่านไปลบจากตัวเลขที่เหลือทุกตัวที่ไม่ถูกเส้นตรงลากผ่าน และนำไปบวกกับตัวเลขทุกตัวที่อยู่จุดตัดของเส้นอนและเส้นยืน และให้ย้อนกลับไปทำขั้นที่ 2, 3 ซ้ำจนกว่าจะได้จำนวนเส้นตรงเท่ากับจำนวนแถวอนหรือแนวยืน

จากตัวอย่างของศูนย์ซ่อมเครื่องใช้ไฟฟ้าข้างต้น สามารถนำขั้นตอนทั้ง 3 หาคำตอบที่ดีที่สุดได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 ทำให้เป็นตารางเสียโอกาส

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม	ค่าต่ำสุด
ก	11	14	6	6
ข	8	10	11	8
ค	9	12	7	7

→

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม
ก	5	8	0
ข	0	2	3
ค	2	5	0
ค่าต่ำสุด	0	2	0

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม
ก	5	6	0
ข	0	0	3
ค	2	3	0

ขั้นที่ 2 จากตารางสุดท้าย ลากเส้นตรงทั้งแนวนอนและแนวตั้งผ่านศูนย์ให้มากที่สุด โดยใช้เส้นน้อยที่สุดที่จะหาได้ ได้ดังนี้

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม
ก	5	6	0
ข	0	0	3
ค	2	3	0

เส้นตรงที่นับได้มี 2 เส้น ซึ่งไม่เท่ากับจำนวนแถวแนวนอนหรือแถวตั้ง ซึ่งเท่ากับ 3 ดังนั้น ยังไม่สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดจากตารางนี้ ต้องทำขั้นที่ 3 ต่อไป

ขั้นที่ 3 ปรับตารางล่าสุด นำตัวเลขที่น้อยที่สุด (ที่เส้นตรงไม่ลากผ่าน) คือ 2 ไปลบจากตัวเลขตัวเลขที่เหลือที่เส้นตรงไม่ลากผ่าน และบวกกับตัวเลขที่จุดตัดของเส้นตรงทั้งสอง เมื่อได้ตารางใหม่แล้ว ลากเส้นตรงผ่าน 0 ให้มากที่สุด โดยใช้เส้นให้น้อยที่สุด จะได้ดังนี้

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม
ก	3	4	0
ข	0	0	5
ค	0	1	0

นับจำนวนเส้นตรงที่ผ่าน 0 ทั้งหมดได้ 3 เส้นเท่ากับจำนวนแถวแนวนอนหรือแถวขึ้น คือ 3 แสดงว่าสามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้จากตารางนี้แล้ว

หาคำตอบที่ดีที่สุด โดยพิจารณาแถวนอนหรือแถวยืนที่มี 0 เพียงตัวเดียวก่อน ตามตัวอย่าง แถวนอนที่ 1 มี 0 ตัวเดียวที่แถวยืนที่ 3 ดังนั้น จะมอบให้ ก ซ่อมหม้อต้ม ให้ชิดแถวนอนที่ 1 และแถวยืนที่ 3 ทั้ง พิจารณาแถวนอนและแถวยืนที่เหลือ แถวนอนที่ 3 มี 0 ตัวเดียวที่แถวยืนที่ 1 ดังนั้น จะมอบให้ ค ซ่อมวิทยุ ดังนั้น ข ต้องทำงานที่เหลือ คือ ซ่อมเตาอบ

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม
ก	3	4	0
ข	0	0	5
ค	0	1	0

สรุป การมอบหมายงานและต้นทุนจะเป็นดังนี้

	ต้นทุน
ก. ซ่อมหม้อต้ม	6
ข. ซ่อมเตาอบ	10
ค. ซ่อมวิทยุ	9
ต้นทุนรวม	<u>25</u>

กรณีปัญหาที่จำนวนแถวนอนไม่เท่ากับแถวยืน

ในกรณีที่มีจำนวนคนและงานไม่เท่ากัน เช่น จำนวนคนมากกว่างาน หรือจำนวนงานมากกว่าคน การจะนำวิธี Hungarian มาใช้ในการมอบหมายงานจะต้องทำให้ปัญหาของ matrix คือ จำนวนแถวนอนและแถวยืนไม่เท่ากันหมดไปก่อน วิธีการคือ ให้ตั้งแถวหุ่น หรือแถวจำลอง (dummy) ขึ้น เช่น จำนวนคน (แถวนอน) มากกว่าจำนวนงาน (แถวยืน) ก็ให้เพิ่มแถวยืนหุ่น (dummy column) แต่ถ้านจำนวนคนน้อยกว่างานให้เพิ่มแถวนอนหุ่น (dummy row) ขึ้น และใส่ตัวเลข 0 ในแถวหุ่นที่สร้างขึ้น

