

## บทที่ 10

### ตัวแบบเครือข่าย

เทคนิคในการแก้ไขปัญหามาจากเครือข่ายมีหลายวิธี การจะเลือกเทคนิคใดช่วยในการตัดสินใจ บ่อยขึ้นอยู่กับลักษณะปัญหาและวัตถุประสงค์ของการแก้ไขปัญหานั้นๆ ในบทนี้จะอธิบายเทคนิคเครือข่าย 3 วิธีได้แก่

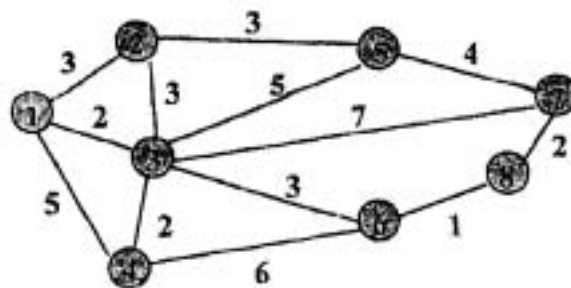
1. Minimal – Spanning Tree Technique
2. Maximal – Flow Technique
3. Shortest – Route Technique

#### 1. MINIMAL – SPANNING TREE TECHNIQUE

เทคนิคการเชื่อมต่อเครือข่ายให้มีระยะทางสั้นที่สุด เป็นวิธีการแก้ปัญหาเกี่ยวกับการเชื่อมต่อจุดต่างๆ ในเครือข่ายให้ติดต่อกันโดยมีวัตถุประสงค์ให้มีระยะทางสั้นที่สุดเพื่อประหยัดทรัพยากรที่ต้องใช้ในการเชื่อมต่อ เช่น ปัญหาการวางโครงข่ายสายโทรศัพท์ให้เชื่อมต่อระหว่างสำนักงาน ที่อยู่ผู้ใช้กับชุมสายโทรศัพท์เข้าด้วยกัน เพื่อให้มีระยะทางรวมสั้นที่สุดเพื่อประหยัดสายโทรศัพท์และค่าใช้จ่ายในการวางสาย หรือการเดินท่อประปาและสายไฟฟ้าในหมู่บ้านที่จะทำให้บ้านเรือนทุกหลังมีน้ำ ไฟ ใช้ และใช้ระยะทางสั้นที่สุดในการเดินท่อประปาไฟฟ้า เป็นต้น

ตัวอย่าง บริษัทบ้านแสนสุข เปิดโครงการบ้านหรือที่ริมทะเลสาบแห่งหนึ่ง เป็นบ้านเดี่ยวมีเพียง 8 หลัง วิศวกรกำลังจะวางแผนการเดินท่อประปาและสายไฟ เพื่อให้บ้านทุกหลังมีน้ำ ไฟ ใช้ วัตถุประสงค์ คือ ต้องการใช้ท่อประปาและสายไฟให้น้อยที่สุด รูปที่ 1 แสดงที่ตั้ง และระยะทาง (หลัก 100 เมตร) ระหว่างบ้านแต่ละหลัง

รูปที่ 1 โครงข่ายบ้าน 8 หลัง



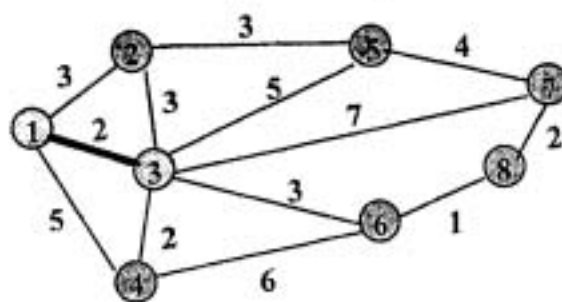
จากโครงข่ายที่แสดงผังที่ตั้งของบ้านแต่ละหลังในรูปที่ 1 แสดงระยะห่างของบ้านแต่ละหลังเป็นหลักร้อยเมตร เช่น ระยะทางระหว่างบ้านหลังที่ 1 และหลังที่ 2 ห่างกัน 300 เมตร (เลข 3 ระหว่าง node ที่ 1 และ node ที่ 2) เทคนิคที่ใช้ในการกำหนดเส้นทางเดินท่อและสายไฟเพื่อให้มีระยะทางสั้นที่สุด คือ เทคนิค minimal-spanning tree ซึ่งมีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1. เลือกจุดเริ่มต้นจาก node ใด node หนึ่งในโครงข่าย
2. ลากเส้นเชื่อมจาก node ที่เลือกไปยัง node ที่ใกล้ที่สุด
3. ดู node ที่เชื่อมไปแล้วทุก node แล้วเชื่อม node ที่ยังไม่เชื่อมที่อยู่ใกล้ที่สุดกับ node เชื่อมไปแล้วถ้ามี node ที่ยังไม่เชื่อม 2 node หรือมากกว่าที่มีระยะทางสั้นสุดเท่ากัน ให้เลือก node ใดก็ได้
4. ทำขั้นที่ 3 ซ้ำ จนทุก node ถูกเชื่อม