ตัวอย่าง จากตัวอย่างศูนย์บริการซ่อมเครื่องใช้ไฟฟ้าสมมุติว่ามีคนงานเพิ่มมาอีก 1 คน คือ ง โดยมีค่าแรงของ ง. ดังนี้ วิทยุ 10 บาท เตาอบ 13 บาท และหม้อต้ม 8 บาท ดังนั้นเราสามารถสร้างตาราง โดยมี dummy column ดังนี้

คนงาน	วิทยุ	เตาอบ	หม้อต้ม	Dummy
ก	11	14	6	0
ข	8	10	11	0
ค	9	12	7	0
ง	10	13	8	0

เมื่อสร้าง matrix ที่มี dummy แล้วทำให้จำนวนแถวบนเท่ากับแถวขึ้น การหาคำตอบที่ดีที่สุดในการมอบหมายงาน เพื่อให้ต้นทุนต่ำที่สุด ให้ดำเนินการตามขั้นตอนเหมือนปัญหาปกติ

เป้าหมายมากที่สุด

ในกรณีการมอบหมายงานที่มีเป้าหมายสูงสุด เช่น ทำกำไรมากที่สุดหรือให้ได้ประสิทธิภาพมากที่สุด เป็นต้น การหาคำตอบที่ดีที่สุดจะต้องเปลี่ยนปัญหาให้เป็นปัญหาเป้าหมายต่ำสุด โดยการเปลี่ยน matrix ให้เป็นค่าเสียโอกาสต่ำสุดก่อน แล้วจึงดำเนินการหาคำตอบที่ดีที่สุดตามวิธีและขั้นตอนการมอบหมายงานที่มีเป้าหมายต่ำสุด

ตัวอย่าง กองทัพเรือมีเรืออยู่ 4 ลำ ที่ต้องปฏิบัติภารกิจเกี่ยวกับการเฝ้าติดตามจับเรือตกปลาที่ทำผิดกฎหมาย และป้องกันเรือค่าน้ำของประเทศอื่นเข้ามาในน่านน้ำ โดยแบ่งพื้นที่ออกเป็น 4 เขต คือ เขต A, B, C และ D โดยเรือแต่ละลำมีประสิทธิภาพในการปฏิบัติภารกิจในแต่ละน่านน้ำแตกต่างกันตามตารางต่อไปนี้

เรือ	ประสิทธิภาพของเรือ			
	A	B	C	D
1	20	60	50	55
2	60	30	80	75
3	80	100	90	80
4	65	80	75	70

ผู้บัญชาการฝูงเรือต้องการกำหนดน่านน้ำให้เรือแต่ละลำ โดยต้องการให้เกิดประสิทธิภาพรวมสูงสุด

ปัญหาข้างต้นเป็นปัญหาเป้าหมายสูงสุด ดังนั้นต้องเปลี่ยน matrix ประสิทธิภาพให้เป็นตารางค่าเสียโอกาสก่อน ดังนี้

ให้หาตัวเลขสูงสุดในตาราง แล้วนำตัวเลขทุกตัวไปลบจากค่าสูงสุดนี้ ก็จะได้ตารางค่าเสียโอกาส ดังนี้

เรือ	เขต			
	A	B	C	D
1	80	40	50	45
2	40	70	20	25
3	20	0	10	20
4	35	20	25	30

ต่อจากนี้ให้ดำเนินการตามขั้นตอนแบบเดียวกับปัญหาเป้าหมายต่ำสุด คือ ขั้นที่ 1 และ 2 นำค่าน้อยที่สุดของแต่ละแถวอนไปลบตัวเลขทุกตัวในแถวนั้น และนำค่าน้อยที่สุดของแถวขึ้นไปลบจากตัวเลขทุกตัวในแถวขึ้น และลากเส้นตรงผ่านเลข 0 จะได้ดังนี้

เรือ	A	B	C	D	เรือ	A	B	C	D
1	40	0	10	5	1	25	0	10	0
2	20	50	0	5	2	5	50	0	0
3	20	0	10	20	3	5	0	10	15
4	15	0	5	10	4	0	0	5	5

นับจำนวนเส้นตรงได้ 4 เส้น ซึ่งเท่ากับจำนวนแถวอนหรือแถวขึ้นพอดี คือ 4 ดังนั้นตารางนี้สามารถหาคำตอบที่ดีที่สุดได้ ดังนี้

ประสิทธิภาพ	
เรือ 1 อยู่เขต D	55
เรือ 2 อยู่เขต C	80
เรือ 3 อยู่เขต B	100
เรือ 4 อยู่เขต A	65
ประสิทธิภาพรวม	<u>300</u>