จากตัวอย่างโครงการของบริษัทบ้านแสนสุข สามารถดำเนินการดังนี้

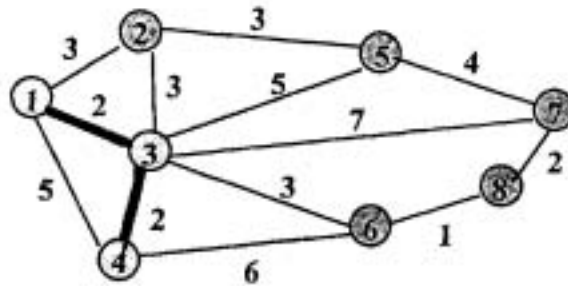
1. เลือก node เริ่มต้นซึ่งเป็น node ใดก็ได้ ตัวอย่างนี้เลือก node 1
2. node ที่ 3 มีระยะทางใกล้ node ที่ 1 ที่สุด คือ 200 เมตร ให้เชื่อม node 1 และ 3 เข้าด้วยกัน โดยเขียนเป็นเส้นทึบหนา รูปที่ 2

รูปที่ 2



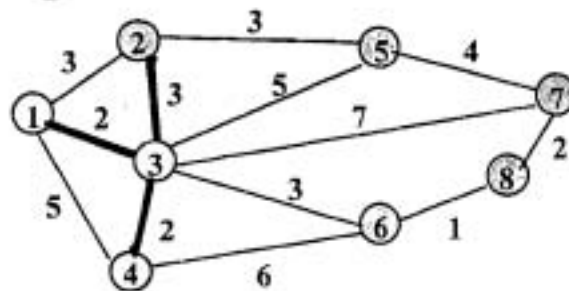
3. ให้ยึด node 1 และ node 3 ที่เชื่อมแล้วเป็นหลัก node ที่เหลือว่า node ไคอยู่ใกล้ที่สุด พบว่า node 4 อยู่ใกล้ node 3 ที่สุด คือ 200 เมตร ให้ลากเส้นทึบหนาเชื่อม node 3 และ 4 เข้าด้วยกัน ดูรูปที่ 3

รูปที่ 3



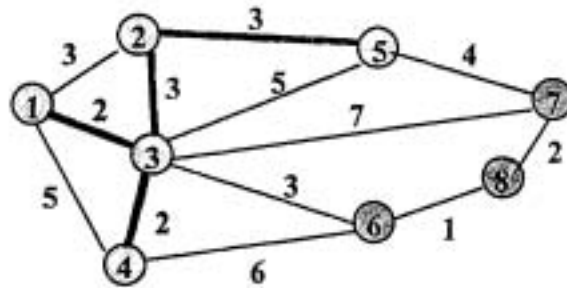
4. node ที่เชื่อมแล้ว คือ node 1, 3 และ 4 node ที่เหลือที่ใกล้ที่เชื่อมแล้วมากที่สุด คือ node 2 หรือ node 6 ซึ่งมีระยะทางห่างจาก node 3 เท่ากัน คือ 300 เมตร ดังนั้น ให้เลือก node ไคก็ได้ สมมติเลือก node 2 ให้ลากเส้นทึบหนาเชื่อม node ที่ 3 และ node 2 เข้าด้วยกัน ดูรูปที่ 4

รูปที่ 4



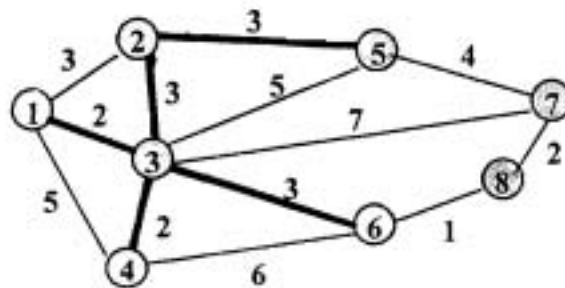
5. node ที่ยังไม่ได้เชื่อม คือ node 5, 6, 7 และ 8 node ที่อยู่ใกล้ที่สุดกับ node ที่เชื่อมแล้ว คือ node 5 และ node 6 โดย node 5 ห่างจาก node 2 300 เมตร และ node 6 ห่าง จาก node 3 300 เมตร ให้เลือก node ใดก็ได้ระหว่าง 2 node นี้ สมมติเลือก node 5 ให้ลากเส้นทึบหนาเชื่อม node 2 กับ node 5 ดูรูปที่ 5

รูปที่ 5



6. node ที่ยังไม่ได้เชื่อม คือ node 6, 7 และ 8 node ที่อยู่ใกล้ที่สุดกับ node ที่เชื่อมแล้ว คือ node 6 อยู่ห่างจาก node 3 300 เมตร ให้ลากเส้นทึบหนาเชื่อม node 3 และ 6 เข้าด้วยกัน ดูรูปที่ 6

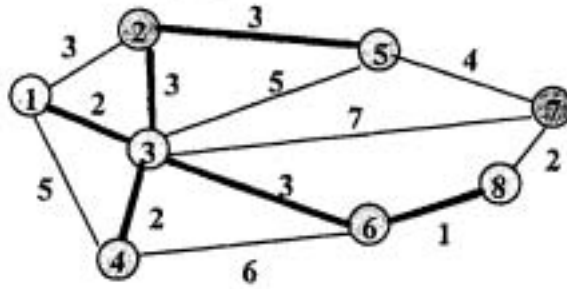
รูปที่ 6



8 - 6

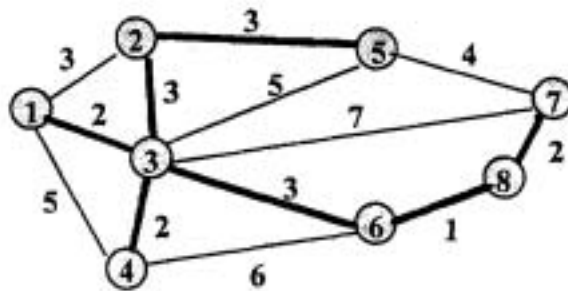
7. node ที่เหลือ คือ node 7 และ 8 node 8 อยู่ใกล้ที่สุดกับ node ที่เชื่อมแล้ว คือ ห่างจาก node 6 100 เมตร ให้เชื่อม node ที่ 6 และ 8 เข้าด้วยกัน ดูรูปที่ 7

รูปที่ 7



8. node สุดท้ายที่เหลือ คือ node 7 อยู่ใกล้ node 8 ที่สุด ให้เชื่อม node 7 และ 8 เข้าด้วยกัน ดูรูปที่ 8

รูปที่ 8



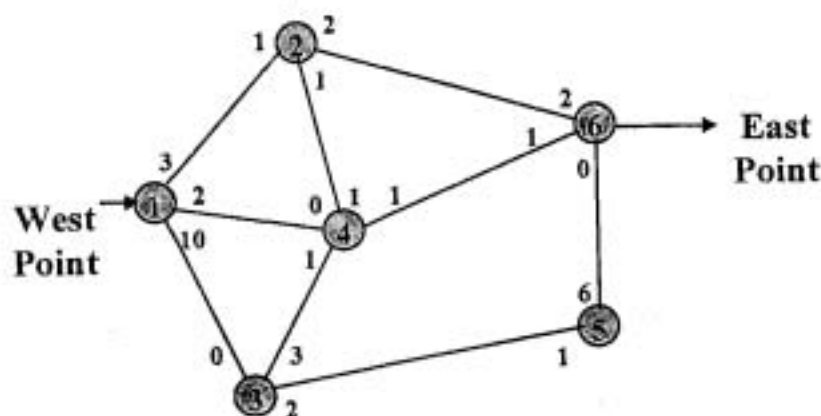
จากรูปที่ 8 พบว่าทุกจุดได้เชื่อมต่อเข้าด้วยกันแล้วและมีระยะทางรวมกันแล้วสั้นที่สุด ให้เดินท่อประปาและไฟฟ้าตามผังในรูปที่ 8 จะใช้ท่อและสายไฟสั้นที่สุด

## 2. MAXIMAL - FLOW TECHNIQUE

เทคนิคการไหลสูงสุด เป็นวิธีการกำหนดปริมาณการไหลของวัตถุ หรือกิจกรรมให้ได้มากที่สุด ในเครือข่าย เช่น การกำหนดปริมาณรถยนต์สูงสุดที่ทางหลวงแผ่นดินทั้งระบบจะรองรับได้ต่อชั่วโมง เป็นต้น

ตัวอย่าง นายกเทศมนตรีเมือง ก. กำลังพิจารณาวางระบบจราจรในเมือง จึงอยากทราบว่าปริมาณรถที่จะวิ่งจากจุดตะวันตกของเมืองไปยังจุดตะวันออก ได้สูงสุดชั่วโมงละกี่คัน จากเครือข่ายถนนที่มีอยู่ ซึ่งแสดงให้เห็นตามรูปที่ 9

รูปที่ 9



จากรูป node แต่ละ node และเลขที่กำกับในเครื่องหมาย node แสดงการเชื่อมต่อของถนนแต่ละสาย ส่วนตัวเลขที่ปรากฏบนเส้นทาง หมายถึง ปริมาณรถสูงสุด (หลัก 100 คันต่อชั่วโมง) ที่สามารถเดินทางจากจุดหนึ่งไปยังจุดหนึ่งได้ เช่น ถนนสายที่เชื่อม node 1 และ 2 ตัวเลข 3 ที่อยู่ที่ node 1 หมายถึงปริมาณรถสูงสุดที่สามารถเดินทางจาก node 1 ไป 2 ได้สูงสุดชั่วโมงละ 300 คัน ส่วนตัวเลข 1, 1 และ 2 บน node ที่ 2 แสดงคือปริมาณรถที่จะเดินทางจาก node 2 ไปยัง node 1, 4 และ 6 ตามลำดับ นั่นคือ ปริมาณรถเดินทางกลับจาก node 2 ไป node 1 ได้สูงสุดชั่วโมงละ 100 คัน ส่วน node 2 ไป node 4 ได้สูงสุดชั่วโมงละ 100 คัน และ node 2 ไป node 6 ได้สูงสุดชั่วโมงละ 200 คัน ข้อสังเกต

คือ รถสามารถวิ่งสวนทางกันได้ แต่ถ้าระบุเลขศูนย์ (0) ไว้หมายความว่าถนนสายนี้วิ่งทางเดียว เช่น ถนนสาย 1-4 รถวิ่งทางเดียวจาก node 1 ไป 4

เทคนิคการหาปริมาณไหลสูงสุดต้องดำเนินการเป็นขั้นๆ ดังต่อไปนี้

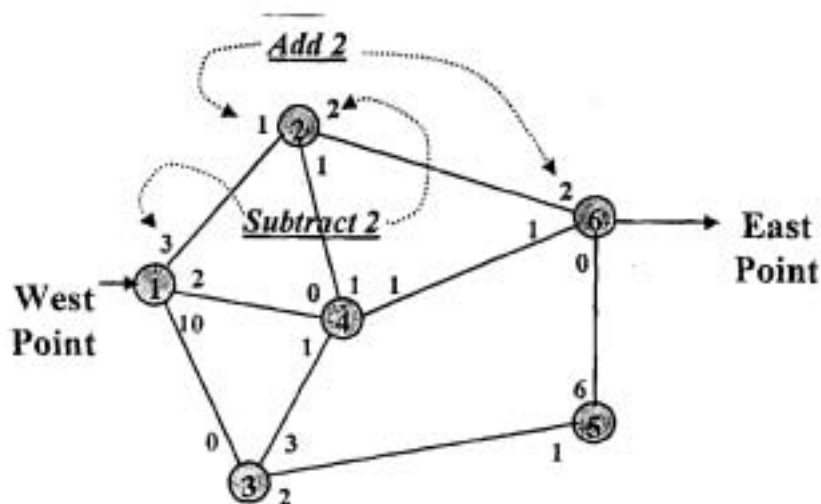
1. เลือกเส้นทางใดๆ ก็ได้จากจุดเริ่มต้นไปถึงจุดปลายทางมาหนึ่งเส้นทาง
2. เพิ่มปริมาณไหลเข้าไปในเส้นทางนั้นให้มากที่สุดที่จะเป็นไปได้
3. ปรับหาปริมาณคงเหลือที่แต่ละเส้นทางจะรองรับได้
4. กลับไปทำซ้ำในขั้นที่ 1 จนกว่าจะไม่สามารถเพิ่มปริมาณไหลได้อีก

จากตัวอย่างของเมือง ก. สามารถดำเนินการได้ดังนี้

ขั้นที่ 1 และ 2 จากตัวอย่างของเมือง ก. สมมุติเราเริ่มต้นเลือกเส้นทางจากตะวันตกไปตะวันออก คือ เส้นทาง 1-2-6 ซึ่งอยู่ด้านบนของโครงข่าย จำนวนรถสูงสุดที่จะผ่านจากตะวันตกไปยังตะวันออกบนเส้นทางนี้จะเท่ากับที่สั้นต่อชั่วโมง คำตอบคือ 200 คันต่อชั่วโมง เนื่องจากมีคอขวดที่เส้นทาง 2 ไป 6 ที่รถผ่านได้ชั่วโมงละ 200 คันเท่านั้น ถึงแม้เส้นทาง 1-2 จะสามารถรองรับรถได้คือ 300 คัน

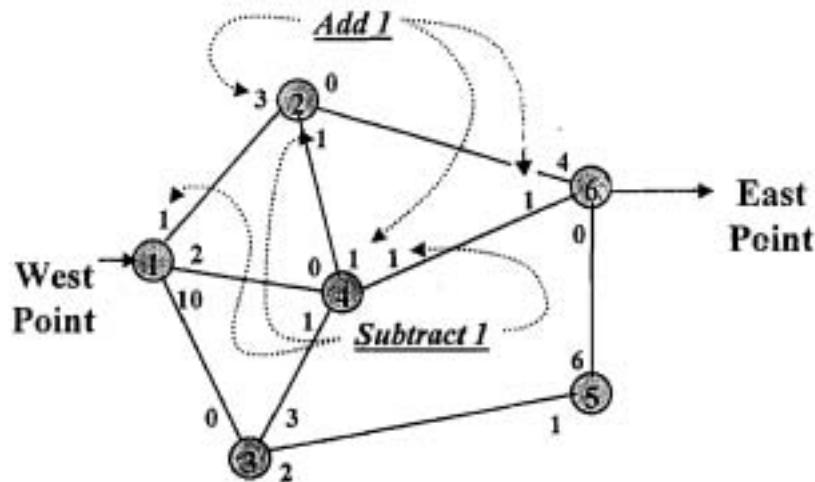
ขั้นที่ 3 ปรับหาจำนวนรถที่ถนนแต่ละสายสามารถรองรับได้ โดยนำ 200 คันจากขั้นที่ 1 ไปหักจากปริมาณรถขาไปจากตะวันตกไปตะวันออก และนำไปบวกกลับปริมาณรถที่วิ่งสวนทาง ผลจากการปรับจะได้เป็นเส้นทางใหม่ตามรูปที่ 10

รูปที่ 10



ขั้นที่ 4 ทำซ้ำให้เลือกเส้นทางที่เหลืออยู่ขึ้นมา 1 เส้นทาง เช่น เส้นทาง 1-2-4-6 กำหนดจำนวนรถสูงสุดที่จะผ่านเส้นทางนี้ได้ ซึ่งจะได้ 100 คัน เนื่องจากที่ถนนสาย 1-2 และ 2-4, 4-6 รถผ่านได้สูงสุดเหลือชั่วโมงละ 100 คัน นำค่า 100 นี้ไปหักจากจำนวนรถขาไปตลอดสายนี้ และไปบวกกับจำนวนรถที่วิ่งสวนทาง ความรูปที่ 11

รูปที่ 11



ขั้นที่ 5 ทำซ้ำอีกกับเส้นทางที่เหลืออยู่ที่ถนนยังรองรับปริมาณรถได้ตลอดสาย คือ เส้นทาง 1-3-5-6 ปริมาณรถสูงสุดที่สามารถวิ่งผ่านตลอดสาย คือ 200 คัน ให้นำ 200 คันนี้ไปหักจากจำนวนรถขาไปในเส้นทางนี้ และบวกกับจำนวนรถขาสวนทางตลอดเส้นทาง ซึ่งจะได้ตามรูปที่ 12 และ 13

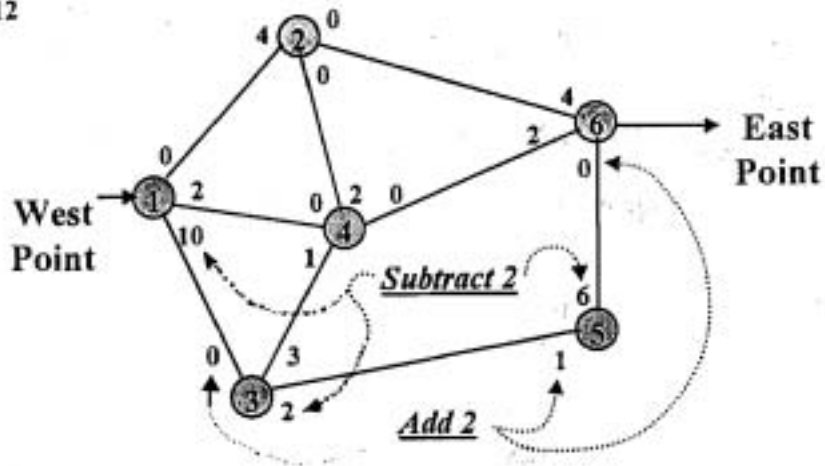
มาถึงขั้นนี้ให้สำรวจเส้นทางทั้งหมดตั้งแต่ node ที่ 1 ถึง 6 ถือว่ายังสามารถเพิ่มปริมาณรถวิ่งได้ตลอดเส้นทางอีกหรือไม่ จะพบว่าไม่มีเส้นทางใดที่จะรองรับได้อีก แม้ว่าจะยังมีบางจุดยังมีกำลังที่ยังไม่ได้ใช้เหลืออยู่

นั่นคือ ถนนทั้งหมดสามารถรองรับปริมาณรถสูงสุดได้ดังนี้

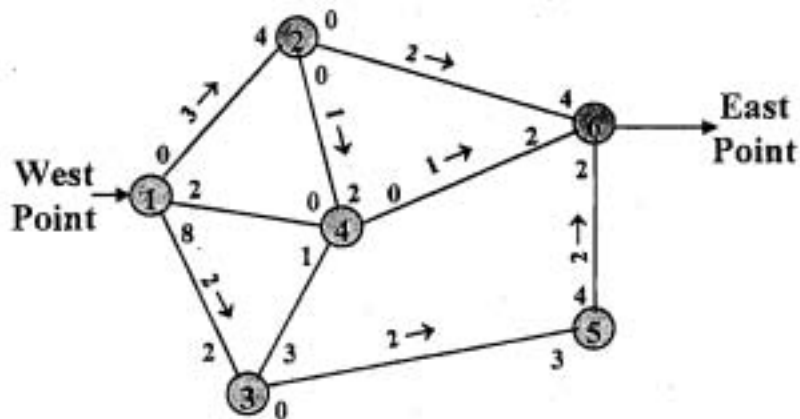
เส้นทาง	จำนวนรถต่อชั่วโมง
1-2-6	200
1-2-4-6	100
1-3-5-6	200
รวม	500



រូបភាព 12



រូបភាព 13

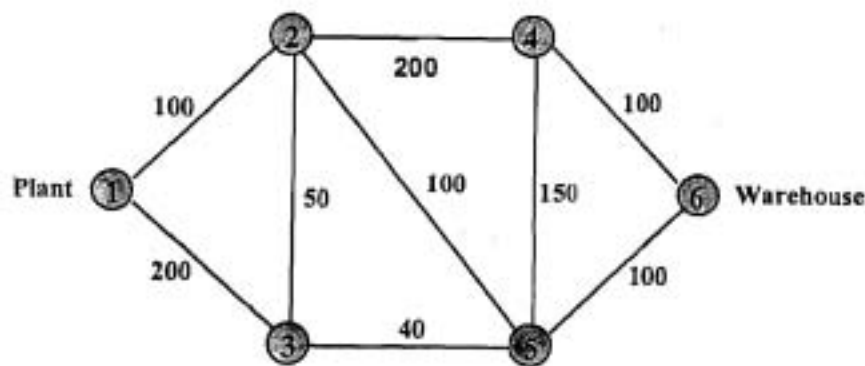


### 3. SHORTEST - ROUTE TECHNIQUE

เทคนิคเส้นทางที่สั้นที่สุด เป็นการกำหนดหาเส้นทางจากจุดต้นทางไปยังจุดหมายปลายทางที่ระยะทางสั้นที่สุด

ตัวอย่างเช่น บริษัทสหวัฒน์ ต้องส่งสินค้าจากโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้า ซึ่งต้องผ่านหลายเมือง ตามรูปที่ 14 ปัญหาคือ บริษัทควรจะใช้เส้นทางใดจึงจะสั้นที่สุด

รูปที่ 14 เส้นทางจากโรงงานไปยังศูนย์กระจายสินค้าผ่านเมืองต่างๆ



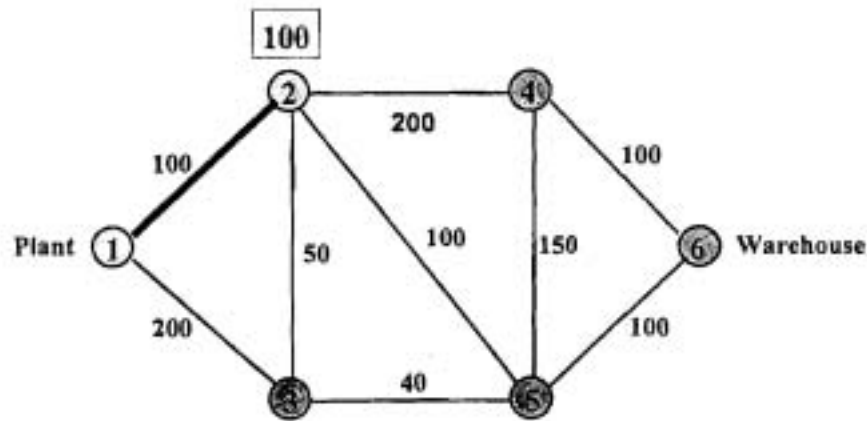
เทคนิคเส้นทางที่สั้นที่สุดสามารถตอบปัญหาข้างต้นได้ โดยมีขั้นตอนดำเนินการดังนี้

1. หา node ที่ใกล้กับจุดต้นทางที่สุด ใส่ระยะทางลงใน □ ที่ node นั้น
2. หา node ที่มีระยะทางที่ใกล้กับจุดต้นทางที่สุดถัดไปและใส่ระยะทางลงใน □ ที่ node นั้น
3. ทำซ้ำจนกว่าจะถึงปลายทาง ระยะทางที่ปลายทางใน □ จะเป็นระยะทางที่สั้นที่สุด ข้อควรสังเกต คือ ระยะทางที่ใส่ใน □ คือ ระยะทางที่สั้นที่สุด ระหว่างจุดต้นทางกับ node นั้นๆ ระยะทางนี้จะใช้หาเส้นทางที่สั้นที่สุดใน node ถัดไป

จากตัวอย่างของบริษัทสหวัฒน์ สามารถหาระยะทางที่สั้นที่สุดได้ดังนี้

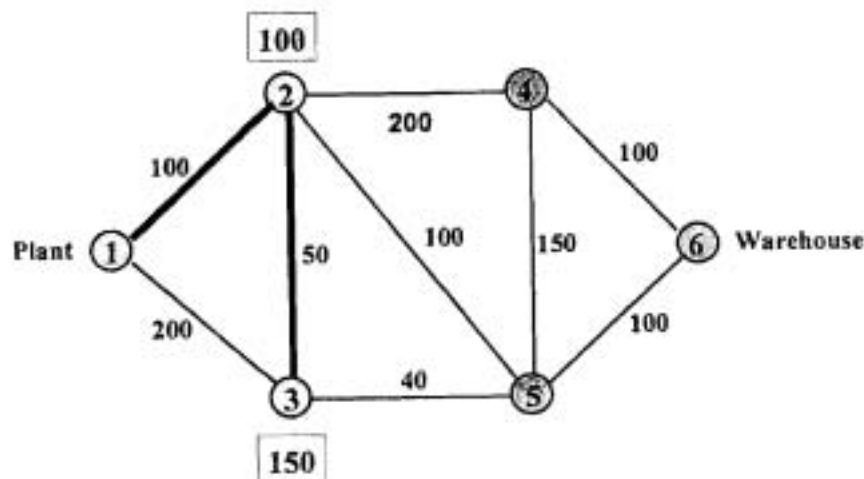
1. จากรูปที่ 14 จุดที่ใกล้โรงงานมากที่สุด คือ node 2 มีระยะทาง 100 กิโลเมตร ดังนั้นลากเส้นหนาที่เชื่อม 2 จุดนี้เข้าด้วยกันและเขียน **100** บน node ที่ 2 ตามรูปที่ 15

รูปที่ 15



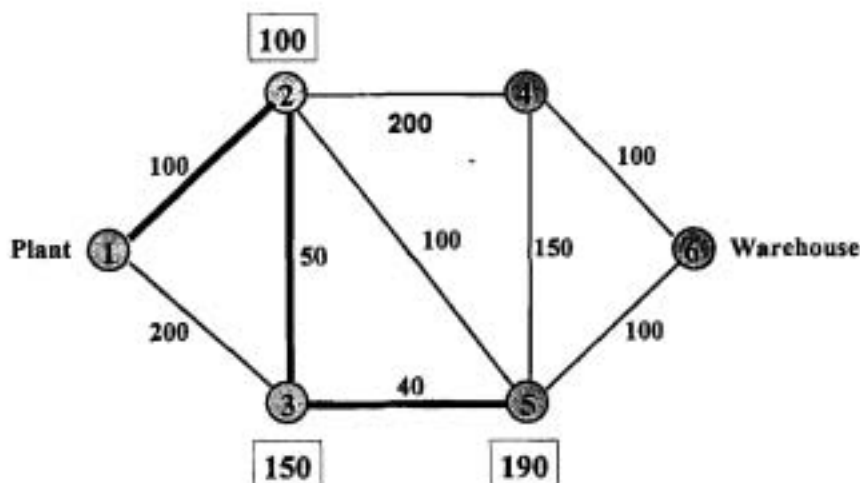
2. พิจารณา node ถัดไปที่จะใกล้โรงงานที่สุด มี node ที่เป็นไปได้ คือ node 3, 4 และ 5 พบว่า node 3 อยู่ใกล้ node 2 ที่สุด แต่เส้นทางที่จะไป Node 3 มี 2 เส้นทางที่เป็นไปได้ คือ node 1-2-3 หรือ 1-3 พบว่า node 1-2-3 ระยะทางสั้นกว่า คือ เท่ากับ 150 กิโลเมตร ขณะที่เส้นทาง node 1-3 มีระยะทาง 200 กิโลเมตรให้ลากเส้นที่หนาเชื่อม node 2-3 และเขียนระยะทาง **150** ที่ node 3 จากรูปที่ 16

รูปที่ 16



3. ให้ทำซ้ำ โดยดู node ที่ใกล้ที่สุดถัดไป ซึ่งมี node 4 หรือ 5 ที่เป็นไปได้ node 4 อยู่ห่างจาก node 2 200 กิโลเมตร และ node 2 อยู่ห่างจาก node 1 100 กิโลเมตร ดังนั้น node 4 อยู่ห่างจาก node 1 เท่ากับ 300 กิโลเมตร ส่วน node 5 มีเส้นทาง 2 เส้นทางเป็นไปได้ คือ เส้นทาง node 1-2-5 และเส้นทาง node 1-2-3-5 สำหรับเส้นทาง 1-2-5 node 5 อยู่ห่างจาก node 2 เท่ากับ 100 กิโลเมตร ดังนั้นระยะทางรวมเท่ากับ  $100 + 100$  หรือ 200 กิโลเมตร ส่วนเส้นทาง node 1-2-3-5 node 5 อยู่ห่างจาก node 3 40 กิโลเมตร ดังนั้นระยะทางรวมเท่ากับ  $150 + 40$  หรือ 190 กิโลเมตร ซึ่งเป็นเส้นทางที่สั้นที่สุด ให้ลากเส้นทึบหนาเชื่อม node 3-5 และเขียน  $190$  ที่ node 5 ดังรูปที่ 17

รูปที่ 17



4. node ถัดไปที่น่าจะใกล้ที่สุดคือ node 4 หรือ 6 ขณะที่ node 4 อยู่ห่างจากจุดเริ่มต้น เท่ากับ 300 กิโลเมตร ( $300 - 100 + 200$ ) ส่วน node 6 ระยะทางห่างจากจุดเริ่มต้น 290 กิโลเมตร ( $290 = 190 + 100$ ) ดังนั้นเส้นทางไป node 6 สั้นที่สุดและเป็นจุดปลายทาง ดังนั้น เส้นทางที่สั้นที่สุด คือ เส้นทาง 1-2-3-5-6 ระยะทางรวมสั้นที่สุด คือ 290 กิโลเมตร ดังรูปที่ 18

รูปที่ 18

